

# XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática  
Conferência Interamericana de Educação Matemática  
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú  
30 julio - 4 agosto 2023



[xvi.ciaem-iacme.org](http://xvi.ciaem-iacme.org)

## Movimento lógico-histórico na formação de professores de Matemática

Maria do Carmo de **Sousa**  
Universidade Federal de São Carlos  
Brasil  
[mdcsousa@ufscar.br](mailto:mdcsousa@ufscar.br)

### Resumo

Esta comunicação tem como objetivo apresentar dados de uma pesquisa que está em andamento, cuja problemática está na necessidade de se desenvolver situações desencadeadoras de aprendizagem de conceitos matemáticos para a Educação Básica, na perspectiva do movimento lógico-histórico, em ações de formação que contam com a participação de licenciandos e professores de Matemática. A pesquisa é qualitativa, de cunho teórico, fundamenta-se na teoria histórico-cultural e é denominada de estudo documental. São utilizadas fontes primárias, tais como: situações de aprendizagem elaboradas coletivamente, teses, dissertações, artigos e projetos políticos pedagógicos como forma de coletar as informações. Os resultados têm permitido que licenciandos e professores de Matemática compreendam como os nexos conceituais (internos e externos) de conceitos matemáticos podem ser definidos a partir do estudo de historiografias que possuem diferentes vertentes teóricas, bem como, elaborar, coletivamente, situações desencadeadoras de aprendizagem de conceitos que ensinam na Educação Básica, dentre eles, o de geometria esférica.

*Palavras-chave:* Teoria histórico-cultural; Historiografias de Matemática; Pensamento teórico; Nexos conceituais; História da Matemática; Situações desencadeadoras de aprendizagem; Atividade de Ensino; Geometria esférica; Conceitos matemáticos; Ações de formação.

## **Introdução**

Ao investigarmos a formação de professores de Matemática, tanto inicial, quanto continuada, partimos do pressuposto de que se faz necessário que as universidades e seus respectivos cursos de licenciaturas e de extensão se preocupem em promover diferentes ações de formação relacionadas à História da Matemática, de forma que licenciandos e os professores de Matemática possam ter acesso e se apropriarem dos nexos conceituais (internos e externos) dos conceitos matemáticos que ensinam na Educação Básica.

Entendemos que nexos conceituais podem ser considerados elos existentes entre conceitos, os quais são elaborados historicamente pelas diversas culturas humanas. Tais nexos podem ser definidos e compreendidos por licenciandos e professores que atuam nas escolas de Educação Básica, na medida em que entram em contato com as diferentes vertentes de historiografias de Matemática, as quais indicam o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos.

Do ponto de vista de Caraça (1998), esses nexos conceituais foram denominados de conceitos fundamentais da Matemática.

Aqui, o papel da História está relacionado ao elo existente entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades do conceito, que permitam compreender a realidade estudada. Há aqui, a necessidade de se elaborar juízos sobre os conceitos.

Dessa forma, sugere-se que as ações de formação não apresentem aos licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica, os conceitos prontos e acabados, mas que convidem licenciandos e professores a pensarem sobre tais conceitos, considerando-se que os ensinam, diariamente, para crianças e adolescentes com culturas matemáticas diferentes.

Nesse contexto, o movimento lógico-histórico contém nexos conceituais (internos e externos), os quais são construídos historicamente, nas diversas práticas sociais, em diferentes contextos políticos, culturais e sociais. Pode ser compreendido como perspectiva didática para o ensino de Matemática.

O movimento lógico-histórico dos conceitos quando compreendidos pelos profissionais do ensino podem se constituir em elementos didáticos que orientam os alunos a compreenderem boa parte do percurso das construções teóricas que se apresentam em ideias matemáticas. Ao se tornarem autores de situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA), os professores podem se tornar autônomos, de forma a romper com a didática tradicional que fundamenta práticas de ensino de Matemática que priorizam exclusivamente a memorização dos conceitos.

As temáticas estudadas nesta pesquisa que está em andamento e conta com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) envolvem o estudo da relação entre o movimento lógico-histórico e as historiografias da Matemática, bem como, o planejamento e desenvolvimento de SDA no desenvolvimento de Atividades de Ensino (AE); a análise de uma forma mais geral de organização do ensino de Matemática, denominada de

Atividade Orientadora de Ensino (AOE) e a configuração do movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática.

E, as questões que vem sendo respondidas são: 1) a qual história estamos nos referindo quando pensamos em elaborar SDA que considerem o movimento lógico-histórico?; 2) que relações podem haver entre a história dos conceitos e as historiografias de Matemática?; 3) como elaborar SDA que se fundamentam no movimento lógico-histórico que possam orientar o ensino de Matemática na Educação Básica? 4) como as universidades públicas federais têm inserido a História da Matemática em cursos de licenciaturas?

Para esta comunicação mostraremos como estamos respondendo a terceira questão. Dessa forma, nos próximos itens apresentaremos os fundamentos teóricos, a metodologia da pesquisa, bem como, os nexos conceituais (internos e externos) da geometria esférica que foram estudados coletivamente, em uma ação de formação ocorrida no ano de 2020, em formato remoto, devido ao contexto de pandemia do Covid 19 e envolveu licenciandos e professores de Matemática.

Nesse contexto, elaboramos uma SDA, na perspectiva do movimento lógico-histórico, sobre geometria esférica, a partir do estudo da historiografia de Karlson (1961). Tal SDA é parte integrante da Iniciação Científica elaborada por Teixeira (2021), a qual contou com financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp).

### **Fundamentos teóricos e metodológicos**

Entendemos que as aulas ministradas nos diversos níveis de ensino devem ter como objetivo convidar o estudante a humanizar-se pelo conhecimento. Devem permitir que haja um encontro afetivo com o conceito. No nosso caso, temos nos preocupado em, durante as ações de formação que ocorrem tanto nas disciplinas que ministramos, tais como: Metodologia de Ensino de Matemática, Estágio Supervisionado de Matemática para a Educação Básica, bem como, no contexto do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e em Atividades Curriculares de Ensino, Pesquisa e Extensão (Aciepes), na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) chamar a atenção tanto dos licenciandos, quanto dos professores que ensinam Matemática na Educação Básica para o fato de que seria muito interessante que, durante o desenvolvimento de suas aulas, considerassem o movimento lógico-histórico dos conceitos que ministram.

Temos defendido que, entender o lógico e o histórico da vida, significa entender a relação existente entre a mutabilidade e a imutabilidade das coisas, bem como entender a relatividade existente entre o pensamento e a realidade objetiva.

A teoria de conhecimento, preconizada por Kopnin (1978), esclarece-nos que o histórico consiste no processo de mudança do objeto, nas etapas de seu surgimento e desenvolvimento.

O lógico é o meio pelo qual o pensamento realiza esta tarefa no processo de reflexão sobre o histórico, de forma que o lógico reflete os principais períodos da história do objeto.

Pensar o conceito de determinados objetos envolve pensar “a confluência, a síntese das mais diversas ideias, o resultado de um longo processo de conhecimento” (Kopnin, 1978, p. 191). Entender o movimento lógico-histórico do pensamento e dos objetos por ele estudado envolve entender o porquê nós seres humanos não nos habituamos em viver sob o jugo do imutável.

Segundo Kopnin (1978) o pensamento se desenvolve da teoria (ou lógica) à história e desta novamente à teoria (lógica) mediante as abstrações que se apresentam durante o seu desenvolvimento. É um processo contínuo e dinâmico que nunca tem fim.

Ora o formal do pensamento se transforma em histórico, ora o histórico se transforma no formal do pensamento, uma vez que o formal do pensamento está relacionado ao último estágio de rigor e abstração a que determinados povos ou civilizações conseguiram chegar, ou seja, o formal do pensamento está atrelado ao reconhecimento científico de uma determinada comunidade. É por este motivo que, defendemos uma proposta de ensino pela educação do conceito com base na dinâmica do movimento lógico-histórico dos conceitos.

Entendemos que quando uma proposta curricular enfatiza apenas o aspecto analítico e funcional dos conceitos está priorizando o conceito em seu aspecto simbólico, o qual representa o último estágio de rigor e de abstração do pensamento elaborado pela humanidade. As SDA decorrentes destas propostas e que são elaboradas pelo professor ao ensinar os conteúdos tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio priorizam o lógico, o formal e a fragmentação dos conceitos.

De forma geral parece que as áreas do conhecimento não se relacionam entre si. Aqui a relação lógica e formal se apresenta na intencionalidade do professor ao ensinar, fazendo com que o conteúdo concreto dos conceitos seja apreendido pelos alunos do Ensino Fundamental como sendo algo que está pronto e acabado, uma vez que, tanto alunos como professores não o (re)constroem para si, em sua subjetividade, na sala de aula.

Temos como hipótese e estamos comprovando, à medida que elaboramos e refletimos sobre as SDA que estudamos *com* licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica que o entendimento do lógico-formal dos conceitos, ou seja, o entendimento do conteúdo concreto dos conceitos se dará a partir do momento em que as SDA priorizarem o movimento lógico-histórico do desenvolvimento dos conceitos presentes nos conteúdos.

Os estudos de Lanner de Moura e Sousa (2002) atentaram para o fato de que a dinâmica cognitiva presente no movimento dialético lógico-histórico da construção do conceito está presente, com características atuais para aquele que aprende, hoje, o conceito elaborado por aquela dinâmica. Educar seria proporcionar ao aluno um encontro pedagógico com os conceitos; a formação de uma visão de transformação e de movimento contínuo da realidade humana. Para que o professor e o futuro professor que atuará na Educação Básica possa reconstruir e (re)criar os conceitos que vai ensinar a partir de leituras da realidade em que vive torna-se necessário planejar SDA que tenham este processo como objetivo.

Ao acenarmos para um ensino que se fundamente no movimento lógico-histórico, estamos compartilhando do pensamento de Moisés (1999) que defende a relação lógico-histórica na prática pedagógica do professor, uma vez que tal relação “se configura, (...) no centro da ação pedagógica comprometida com a dinâmica que combina as dimensões do relacionamento humano do indivíduo/particular até o coletivo/geral” (Moisés, 1999, p. 68).

Faz-se necessário tornar este construto teórico dos conceitos tratados na Educação Básica. O que vem sendo proposto até então, nas inovações curriculares, ao nosso ver, não tem permitido a ele adquirir um conhecimento mais profundo que lhe permita entender as dificuldades dos estudantes e, esta obstrução não permite nem a um nem a outro entender o conhecimento científico como um processo de elaboração do próprio homem.

### **Metodologia da pesquisa**

A pesquisa é qualitativa, de cunho teórico e caracterizada, segundo Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 102-103), como “bibliográfica ou histórico-bibliográfica (...). Esse tipo de pesquisa é também chamado de estudo documental, com ênfase nos “estudos tipicamente históricos”, uma vez que, são utilizadas “fontes primárias”, tais como: SDA, teses, dissertações, artigos e projetos políticos pedagógicos como forma de coletar as informações.

A metodologia do estudo se compõe dos seguintes momentos e estratégias: 1) A realização da análise lógica do conteúdo. Essa consiste em um estudo teórico sobre o movimento lógico-histórico de conceitos tratados na Educação Básica. O estudo remete, necessariamente, a uma pesquisa bibliográfica que envolve tanto historiografias da Matemática, quanto as relações que envolvem as historiografias da Matemática e o movimento lógico-histórico. 2) A proposição de SDA de Matemática. Essa consiste em um estudo teórico sobre o movimento lógico-histórico e análise e elaboração de SDA de Matemática que tratem de conteúdos da Educação Básica. A elaboração das situações conta tanto com a participação de licenciandos do curso de Matemática da UFSCar, quanto com a participação dos professores da Educação Básica que desenvolvem pesquisas, em programas de pós-graduação em Educação (Acadêmico e Profissional), em nível de Mestrado e Doutorado que estejam inseridos do “Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de professores – Escola e Universidade (GPEFCom)”, o qual está sob a nossa coordenação. 3) Aprofundamento teórico sobre como a História da Matemática vem sendo inserida nos cursos de licenciatura de Matemática das universidades públicas federais brasileiras. Essa consiste em um estudo sobre projetos pedagógicos dos cursos de Matemática de universidades públicas federais brasileiras, bem como, do levantamento e análise de teses, dissertações e artigos publicados em periódicos que tratem da mesma temática.

Essa comunicação está diretamente relacionada ao segundo momento, uma vez que tem como objetivo apresentar as ideias centrais de uma SDA que foi elaborada, conjuntamente com os licenciandos e professores de Matemática, em uma ação de formação, em março de 2020, no formato remoto, devido à pandemia do Covid-19. Todos os momentos do processo fazem parte do diário de campo da pesquisadora para a configuração dos dados da investigação.

Concordamos com Lanner de Moura (1995) que, para atingir resultados que promovam o avanço da área de conhecimento em que se insere o problema, é necessário haver uma estreita articulação entre conteúdo da pesquisa e metodologia.

Dessa forma, concebemos que, se a teoria for sendo construída no processo da pesquisa, movimento idêntico deverá acontecer com a metodologia.

Nesse sentido, o método não é algo externo à pesquisa, a ela ajustável como se ajusta uma roupa ao corpo, mas é constituído das ideias e ações que vão trançando coerentemente todos os elementos da investigação.

É ele que dá garantia da não-separação entre o conhecedor (o pesquisador), o conhecimento (o que será construído através da pesquisa) e o conhecido (os conhecimentos já produzidos a respeito do tema da pesquisa) de forma que conjugue todos estes elementos num conhecimento não-fragmentado da realidade investigada.

Por esses motivos, nos detemos a traçar os aspectos metodológicos possíveis de serem previstos antes de desencadear o processo de investigação. Destacamos dois tipos de instrumentos usados durante o desenvolvimento da pesquisa, aqueles que estão contribuindo para a construção dos fatos: os textos teóricos já produzidos e as SDA de Matemática que estão sendo elaboradas, especialmente, por licenciandos e professores da Educação Básica.

Esses instrumentos possibilitam considerar o movimento mais geral da pesquisa.

A SDA abrange duas características essenciais para cumprir os objetivos da pesquisa: 1) Constituir-se num instrumento de ensino e de pesquisa, isto é, ser planejada pela pesquisadora com ou sem a participação de licenciandos do curso de Matemática, da UFSCar e/ou professores de Matemática da Educação Básica, tendo por meta a obtenção de dados reveladores da relação que podem envolver a organização do ensino na sala de aula. 2) Ser instrumento de formação dos professores, especialmente, nos cursos de licenciaturas, ao proporcionar-lhes a aprendizagem de como se elabora uma SDA, a partir do movimento lógico-histórico.

A análise dos dados segue uma linha interpretativa cuja característica é a particularização, ao invés da generalização de resultados. A busca não é de universais abstratos, aos quais se chega, segundo Moreira (1990), através de generalizações estatísticas, mas sim de universais concretos, que se atinge através do estudo detalhado de um caso específico, localizado culturalmente. Para tanto estamos construindo categorias que representem quais nexos conceituais (internos e externos) foram estudados para elaborar a SDA de geometria esférica, considerando-se a historiografia de Karlson (1968).

### **Estudo do movimento lógico-histórico da geometria esférica na formação de professores**

No período de 31/08/2020 à 14/01/2021 desenvolvemos uma ação de formação *com* licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica, no formato de curso de extensão intitulado: “O ensino de geometria esférica para alunos do ensino médio: como trabalhar remotamente?”, o qual estava diretamente relacionado ao projeto de Iniciação Científica "O

estudo de geometria esférica para alunos do ensino médio: cenário para investigação em sala de aula e a interdisciplinaridade" (Teixeira, 2021), financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp), o qual teve como objetivo desenvolver uma proposta com alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola de São Carlos.

Para tanto, estudamos o movimento lógico-histórico da geometria esférica a partir da historiografia de Karlson (1961) e pudemos definir os nexos conceituais (internos e externos) do conceito de geometria esférica e elaboramos uma SDA, que foi denominada de situação problema por Teixeira, Zampieri e Sousa (2021).

Karlson (1961, p. 273-275) apresenta-nos o movimento lógico-histórico da geometria esférica a partir de afirmações e questões, tais como: “esta proposição básica da geometria ‘comum’ [da soma dos ângulos internos de um triângulo ser  $180^\circ$ ] tornou-se para nós uma afirmação natural evidente; não precisamos ir muito longe, porém, para abandonarmos o domínio que ela vigora”, ou ainda, pensarmos sobre: “Que é um triângulo sobre a superfície esférica?”, ou “Que são, porém os lados do triângulo, as linhas que unem os vértices?”, ou “que propriedades distingue a reta de todas as outras linhas? podemos tomar o planeta Terra como um experimento. Em seguida, o mesmo autor propõe alguns cortes que permitem visualizar um triângulo esférico, cuja soma dos ângulos dá  $270^\circ$ , conforme mostra a figura 1 a seguir:

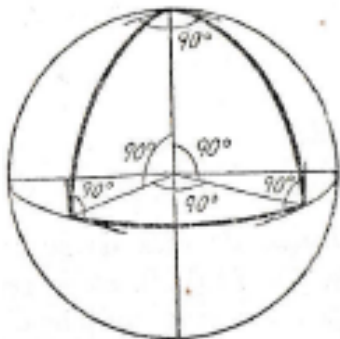


Figura 1. Imagem estática com a representação de um triângulo esférico, cujo valor da soma dos ângulos é  $270^\circ$ .

Na sequência, o autor propõe alguns questionamentos que nos levam a refletir sobre o conceito de excesso esférico. Sugere ainda dividir o triângulo do experimento ao meio, convidando-nos, novamente, para nos atentarmos ao que acontece com o excesso esférico do novo triângulo. E, por fim, sugere que pensemos acerca de uma divisão sucessiva em cada triângulo resultante do experimento, observando o que acontece com o excesso esférico em cada novo triângulo (Karlson, 1961).

Essa abordagem do conceito de geometria esférica nos propiciou compreender os elos existentes entre conceitos, os quais denominamos de nexos internos: triângulo esférico com três ângulos retos, axiomas e teoremas euclidianos (e como eles se aproximam e ao mesmo tempo destoam dos fundamentos da geometria esférica), excesso esférico e relações com a área dos triângulos, biângulo esférico (ou fuso esférico).

O estudo permitiu-nos elaborar uma SDA coletiva que abordasse os referidos nexos conceituais (internos e externos) por meio de experimentos com laranja, os quais foram estudados durante a ação de formação para serem propostos aos estudantes do Ensino Médio, por meio de vídeos, com perguntas que os levassem a compreender o que vem a ser triângulo e excesso esférico, conforme mostra a figura 2 a seguir:



*Figura 2.* Imagem estática do vídeo produzido por Teixeira (2021) para abordar triângulo esférico e excesso esférico.

A configuração da SDA nos levou a um aprofundamento acerca das funcionalidades das tecnologias digitais com as quais abordamos os conceitos, tanto para a produção do primeiro vídeo com o intuito de convidar os estudantes a fazer o experimento com as laranjas, quanto para dar sequência à SDA, que envolveu a produção de um segundo vídeo que propunha a ampliação do experimento por meio do uso da realidade aumentada com uso do GeoGebra.

O estudo acerca dessa historiografia, nos proporcionou obter certo avanço teórico acerca dos conceitos de geometria esférica e inspiradas no experimento proposto pela historiografia de Karlson (1961), na interação com os artefatos tecnológicos a que recorreremos para a produção dos vídeos e para as construções realizadas com o GeoGebra, conseguimos adaptar a SDA desejada, de modo a valorizar a compreensão conceitual em detrimento dos procedimentos algébricos que levariam imediatamente às fórmulas e, conseqüentemente, à memorização delas, caso fizéssemos uso apenas dos elementos teóricos que compõem a lógica formal.

### **Considerações finais**

Ao estudar historiografias de Matemática com vertentes teóricas distintas, licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica têm a oportunidade de construir para si, tanto o conceito de nexos conceituais (internos e externos), quanto de AOE, bem como, compreender as SDA como parte da AE. No caso da AOE a SDA é o problema que desencadeia os processos de aprendizagem do conceito como objeto da atividade.

Ao propormos que o movimento lógico-histórico seja considerado perspectiva didática para o ensino de Matemática chamamos a atenção para o fato de que é possível romper com a didática tradicional que frequenta a maioria das escolas e, conseqüentemente, com uma organização de ensino de Matemática que desconsidera, que ignora a história dos conceitos matemáticos.

Dessa forma, licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica podem compreender porque as SDA consideram: 1) o movimento lógico-histórico do conceito que está sendo estudado; 2) os momentos dialéticos de sua formação e 3) a vivência na participação dos sujeitos vinculada a um processo reflexivo-ativo-explicativo, dimensionado pela dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe.

### **Referências e bibliografia**

- Caraça, B. J. (1998). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Portugal – Gradiva.
- Florentini, D.; Lorenzato, S. (2007). *Investigação em Educação Matemática*. Campinas: Autores Associados.
- Karlson, P. (1961). A Magia dos Números: a matemática ao alcance de todos. Coleção Tapete Mágico XXXI, Editora Globo.
- Kopnin, P. V. (1978). *A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento*. R. J., Editora Civilização Brasileira.
- Lanner de Moura, A R. e Sousa, M.C. (26 a 29 de maio de 2002). O lógico-histórico: uma perspectiva didática da álgebra na formação de professores. *Goiânia, XI Endipe - Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino*,
- Lanner de Moura, A. R. (1995). A medida e a criança pré-escolar. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação da UNICAMP
- Moisés, R. P. (1999). *A resolução de problemas na perspectiva histórico/lógica: o problema em movimento*. Faculdade de Educação. USP/SP. Dissertação de Mestrado.
- Moreira, M. A. (1990). *Pesquisa em Ensino: o vé Epistemológico de Gowin*. S.P., E.P.U.
- Teixeira, F., Zampieri, M.T. e Sousa, M.C. (2021). Triângulo esférico, sua área e outros conceitos: experimentos por meio de vídeos e do geogebra em um curso de formação de profesoeres. *Educação Matemática em pesquisa: perspectivas e tendências* - volume 3. Editora Científica.  
<https://www.editoracientifica.com.br/articles/code/210404378>