

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

Aspectos matemáticos y didácticos que destaca un grupo de docentes en servicio cuando analizan una tarea matemática escolar

Miguel **Picado** Alfaro

Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica

miguel.picado.alfaro@una.cr

José Romilio **Loría** Fernández

Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica

jose.loria.fernandez@una.cr

Resumen

La investigación que se presenta tiene como propósito estudiar las maneras en que un grupo de docentes de matemáticas en servicio analizan una tarea matemática escolar, sobre el concepto de proporción, para educación secundaria. Estas personas cuentan con más de cinco años de experiencia y fueron capacitadas en la reforma curricular para matemáticas de 2012; debían analizar la tarea desde su formación académica, su experiencia profesional y las nociones del currículo de matemáticas costarricense. El análisis de la información se fundamentó en el referente curricular y el Análisis Didáctico. En los hallazgos, el profesorado participante acentúa la habilidad y la situación en la que se enmarca la tarea, como los elementos más reconocidos. Sin embargo, dejan de lado aspectos como las representaciones del concepto y la complejidad de la tarea. Esto respalda la necesidad de capacitar al profesorado de matemática en servicio en el diseño y el análisis de tareas matemáticas escolares, según el fundamento curricular establecido.

Palabras clave: Análisis de tareas matemáticas; Currículo de matemáticas; Didáctica; Docentes en servicio; Proporción; Tarea matemática escolar.

Introducción

En la actualidad, han tomado fuerza los propósitos y las directrices curriculares que orientan a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas hacia un uso más evidente y

justificado de estas en las realidades de los individuos. En Costa Rica, a partir de 2012 se implementó una reforma curricular que promovió la construcción de un Plan de Estudios para matemáticas que acentúa una formación basada en el desarrollo de habilidades matemáticas mediante la resolución de problemas y la contextualización de tareas, como estrategias de aprendizaje. Todo esto orientado al fomento y desarrollo de la competencia matemática en las personas estudiantes, tomando como base cinco procesos matemáticos: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar (Ministerio de Educación Pública [MEP], 2012). La introducción de estos planteamientos curriculares estuvo acompañada de actividades de capacitación al personal docente de matemáticas, a cargo de personal especializado del Ministerio de Educación Pública y de las personas encargadas de la Reforma. Ante esto, surgen cuestiones como ¿qué tanto han permeado estas propuestas curriculares en el profesorado en servicio y en su práctica docente?, ¿qué elementos matemáticos y didácticos reconocen las personas docentes cuando analizan una tarea matemática escolar?, ¿qué conocimientos y capacidades, sobre el diseño y análisis de tareas, requieren un fortalecimiento en las personas docentes para el alcance de un aprendizaje significativo en el estudiantado?, entre otras.

El objetivo de la investigación que se presenta ha sido estudiar las maneras en que un grupo de cinco docentes de matemáticas en servicio analizan una tarea matemática escolar, mediante la identificación de elementos matemáticos y didácticos vinculados a la propuesta curricular para la Educación Secundaria en Costa Rica.

Marco teórico

El fundamento teórico del estudio se plantea desde dos enfoques: el currículo de matemáticas para la Educación Secundaria costarricense, y el diseño y análisis de tareas matemáticas escolares fundamentados en el Análisis Didáctico.

Los Programas de Estudio organizan el contenido matemático en cinco áreas temáticas: Números, Medidas, Geometría, Relaciones y Álgebra, y Estadística y Probabilidad. Sin embargo, se adopta un enfoque centrado en el fomento de habilidades, que se relacionan de manera estrecha con estas áreas matemáticas. La resolución de problemas constituye el enfoque principal para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Costa Rica. Con su implementación se pretende “la búsqueda del fortalecimiento de mayores capacidades cognoscitivas [en el estudiantado] para abordar los retos de una sociedad moderna, donde la información, el conocimiento y la demanda de mayores habilidades y capacidades mentales son invocadas con fuerza” (MEP, 2012, p. 13). La finalidad es mostrar tareas matemáticas enmarcadas en situaciones de entornos reales, físicos, sociales y culturales —también abstractos— que requieran la atención y reflexión del estudiantado, previo a su tratamiento matemático. Para esto, se propone la contextualización activa de tareas como un componente pedagógico general que incentive la construcción o el uso de modelos matemáticos. Desde los lineamientos curriculares, la contextualización activa de tareas se concibe como el “establecimiento específico de vínculos estrechos entre las Matemáticas y el entorno de los estudiantes que generen una participación activa del estudiante, privilegiadamente usando modelos” (MEP, 2012, p. 469).

De lo anterior, es claro que la persona docente debe tener la capacidad para diseñar, presentar y tratar tareas matemáticas escolares que estimulen, desde este marco, el alcance de los logros curriculares en matemáticas en el estudiantado (las habilidades); así como para analizar y adecuar tareas elaboradas —por ejemplo, las que se muestran en libros de texto— según los lineamientos deseados para el funcionamiento de estas. Como indica Caraballo (2014), el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática requiere de una actuación profesional de la persona docente en la que destaque el diseño y análisis de tareas matemáticas escolares; idea que se refuerza con los planteamiento de Baartman, Bastiaens y Kirschner (2004), Boston y Smith (2009), Zaslavsky (2008) sobre la necesidad de que las personas docentes manifiesten un dominio de conocimiento técnico acerca de las características, funciones y variables de las tareas que consideran en su planificación escolar. Queda claro que las tareas matemáticas escolares constituyen un elemento clave en los procesos de formación inicial y continua de las personas docentes. Estas “estructuran una unidad didáctica, concretan y organizan la gestión de la clase y posibilitan el logro de las expectativas de aprendizaje escolar... determinan en qué medida el profesor es experto en la planificación de tareas y secuencias de tareas” (Loría, 2021, p. 33).

Por su parte, el Análisis Didáctico posibilita el diseño y el análisis de tareas matemáticas escolares, con un fundamento matemático y didáctico, para la planificación de la enseñanza (Rico y Fernández-Cano, 2013; Ruíz y Fernández-Plaza, 2013). Desde esta perspectiva, Moreno y Ramírez (2016) describen una tarea matemática escolar como “una propuesta que solicita la actividad del alumno en relación con las matemáticas y que el profesor planifica como oferta intencional para el aprendizaje o como instrumento para evaluación del aprendizaje” (p. 244). Para los autores, en las tareas destacan aspectos como el contenido matemático, la finalidad, la complejidad, la situación que la caracteriza y la secuenciación. El contenido matemático de la tarea se fundamenta en el signo, el sentido y la referencia que otorgan significado al concepto matemático involucrado en la tarea escolar (Rico, 2016). Las tareas deben ser significativas, por lo que su diseño debe mostrar los contenidos conceptuales y procedimentales a través de sistemas de representación (verbal, simbólico, gráfico, icónico, tabular), usos (los fenómenos que exponen su utilidad) y el significado del concepto matemático en cuestión.

La finalidad de la tarea responde a las habilidades curriculares que se pretenden desarrollar en el estudiantado con su implementación. Interesa, entonces, que la tarea esté vinculada a una o varias habilidades o capacidades indicadas en el plan de estudios. La complejidad de la tarea puede estar asociada a criterios teóricos, criterios empíricos y el formato de presentación (Ramírez y Moreno, 2016, p. 260-266). Para este estudio se toman en cuenta los criterios teóricos, que reconocen tres niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión. Estos criterios son los adoptados en la propuesta curricular en Costa Rica (Ruíz, 2013). También, el formato de presentación, dirigido a la valoración de la redacción de la tarea, el formato de la pregunta, el vínculo con situaciones auténticas y el uso de representaciones (Ramírez y Moreno, 2016, p. 265).

Las tareas en situaciones auténticas refieren a situaciones extraescolares de la vida real que sirven para introducir una tarea matemática escolar. Se refieren al sentido de un concepto o noción matemática, sus usos y aplicaciones. Siguiendo a Maaß (2006) las tareas pueden referir a un problema incrustado en el mundo real, un problema relacionado con la realidad, problemas con contexto real y cuestión relevante (didáctica), problemas con contexto real y cuestión

relevante, y problemas con contexto real y cuestión auténtica. En consecuencia, las tareas matemáticas escolares pueden clasificarse de acuerdo con su autenticidad y su relevancia. En las tres últimas categorías es que tiene lugar la contextualización activa, pues se desarrollan sobre una manipulación de la información de la realidad circundante mediante el uso y la construcción de modelos matemáticos.

Por último, la secuenciación, que se vincula al plan de trabajo que la persona docente elabora para el proceso de aprendizaje del estudiantado. Esto incluye una caracterización de la tarea según el momento de presentación: inicio, desarrollo y cierre. Para este trabajo se desestima esta característica, ya que la tarea es una y se trata de forma independiente, sin relación con otras posibles tareas escolares para el desarrollo del tema.

Rico et al. (2008) señalan que la planificación de la lección —competencia profesional clave para la persona docente— requiere el desarrollo de un conjunto de conocimientos y capacidades específicas para identificar, organizar, seleccionar y priorizar los significados de los conceptos matemáticos; para establecer las expectativas de aprendizaje, previo al diseño de tareas y necesario para la selección de secuencias de actividades. En este sentido, el análisis y el diseño de las tareas matemáticas escolares, según la visión funcional del aprendizaje matemático que fundamenta el currículo costarricense es un proceso crucial. El cumplimiento de esta enmienda conlleva a que el profesorado ponga en juego sus conocimientos, capacidades y actitudes acerca de las matemáticas escolares, de su enseñanza y de su aprendizaje, así como su experiencia y conocimiento profesional (Sullivan, Clarke y Clarke, 2013).

Finalmente, es relevante apuntar que el conocimiento y las capacidades que debe tener la persona docente para diseñar y analizar tareas matemáticas escolares se pueden sintetizar en las ideas de Chapman (2013), quien destaca la comprensión de la naturaleza de las tareas valiosas, la capacidad de identificación de tareas ricas matemática y pedagógicamente, que interesen al estudiantado y el conocimiento de aspectos didácticos vinculados al aprendizaje y a la instrucción que favorezcan la comprensión y aplicación de las matemáticas.

Marco metodológico

El estudio llevado a cabo es cualitativo de tipo descriptivo-explicativo. Siguiendo a Ricoy-Lorenzo (2006), el carácter cualitativo del estudio conduce a explorar, describir y comprender un fenómeno particular, asociado —en este caso— a la forma en que un grupo de docentes de matemáticas en servicio analiza una tarea matemática escolar y a cómo estas manifestaciones se vinculan a los planteamientos teórico-curriculares del MEP. Las personas informantes fueron cinco docentes de matemáticas en servicio que participaban en un curso de formación, durante el 2022, sobre el desarrollo de la competencia profesional *Reflexión docente* al analizar y diseñar tareas matemáticas escolares. Para su selección se consideraron criterios como: ser docente en servicio, haber recibido capacitación sobre la reforma curricular y tener una experiencia mínima de cinco años en educación secundaria.

Para recoger la información se les facilitó a las personas participantes una tarea matemática escolar sobre el concepto de proporción. Esta estaba disponible en la plataforma virtual del curso de formación y contaron con un plazo de siete días para realizar el ensayo del análisis. En esta se

mostraba una situación en la que la cocinera de un colegio debía preparar el refresco para el almuerzo utilizando un concentrado de jugo de piña, de manera que por cada dos vasos del concentrado de jugo de piña se requieren cinco vasos de agua. Se plantearon dos escenarios: (1) en un recipiente ha depositado 45 vasos de agua y (2) en otro recipiente ha vertido 36 vasos de concentrado de jugo. El propósito era determinar la cantidad de vasos de agua o de concentrado necesarios en cada recipiente, y el establecimiento de un modelo que determinara la cantidad de vasos de concentrado, a partir de la cantidad de vasos de agua. Cabe destacar que, para efectos del estudio, las personas participantes no debían resolver la tarea, sino analizar su diseño tomando como base su criterio profesional y las nociones del currículo de matemática costarricense, enfatizando en los elementos conceptuales-matemáticos, el fomento de competencias, el uso de procesos matemáticos, la resolución de problemas y la contextualización activa, las posibles formas de organización grupal para el desarrollo de la tarea y las propuestas de evaluación para calificar la resolución de la tarea. De manera preliminar, la tarea fue analizada por los investigadores como expertos en el área (por cuestiones de espacio no se incluyen los detalles de esta validación).

El análisis de la información se fundamentó en los planteamientos curriculares y en la propuesta de Rico, et al. (2008) y Rico y Fernández-Cano (2013) sobre el análisis didáctico, como referente para el diseño y análisis de tareas matemáticas escolares en la planificación escolar. Para llevarlo a cabo se utilizó una plantilla, conformada por categorías y unidades de análisis, que evidenciara los aspectos relevantes según la fundamentación teórica.

Análisis y resultados

El análisis de la información ha considerado como categorías los aspectos propuestos por Moreno y Ramírez (2016) como elementos de una tarea, que están en sintonía con la propuesta curricular del MEP (2012). Estas son: (a) *Contenido matemático*, que se asocia a las áreas matemáticas y es tratado desde el significado de conceptos, destacando sistemas de representación y estructura conceptual; (b) *Finalidad*, que refiere a las habilidades pretendidas en la propuesta curricular; (c) *Complejidad*, vinculada a los niveles de movilización de los procesos matemáticos; y (d) *Situación*, que expone los usos del concepto en el marco de la contextualización activa propuesta. La tabla 1 presenta las manifestaciones explícitas (E) o implícitas (I) de estas categorías en el análisis de la tarea, realizado por las cinco personas participantes.

Respecto al contenido matemático, la finalidad y la complejidad, las reflexiones de las personas participantes están dirigidas al reconocimiento de la existencia de elementos relacionados con estas categorías, sin identificar y describir de manera directa el concepto, las representaciones, las habilidades, los procesos matemáticos y el nivel de complejidad que caracterizan la tarea, respectivamente. De forma particular, el análisis realizado por los participantes reconocía que la tarea está vinculada a conceptos matemáticos sin precisarlos, a excepción de D2 que menciona la proporcionalidad como el componente matemático central de la tarea y refiere a la incidencia de la representación icónica del concepto —presentada en el enunciado— en la resolución de la tarea. En cuanto a la categoría sobre finalidad, D3 enlista las habilidades específicas vinculadas al concepto matemático abordado en la tarea, según el nivel escolar que propone su abordaje. Las otras personas refieren a la necesidad de asociar la tarea

con alguna habilidad matemática, sin precisarlas. Las personas participantes no muestran en su análisis una clasificación de la tarea de acuerdo con el grado de intervención de los procesos matemáticos que se movilizan en esta, es decir, su nivel de complejidad. Por último, es destacable el reconocimiento de la situación real que enmarca la tarea. La mayoría de las personas participantes señalan la utilidad que tiene la tarea por su cercanía con el estudiantado, desde la perspectiva y el fundamento curricular de que las situaciones problemas extraídas de la vida cotidiana (contextualización activa de tareas) potencian el desarrollo de las competencias matemáticas.

Tabla 1
Componentes identificados en las tareas analizadas.

Docente	Contenido matemático	Finalidad	Complejidad	Situación
D1	Sin evidencia	I	I	Sin evidencia
D2	E	Sin evidencia	Sin evidencia	E
D3	I	E	I	E
D4	I	I	I	E
D5	I	I	I	E

Nota. D=Docente participante; E=explícito, I=implícito. Fuente: elaboración propia.

Complementariamente, siguiendo el sustento teórico del estudio, los participantes sugieren otros elementos en sus análisis que encuadran en las categorías de: (a) forma de redacción, asociada al vocabulario empleado, los tiempos verbales, el tipo de oración, entre otros; y (b) la forma de respuesta que tiene que ver con la manera de presentar la respuesta, por ejemplo, de elección múltiple, respuesta cerrada o abierta, entre otros (Ramírez y Moreno, 2016). En cuanto a las categorías de encuadre de la tarea y las representaciones, estas se analizaron en la tabla 1, mediante el estudio de la situación y el contenido matemático.

Sobre la forma de redacción, D1 y D2 destacaron la necesidad de presentar los datos con más especificidad; D2 sugiere, además, que las imágenes estén en correspondencia con la información del texto del enunciado. Para la categoría de forma de respuesta, se omite una aclaración sobre si el estilo de las cuestiones es el adecuado; D1 recomienda la inclusión de más cuestiones; D3 y D4 se inclinan por sugerir cambios en el orden de las cuestiones, procurando una resolución ordenada y que conduzca al razonamiento intuitivo. Fuera de estas categorías, también se ha destacado la necesidad de presentar aspectos sobre la gestión de aula, como indicaciones sobre el tiempo estimado para la resolución de la tarea y la organización del grupo.

Conclusiones

A pesar de las capacitaciones recibidas, como estrategias para la implementación de la reforma curricular en matemáticas y de su vigencia en la Educación Secundaria desde 2013, cuando el profesorado participante analiza una tarea matemática escolar sobre el concepto de proporción manifiesta un tratamiento general e indirecto de los componentes que caracterizan la tarea y que se estipulan en el currículo. Hay una referencia general sobre el contenido matemático, la finalidad y la complejidad de la tarea, pero sin una descripción detallada de las singularidades que las definen. Puntualmente, resalta el énfasis que las personas docentes participantes otorgan a la situación auténtica que se muestra en la tarea. De alguna manera, esto responde a la caracterización que las autoridades educativas han hecho de la propuesta curricular, señalando el desarrollo de habilidades matemáticas en el estudiantado desde la resolución de problemas y la contextualización activa de tareas matemáticas. Aunado a esto, el criterio de las personas participantes prioriza en observaciones sobre la forma del enunciado de la tarea, de manera que esta incluya un mayor número de cuestiones que incidan en el desarrollo de las habilidades vinculadas al contenido de proporción. Por último, los procesos de capacitación han sido, de alguna manera, efectivos en cuanto a la familiaridad de las personas docentes con el uso de tareas en contextos cercanos al estudiantado y al fomento de habilidades. Sin embargo, el estudio deja ver la necesidad de capacitar al profesorado en servicio en especificidades del fundamento curricular y en marcos teóricos que faciliten el reconocimiento de otros aspectos trascendentales en el análisis de tareas y en su diseño, como componentes de la planificación escolar en matemáticas.

Referencias y bibliografía

- Baartman, L., Bastiaens, T. y Kirschner, P. (2004). Requirements for Competency Assessment Programmes. Documento presentado en Onderwijs Research Dagen (Jornadas Investigativas de Educación). Open University, Utrecht.
- Boston, M. y Smith, M. (2009). Transforming secondary mathematics teaching: Increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(2), 119-156.
- Caraballo, R. M. (2014). *Diseño de pruebas para la evaluación diagnóstica en matemáticas: Una experiencia con profesores* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(1), 1-6. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9234-7>.
- Loría, J. R. (2021). *Diseño de tareas para la evaluación de la competencia matemática escolar. Una experiencia con profesores de Costa Rica* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142.
- Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de estudios de matemáticas. Autor.
- Moreno, A. y Ramírez, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 244-257). Ediciones Pirámide.

Aspectos matemáticos y didácticos que destaca un grupo de docentes en servicio...

- Ramírez, R. y Moreno, A. (2016). Complejidad y estructura de las tareas matemáticas. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 259-273). Ediciones Pirámide.
- Rico, L. (2016). Matemáticas y análisis didáctico. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 85-100). Ediciones Pirámide.
- Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Coords.), *Análisis didáctico en la educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 1-22). Comares.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los Números Naturales. *Suma*, 58, 7-23.
- Ricoy-Lorenzo, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação*, 31(1), 11-22.
- Ruíz, A. (2013). El nuevo currículo costarricense y la discusión internacional en la Educación Matemática. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 8 (número especial), 62-66.
- Ruíz, J. F. y Fernández-Plaza, J. A. (2013). Planificación de unidades didácticas en enseñanza secundaria mediante el uso del análisis didáctico. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 231-252). Ediciones Comares.
- Sullivan, P., Clarke, D. y Clarke, B. (2013). *Teaching with Tasks for Effective Mathematics Learning*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4681-1>.
- Zaslavsky, O. (2008). Meeting the challenges of mathematics teacher education through design and use of tasks that facilitate teacher learning. En T. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional* (pp. 93-114). Sense Publishers.