

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

Reflexiones de profesores sobre representaciones matemáticas usadas para atender la diversidad de estudiantes

Angélica Mayerly **Velasco Méndez**
Universidad Industrial de Santander
Colombia
angelica2208098@correo.uis.edu.co

Sandra Evely **Parada Rico**
Universidad Industrial de Santander
Colombia
sanevepa@uis.edu.co

Daniela Geraldiny **Soto Soto**
Universidad de Santiago de Chile
Chile
daniela.soto.s@usach.cl

Resumen

Investigaciones como las de Pineda (2018) y Lindenskov y Lindhardt (2019) manifestaron la necesidad de contar con profesores de matemáticas que tengan formación en Educación Especial, con el fin de mitigar la brecha entre el conocimiento matemático y la forma de acercarlo a los estudiantes según sus Necesidades Educativas. Al respecto, se desarrolló una investigación que buscó caracterizar los significados construidos por una Comunidad de Práctica de profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionaron sobre la atención a la diversidad. El estudio se fundamentó teórica y metodológicamente en el modelo de Reflexión y Acción de Parada (2011). El análisis de los resultados se hizo mediante los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje. En esta comunicación se exhiben algunos significados negociados por la CoP alrededor del principio de proporcionar múltiples formas de representación que permite plasmar actividades para atender a todos los estudiantes según sus ritmos y estilos de aprendizaje.

Palabras clave: Atención a la diversidad; Formación de profesores; Representaciones matemáticas; Comunidad de Práctica; Reflexión; Acción.

Introducción

Durante los últimos años se han desarrollado varias investigaciones sobre la formación de profesores y atención a la diversidad, dado que desde las normativas nacionales e internacionales se exige a los maestros incluir a todos sus estudiantes en el aula, no obstante, hace falta una formación clara sobre cómo hacerlo. Investigaciones como las de Serrano y Camargo (2011) y Pérez (2016) dan a conocer que algunos profesores se les dificulta atender las particularidades de sus estudiantes por la limitación didáctica y ausencia de programas de capacitación.

Enmarcando esta problemática a nuestro contexto de interés (Santander/Colombia) desde la Universidad Industrial de Santander (UIS) se han realizado varias investigaciones con el fin de brindar formación a los futuros docentes de Matemáticas sobre la manera de atender a las características diversas de sus estudiantes. Por un lado, Pineda (2018) muestra una experiencia en la formación inicial de profesores para sensibilizarlos ante la necesidad de prepararse para atender las particularidades de sus estudiantes, por otro lado, Echeverría y Parada (2020), trabajaron con futuros profesores que son tutores de cálculo diferencial y reflexionaron sobre cómo ayudar a estudiantes con dificultades de acceso a la universidad a mitigar las barreras para el aprendizaje.

Aunque se han realizado investigaciones en la UIS alrededor de esta problemática, los estudios se han enfocado en la formación de futuros profesores y poco se ha trabajado con profesores en ejercicio. Por lo anterior, surge esta investigación que busca caracterizar los significados (en términos de aprendizaje) construidos por profesores en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemática al interior de una CoP.

Aspectos Teóricos

El estudio se fundamentó teórica y metodológicamente en el modelo de Reflexión y Acción (R-y-A) de Parada (2011), el cual está sustentado en la teoría social de las CoP de Wenger (1998). Para Wenger una CoP es un grupo de personas que comparten preocupaciones en común y se caracterizan por: ser una empresa conjunta, tener compromiso mutuo y un repertorio compartido.

Dentro de los elementos de estas dinámicas se resaltan tres que son fundamentales para esta investigación: negociación de significados, se construyen nuevas interpretaciones de un saber a partir del saber de otros; cosificación, surge cuando los participantes de la comunidad plasman en sus prácticas los significados negociados en la CoP; y participación, cada profesor contribuye en la construcción de un aprendizaje colectivo. El modelo R-y-A promueve la reflexión del profesor en CoP antes, durante y después de la clase alrededor del pensamiento matemático, didáctico y orquestal, pensamientos que a continuación se describen.

- **Pensamiento matemático:** Según Parada (2011), son los conocimientos matemáticos que el profesor utiliza para promover actividad matemática en el aula. Este se refleja cuando el docente propone tareas, se comunica en aula, realiza adaptaciones curriculares, diseña, selecciona y usa recursos. Por lo anterior, se requiere que primero el profesor comprenda críticamente el conjunto de ideas que van a enseñarse para luego comunicarlas.

- **Pensamiento Orquestal:** Resalta la forma en que el profesor selecciona los recursos (hojas de trabajo, materiales didácticos, tecnologías digitales, libros, calculadora, videos, etc.) que utilizará para promover la actividad matemática según las características particulares de sus estudiantes. Por lo anterior, es necesario que el profesor primero reflexione sobre cómo, cuándo, para qué utilizar un recurso y no otro, Pineda (2018).
- **Pensamiento didáctico de la matemática escolar para atender la diversidad en el aula:** Surge cuando los profesores reflexionan sobre las diferentes estrategias para acercar el conocimiento matemático a los estudiantes, teniendo en cuenta sus características particulares, contexto, habilidades y dificultades en la comprensión del objeto de estudio.

Parada (2011) afirma que este pensamiento se encuentra en los tres momentos de reflexión: i) antes de la clase, al realizar adaptaciones curriculares, diseñar situaciones adaptables y flexibles según la actividad matemática esperada; ii) durante la clase, cuando se conduce la actividad matemática prevista en la clase atendiendo a las características de los estudiantes; iii) sobre la acción, al evaluar los aprendizajes de los estudiantes para nuevamente realizar las adaptaciones curriculares y de esta manera pensar en una nueva acción.

Dada la pregunta de investigación, este estudio se centra en el pensamiento didáctico del profesor, por ende, se toman otros aspectos teóricos que coadyuvaran al profesor en la búsqueda de estrategias para atender a la diversidad de estudiantes, entre ellos, el decreto 1421 del Ministerio de Educación Nacional MEN (2017) sobre las adaptaciones significativas, no significativas, ajustes razonables y el DUA propuesto por el grupo CAST (2011). El DUA es una propuesta pedagógica que facilita un plan curricular enfocado en atender a las necesidades de todos los estudiantes mediante diferentes métodos, apoyos, recursos, evaluaciones que se formulan partiendo de las características de los educandos. Para implementar el DUA en el aula, se consideran los siguientes tres principios:

- a) **El principio I, proporcionar múltiples formas de representación:** Enfatiza en que los alumnos son diferentes en la forma en que perciben y comprenden la información, por ende, es necesario que el profesor ofrezca diversas alternativas para dar a conocer la información. Alternativas como: ajustar el tamaño de letra, usar subtítulos, diagramas, gráficos, descriptores de texto y de voz, etc... Este principio también considera importante la interacción entre las diferentes representaciones (gráfica, tabular, algebraica, geométrica, lenguaje simbólico, etc.) en matemáticas para proporcionar a los estudiantes más herramientas que hagan accesible y comprensible la información, porque se activa la percepción auditiva, visual y táctil de los estudiantes, Laos (2017) y Gutiérrez (1991).
- b) **El principio II, proporcionar múltiples formas de expresión:** Enfatiza en la necesidad de proporcionar múltiples formas de expresión al estudiante, dado que cada persona tiene diferentes maneras de aprender y expresar sus conocimientos. Por tal motivo, es fundamental no imponer un único método de respuesta, pues hay estudiantes que se expresan mejor usando un texto escrito, otros de manera oral, otros a partir de gráficas, etc. Al respecto Santos Trigo (2008) enfatiza en la importancia de ampliar las formas en que un estudiante presenta su respuesta a un problema.

- c) El principio III, proporcionar múltiples formas de implicación: Busca captar la atención de los estudiantes para comprometerlos y motivarlos en el proceso de aprendizaje, siendo importante variar las dinámicas de la clase para que todos los estudiantes se involucren en la actividad matemática pues a algunos les motiva lo tradicional y a otros lo novedoso.

Aspectos metodológicos

El estudio adoptó una metodología de investigación acción-colaborativa, en términos de Elliot (2000) porque surge de la reflexión sobre la práctica de los profesores y la investigadora tiene una función dual (participante y moderadora de la CoP). En esta ocasión las preocupaciones de los profesores giraron alrededor de las múltiples estrategias que se podrían implementar en el aula para atender la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas, motivo por el cual se reflexionó principalmente sobre los principios y pautas que propone el DUA, las cuales fueron adaptadas al contexto de interés (Educación Matemática).

La investigación se planificó en seis fases: (1) Acercamiento a la CoP mediante una carta de invitación y encuesta online; (2) Planificación de dinámicas de trabajo, se diseñó un cronograma de actividades sincrónicas (vía zoom) y asincrónicas (vía Moodle) sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas; (3) Proceso de reflexión sin intervención, se reflexionó sobre la manera en que los profesores promovían la actividad matemática atendiendo a las particularidad de sus estudiantes; (4) Proceso de reflexión con intervención, se programaron conferencias de expertos nacionales e internacionales sobre el DUA, actividades flexibles y adaptables a las habilidades de los estudiantes; (5) Caracterización de los significados negociados sobre las categorías de análisis emergentes (principios del DUA); (6) Reporte de resultados de investigación.

Es importante señalar que para la recolección de los datos usaron las herramientas que propone el modelo R-y-A (Parada, 2011), entre ellos se encuentran: rutas cognitivas (instrumento para estructurar los contenidos matemáticos a estudiar), planeaciones de clase, episodios de videos de clase. Estos instrumentos de recolección de datos permiten analizar las reflexiones de los profesores sobre la actividad matemática planeada versus la actividad matemática lograda.

En esta comunicación presentamos resultados del proceso de reflexión y acción sobre los significados negociados por dos profesoras alrededor de las múltiples formas de representación en Matemáticas. Ellas fueron seleccionadas porque realizaron un proceso de reflexión completo (diseñaron, implementaron y reflexionaron) además de mostrar evidencias relevantes que ayudaron al acercamiento de las realidades de la problemática de estudio.

Algunos resultados

La encuesta realizada y las primeras planeaciones diseñadas por los profesores en el proceso de reflexión sin intervención mostraron que las guías de trabajo planificadas son superficiales al no tener en cuenta investigaciones previas alrededor del objeto matemático de estudio y al no considerar los ritmos y estilos de aprendizaje de sus estudiantes.

Lo mencionado es posible que sea causa de la falta de formación pedagógica y didáctica que tienen los profesores para diseñar actividades en las que se tengan en cuenta las características de sus estudiantes. Lo anterior se deduce dado que el 75% (21 de 28) de los profesores que respondieron la encuesta consideraron no haber tenido ningún tipo de formación para atender las necesidades educativas de sus estudiantes. Lo mencionado, pone en manifiesto la brecha entre el profesor de matemáticas y de educación especial, tal como lo menciona Bruno y Noda (2010).

Otro resultado importante por destacar son las dificultades que presentaron algunos profesores de la CoP en época de pandemia para promover la actividad matemática en todos sus estudiantes, debido a las dificultades de acceso a internet y recursos insuficientes para una educación virtual. Esta dificultad fue más latente en los estudiantes que tenían alguna Necesidad Educativa Especial, dado que con esta metodología de trabajo los estudiantes se dispersaban con más frecuencia de las actividades que estaban realizando, afectando la concentración y atención de los estudiantes, así lo manifestaron los profesores.

Para mitigar las dificultades mencionadas y poder atender a las características particulares de los estudiantes surge la necesidad de estudiar el DUA relacionado con las matemáticas, dado que este enfoque aporta significativamente al diseño curricular mediante la flexibilización de objetivos educativos, métodos, materiales y evaluación a través de los tres principios y las 9 pautas.

En cuanto a las múltiples formas de representación en matemáticas los profesores de la CoP, en el proceso de reflexión sin intervención sí consideraban importante la estrategia de proporcionar múltiples formas de representación de un objeto matemático de estudio al ofrecer a los estudiantes la información de manera auditiva y visual, no obstante, este planteamiento no se reflejaban en sus planeaciones, porque se encontraron con la dificultad de ¿cómo implementar e integrar diferentes representaciones matemáticas de un objeto de estudio? y en consecuencia al intentar responder a la pregunta, proporcionaban situaciones fuera del objeto de interés. Un ejemplo de ello se dio con Jesús, quién por usar la gráfica, la expresión algebraica y la tabla de datos eligió la situación de lanzar un objeto en una rampa inclinada, que se relaciona con el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA) y no con la función lineal.



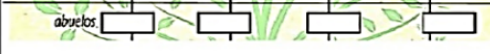
Lo anterior, fue un significado negociado por los profesores en el proceso de reflexión con intervención, dado que las conferencias nacionales e internacionales constantemente se enfocaron en la necesidad de integrar y ofrecer diversas representaciones (gráfica, tabular, algebraica, geométrica, simbólica, etc) de los objetos matemáticos, situación que fue implementada en la nueva planeación realizada por los profesores al estudiar la noción de derivada y la potenciación.

Otra de las dificultades identificadas en el proceso de planeación y que hace parte de proporcionar múltiples formas de representación se da con relación a identificar los saberes previos de los estudiantes con el fin de partir de los conocimientos que los estudiantes ya saben, para de esta manera relacionarlo con los nuevos objetos de estudio. En el proceso de reflexión sin intervención ninguno de los profesores considero importante este aspecto, por lo que, muchos

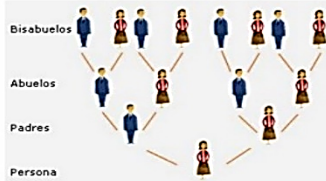
ejes temáticos fueron dados por visto y en consecuencia hubo dificultad en la comprensión de la actividad matemática propuesta.

Por lo anterior, también se trabajó en el proceso de reflexión con intervención alrededor de estos aspectos, lográndose que los profesores que participaron plenamente en los encuentros de la CoP implementaran esta estrategia antes del diseño de sus actividades. Por ejemplo, la profesora Sonia antes de trabajar la noción de derivada a partir del problema del rectángulo de mayor área da a conocer conceptos previos de parábola, rectángulo, área y perímetro. Por otra parte, la profesora Libia considera importante iniciar la clase con una situación exploratoria (ver figura 1) que le permite indagar sobre los conocimientos previos para llegar al objeto matemático de interés (potenciación) y además integrar las diferentes representaciones que coadyuvan a la comprensión y cumplimiento de la actividad matemática a promover.

1. Completa la siguiente tabla.

Árbol genealógico	Cantidad de personas	Cantidad de personas como producto de un mismo número
 <p>tatarabuelos</p>		
 <p>bisabuelos</p>		
 <p>abuelos</p>		

b) ¿Cómo podemos expresar la cantidad de bisabuelos en términos de los abuelos?



Observemos que el número de bisabuelos es dos veces el número de abuelos, es decir, 8. Además, 8 es tres veces dos $2 \times 2 \times 2 = 8$

Entonces $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

Exponente

$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

Base Potencia

c) ¿Cómo podemos expresar la cantidad de tatarabuelos en términos de los bisabuelos?

Gráfica	Explicación textual:
	Expresión:

Figura 1. Actividad de exploración para comprender la potenciación

Algunas reflexiones

Los principales significados negociados por los profesores giran alrededor de:

- Diseñar guías sobre un mismo objeto matemático de estudio, pero con diferentes niveles de complejidad de tal manera que se adapte a las características, ritmos y estilos de los estudiantes.
- La importancia de realizar adaptaciones significativas y no significativas para brindar a los educandos múltiples representaciones de un objeto de estudio para su mayor comprensión.
- Identificar los conocimientos previos de los estudiantes y promover la comunicación constante docente-estudiante, estudiante-estudiante desde las particularidades de cada uno de ellos, pues es un proceso fundamental en matemáticas.

Algunos significados negociados por los docentes en cuanto a su pensamiento reflexivo son: a) pensamiento matemático, se negoció la actividad matemática particularizada según las características de cada estudiante, b) pensamiento didáctico, importancia de realizar adaptaciones curriculares, diseñar actividades adaptables y flébiles usando el DUA para hacer guías de trabajo accesible a todos, y c) pensamiento orquestal se lograron articular diferentes recursos tecnológicos, material concreto, entre otros, de tal manera que estuviera acorde a las Necesidades Educativas de los estudiantes.

Agradecimientos

La publicación de este trabajo de investigación se logra gracias al apoyo del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colombia – MINCIENCIAS quien está financiando el programa de investigación “Innovar en la Educación Básica para formar ciudadanos matemáticamente competentes frente a los retos del presente y del futuro”. Código1115-852 70767, con el proyecto “Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnología: procesos de formación y reflexión con profesores”. Financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología”. Código70783, con recursos del Patrimonio autónomo Fondo Nacional de financiamiento para la ciencia, la tecnología y la innovación Francisco José de Caldas, contrato CT 183-2021.

Referencias bibliográficas

- Bruno, A., Noda, A. (2010). Necesidades educativas especiales en matemáticas. El caso de personas con síndrome de Down. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 141-162). Lleida: SEIEM.
- CAST (2011). *Universal Design for Learning Guidelines version 2.0*. Wakefield, MA.
- Echeverría, C. y Parada, S. (2020). Teachers-in-training’s reflections on the teaching of Calculus to people with distinct characteristics. In: Sacristán, A.I., Cortés-Zavala, J.C. & Ruiz-Arias, P.M. (Eds.). (2020). *Mathematics Education Across Cultures: Proceedings of the 42nd Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*,
- Elliott, J. (2000). *El cambio educativo desde la investigación-acción*, Madrid: Morata. Mexico. Cinvestav / AMIUTEM / PME-NA. <https://doi.org/10.51272/pmena.42.2020>.
- Laos, M. (2017). *Percepción visual y habilidades matemáticas en estudiantes de inicial-5 años-instituciones educativas Red 03*. (Tesis de maestría). Universidad César Vallejo, Perú.
- Lindenskov, L. y Lindhardt, B. (2019). Exploring approaches for inclusive mathematics teaching in Danish public schools. *Mathematics Education Research Journal*, 32(1), 57-75.
- MEN. (29 de agosto de 2017) Por el cual reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población con discapacidad. [Decreto 1421 de 2017].
- Parada, S. (2011). *Reflexión y acción en comunidades de práctica: Un modelo de desarrollo profesional*. Tesis de doctorado. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Distrito Federal, México.
- Pérez, R. (2016). Praxis inclusiva para la atención de necesidades Educativas Especiales en el sector rural de Bucaramanga. *Praxis & Saber*, (7)15,127-145

- Pineda, S. (2018). Formación inicial de profesores de matemáticas alrededor de la atención a la diversidad. (Tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander.
- Santos-Trigo (2008). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN
- Serrano, C. y Camargo, D. (2011). Políticas de inclusión educativa del discapacitado Salud. Barreras y facilitadores para su implementación: Bucaramanga, 2010. Rev. Fac. Nac. Pública 2011. 29(3): 289-298
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press.