



Mirada profesional y signo igual

Sebastián Parodi

parodiseb@gmail.com Consejo de Formación en Educación. Uruguay

Tema: Formación de profesores

Modalidad: Conferencia plenaria

Nivel educativo: Superior

Resumen: *El interés en la habilidad docente de mirar profesionalmente surge del compromiso por aportar a la mejora de las prácticas profesionales. Se trata de una habilidad que consiste en utilizar el conocimiento de la didáctica de la matemática para comprender los entornos de aprendizaje y en utilizar esa comprensión para tomar decisiones que favorezcan la enseñanza. En este trabajo se presenta una caracterización de la mirada profesional, a través de un ejemplo de una investigación realizada con futuros docentes de Uruguay, en situaciones que involucran la comprensión del signo igual. Se analiza particularmente el diseño y la implementación de un experimento de enseñanza que puede contribuir al desarrollo de esta habilidad imprescindible del quehacer profesional.*

Palabras claves: *mirada profesional, signo igual, experimento de enseñanza, futuro docente.*

Introducción

En el contexto de la enseñanza primaria se ha reportado que favorecer la comprensión del docente acerca del pensamiento matemático de los alumnos, así como promover la utilización de esa comprensión para tomar decisiones relativas a la enseñanza, contribuye con el aprendizaje de los estudiantes (por ejemplo, Jacobs et al., 2007). Esto forma parte de lo que varios autores denominan desarrollar la habilidad docente de mirar profesionalmente (por ejemplo, Mason, 2002).

Por otra parte, estudios que exploran la comprensión del signo igual que evidencian los alumnos de distintos niveles educativos muestran que estos tienden a interpretar el signo igual como el indicador del resultado de una operación y no como el indicador de una relación de equivalencia, que resulta ser una interpretación imprescindible para el abordaje del álgebra (por ejemplo, Parodi, 2016). Además, investigaciones que indagan sobre el conocimiento del docente acerca de la enseñanza relativa al signo igual, señalan que los docentes no identifican que los significados de este signo representan una dificultad para los estudiantes (por ejemplo, Stephens, 2006).

En este escrito, se propone un recorrido que inicia con la presentación de la problemática del signo igual y que prosigue con la conceptualización de la habilidad de mirar profesionalmente, para culminar con el reporte de un estudio que explora, justamente, la mirada profesional en situaciones que involucran al signo igual. Se brindarán aportes para tomar mejores decisiones relativas a los procesos de enseñanza en formación docente, que podrá repercutir positivamente en el aprendizaje de los estudiantes de enseñanza media.

Problemática del signo igual

Para ilustrar esta problemática, esta sección aborda casos reportados en la literatura que focalizan tanto en el pensamiento matemático de los alumnos como en las propuestas de los libros de texto o en las tareas profesionales de los docentes.

Molina et al. (2009), por ejemplo, reportan que los estudiantes españoles de tercer año de enseñanza primaria (8-9 años) participantes de su estudio tienden a completar el espacio vacío de la expresión $8+4=_+5$ con el número 12, porque $8+4=12$. Esta interpretación, sostienen, persiste cuando el espacio vacío ocupa otro lugar en la igualdad o cuando se plantean igualdades en un contexto de operaciones solamente del lado derecho o en un contexto de ausencia de operaciones. Burgell y Ochoviet (2015), en tanto, reportan que una proporción importante de estudiantes uruguayos de primer año de enseñanza media (11-12 años) participantes de su estudio afirman que $7+12=19-3$ es verdadero porque $7+12=19$. En ambos casos, se infiere que los alumnos están interpretando al signo igual como el indicador del resultado una operación, en lugar de interpretar a este signo como el indicador de una relación de equivalencia. Ahora bien, ¿qué dificultades puede acarrear esta interpretación del signo igual, por ejemplo, en un contexto algebraico?

Parodi, Ochoviet y Lezama (2017) señalan que, ante la tarea de escribir una ecuación con solución 5 y explicar el razonamiento empleado, una estudiante uruguaya de segundo año de enseñanza media (12-13 años) propone la ecuación " $10-x=5$ " y explica que " x es 5, por lo tanto, al restarle 5 al 10 nos quedaría como solución el número 5". Es decir, la alumna plantea una ecuación que, si bien tiene solución 5, también tiene segundo miembro 5. Entonces, conviven en la estudiante dos ideas contradictorias respecto del concepto de solución de una ecuación: como valor de la variable que transforma a la expresión en una igualdad numérica y como segundo miembro de la ecuación. A propósito, Knuth et al. (2008), a partir de un estudio realizado con estudiantes

norteamericanos de enseñanza media básica (11-14 años), encuentran que quienes interpretan el signo igual como el indicador de una relación de equivalencia tienen mayores posibilidades de identificar ecuaciones equivalentes sin necesidad de resolverlas. Estas evidencias ponen de relieve la relación entre las interpretaciones del signo igual y el desempeño de los estudiantes al resolver ecuaciones y tareas que involucran ecuaciones equivalentes.

Con relación a las propuestas de los libros de texto, Belcredi y Zambra (1998), por ejemplo, plantean tareas como las que siguen para abordar el cálculo numérico en un curso de matemática de primer año de enseñanza media básica (figura 1):

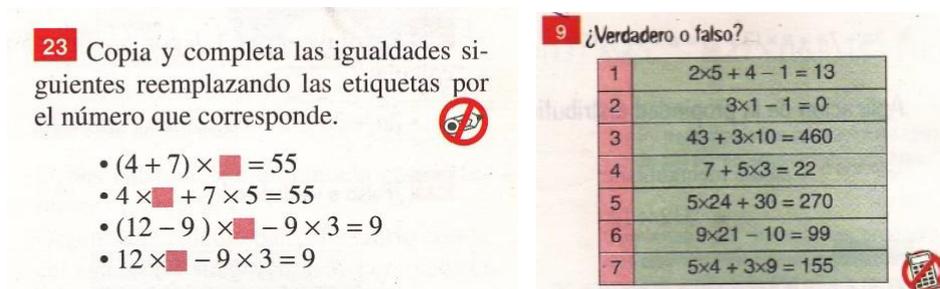


Figura 1: Tareas de un libro de texto de la matemática escolar (Zambra y Belcredi, 1998, pp. 20-21)

Estas dos tareas (figura 1), si bien proponen igualdades numéricas para completar (izquierda) o sentencias numéricas para analizar (derecha), en consonancia con lo que sugiere la literatura para explorar o enriquecer las interpretaciones del signo igual evidenciadas por los estudiantes, tienen la particularidad de que todas las expresiones se plantean en un contexto estándar de operación-igual-respuesta.

Similar es lo que ocurre en la tarea de la figura 2, en la que se proponen distintos números y símbolos para combinar, con el fin de obtener sentencias en las que todas las operaciones queden a la izquierda y el resultado de estas operaciones a la derecha del signo igual.

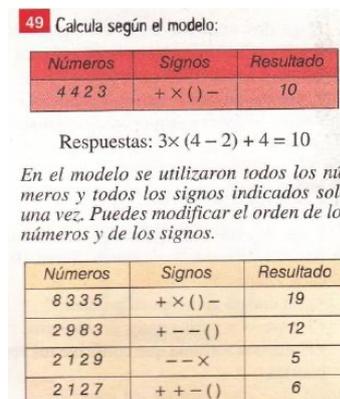


Figura 2: Tarea de un libro de texto de la matemática escolar (Zambra y Belcredi, 1998, p. 24)

Estos diseños no contribuyen a que afloren distintas interpretaciones del signo igual, al tiempo que refuerzan la idea de que este signo se utiliza solamente como señal de hacer algo o para indicar el resultado de una operación.

En relación con las tareas profesionales de los docentes, en tanto, Stephens (2006) realiza un estudio con futuros docentes norteamericanos de enseñanza primaria, con el fin de explorar la habilidad docente de interpretar el pensamiento matemático de los escolares en situaciones que involucran al signo igual. A los participantes se les presenta, por ejemplo, el caso de una escolar que, sabiendo que $16+15=31$ es verdadera, responde que $16+15-9=31-9$ es “falsa, porque si restas 9, no puede seguir siendo igual a 31”. A partir de este caso, un participante del estudio afirma: “Realmente no sé lo que pensó la alumna. ¿No habrá visto el -9 del lado derecho? Quizás, fue una distracción visual. Es lo único que se me ocurre”. El futuro docente considera que el error de la estudiante proviene de una cuestión genérica o circunstancial, como lo es una posible distracción, sin considerar que la causa del error radica en la dificultad para interpretar el signo igual como el indicador de una relación de equivalencia.

De igual modo, Medina (2018) reporta que, en un estudio realizado con maestras que actuaban como adscriptoras de práctica docente de futuras maestras de Uruguay, ante la situación de un escolar que completa una igualdad numérica de este modo: $5+3=\underline{8}+1=\underline{9}$, una de las participantes valida la respuesta del estudiante, mientras que otra participante identifica el error, proponiendo la siguiente devolución: “Te apuraste. Realizaste la suma sin tener en cuenta que le debes agregar un 1 al resultado”. En este estudio se detectaron dificultades en las participantes, tanto para identificar errores de los escolares como para realizar recomendaciones que abonen a la interpretación del signo igual.

Los casos analizados en esta sección dejan al descubierto tres aspectos fundamentales que caracterizan a la problemática del signo igual en el ámbito de la matemática escolar: i) tendencia de los estudiantes de distintos niveles educativos a interpretar el signo igual como el indicador del resultado de una operación, ii) relación entre las interpretaciones del signo igual y algunas de las dificultades de los estudiantes al incursionar en el estudio del álgebra, iii) invisibilidad de esta problemática, tanto en los libros de texto como por parte de los docentes en servicio o en formación de distintos niveles educativos.

Ahora, ¿qué puede aportar la habilidad docente de mirar profesionalmente a la problemática del signo igual? Responder esta pregunta requiere, previamente, una

caracterización de la mirada profesional. Esto es lo que se desarrolla en la siguiente sección.

La habilidad de mirar profesionalmente

Si a un grupo de personas se le pregunta qué ve en la siguiente imagen (figura 3), cabe esperar una multiplicidad de respuestas. Una posibilidad, es responder que la imagen muestra sencillamente un conjunto de naranjas. También podría identificarse la forma en que han sido cortadas las naranjas, a partir de una comparación entre naranjas. Incluso, podría advertirse la representación de ciertos cuerpos geométricos, como consecuencia de los cortes que han sufrido las naranjas. En retrospectiva, esta secuencia hipotética de observación y reflexión requiere una mirada global de la imagen, un discernimiento de detalles y una relación entre detalles para inferir propiedades. También, aunque menos plausible en este ejemplo, un razonamiento sobre la base de esas propiedades. Estos son los distintos componentes de la mirada profesional, también conocida como la habilidad de *mirar con sentido* o *noticing*. Se trata de una habilidad docente que implica percibir e interpretar aspectos significativos de una situación, para tomar decisiones que estén fundamentadas en esa interpretación.

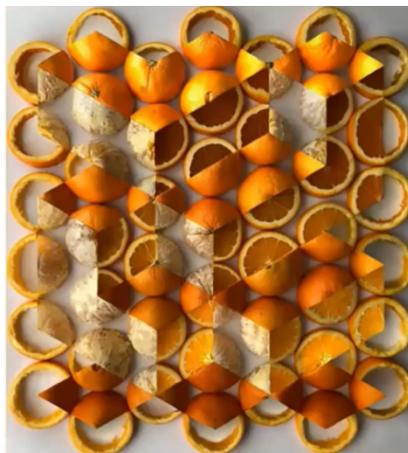


Figura 3: Fotografía de naranjas para ejemplificar la mirada profesional (Mason, 2020)

Pero, ¿qué importancia tiene la habilidad de mirar profesionalmente en el contexto escolar? ¿Cómo se visualiza el desarrollo de esta habilidad en el ejercicio de la tarea profesional del docente? Esta sección aborda tres ejemplos, reportados en la literatura, para aportar a la conceptualización de la mirada profesional.

Primer ejemplo

Dreher y Kuntze (2015) realizan un estudio con profesores alemanes en servicio y en formación, para explorar la mirada profesional en torno al uso de las representaciones en el ámbito escolar. Se presenta un episodio de clase para analizar por los participantes, en el que un estudiante quiere visualizar la suma de dos fracciones en el rectángulo dado, pero el docente explica el cálculo utilizando una representación circular (figura 4). Si bien convenía mostrar la suma con el rectángulo, porque la subdivisión en doceavos ya estaba disponible, el docente realiza un cambio de representación inapropiado que fuerza al estudiante a comprometerse innecesariamente con otra representación.

El profesor representa el cálculo $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$ en el pizarrón:

A: ¿Y aquí dónde se ve el resultado de $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$?

P: Ajá. Eso no se puede ver muy bien aquí, pero podrías usar pizzas para ello:

Antes de sumar dos fracciones, tenemos que lograr que todas las porciones sean de igual tamaño. Entonces, tenemos que subdividir las pizzas:

P: Ahora tenemos que $\frac{3}{12}$ y $\frac{8}{12}$.

P: Entonces, si sumamos, tenemos que $\frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$.

Figura 4: Episodio de clase para analizar (Dreher y Kuntze, 2015, p. 13)

Al analizar el uso de las representaciones por parte del docente en este episodio de clase, uno de los participantes del estudio afirma: “Es razonable distinguir entre multiplicación y suma, para que el alumno se dé cuenta de que debe proceder distinto (círculos o rectángulos). Por lo tanto, es correcto elegir una forma diferente de representación para cada operación”. Aquí, el participante considera un punto de vista personal acerca de cómo debería llevarse a cabo la enseñanza de la adición y la multiplicación de fracciones, sin visualizar el rol potencialmente obstaculizador que tiene el tratamiento de representación impuesto por el docente, para la comprensión del alumno ligada al tópico en cuestión.

Otro participante afirma: “Dado que la pregunta del alumno se refiere a la representación con el rectángulo, el profesor debería haberse quedado con esta representación. Además, dibujar un nuevo rectángulo no hubiese requerido más tiempo que dibujar el círculo”. En este otro caso, el participante considera el interés del estudiante, que es un aspecto específico del episodio de clase analizado, y lo toma en cuenta para valorar el uso de las representaciones por parte del docente. En efecto, la mirada profesional refiere a la posibilidad de identificar aspectos relevantes de una situación, para poder interpretarlos y tomar decisiones fundamentadas en esa interpretación.

Segundo ejemplo

Jacobs et al. (2010) reportan un estudio con maestros norteamericanos en servicio y en formación, que explora la mirada profesional del pensamiento matemático de los estudiantes en torno al cálculo numérico. Se presenta un video en el que dos escolares (6-7 años) resuelven un problema aditivo: “En clase hay 19 niños y solo 7 compran el almuerzo. ¿Cuántos niños traen el almuerzo desde casa?”. La estrategia de los escolares consistió en escribir “ $19-7=$ ” y en utilizar sus dedos para descontar 7 de 19.

A los participantes se les pregunta qué aprendieron acerca de la comprensión matemática de los alumnos. Un participante afirma: “Es importante permitir a los estudiantes diferentes herramientas para resolver los problemas matemáticos, porque eso les permite elegir el camino más fácil. El maestro potencia la comunicación, los escucha y respeta sus palabras”. Aquí, para interpretar la comprensión de los escolares, el participante realiza comentarios generales acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

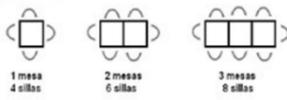
Otro participante afirma: “Estos niños entienden que el problema es de sustracción y por eso hacen una resta. Ellos no necesitan contar de 7 a 19, sino que utilizan sus dedos para contar hacia atrás desde 19. Restan, descontando 7 a 19. Parecen tener un buen sentido numérico”. Aquí, el participante reconoce que la estrategia de contar hacia atrás requiere de la abstracción mental de una cantidad, por eso alude al desarrollo de sentido numérico de los escolares. Es decir, focaliza en dar sentido a los detalles de la estrategia analizada, en consonancia con los resultados de investigación relativos al pensamiento matemático de los estudiantes. Los investigadores infieren que este participante muestra una sólida interpretación de la estrategia de los escolares, porque razona y reflexiona acerca de esta, vinculando evidencias concretas con un marco de análisis general. Esta conceptualización

de la destreza de interpretar, de hecho, está ligada al constructo de la mirada profesional del pensamiento matemático de los alumnos.

Tercer ejemplo

Zapatera (2019) realiza un estudio con maestros españoles en formación para explorar la mirada profesional del pensamiento matemático de los estudiantes en torno a la generalización de patrones. Se presenta una tarea dirigida a escolares, junto con tres posibles respuestas para analizar (figura 5). En la tarea, a partir de los primeros tres términos de una sucesión formada por mesas y sillas, se pide: continuar la sucesión y calcular el número de sillas para un número *pequeño* de mesas, calcular el número de sillas para un número *grande* de mesas, explicar la regla general que relacione las dos variables (cantidad de sillas y cantidad de mesas) y calcular el número de mesas para cierto número de sillas. Una de las respuestas dadas para analizar, refiere a un escolar que no es capaz de coordinar las estructuras espacial y numérica, lo que provoca que defina una relación funcional errónea que le impide resolver correctamente el resto de los apartados.

Observa las siguientes figuras que representan mesas y sillas



1 mesa 4 sillas 2 mesas 6 sillas 3 mesas 8 sillas

1. Continúa la sucesión y dibuja 4 mesas y sus correspondientes sillas. ¿Cuántas sillas hay?
2. Sin dibujar la figura que tiene 25 mesas, ¿podrías decir cuántas sillas hay? Explica cómo has encontrado el resultado
3. Explica con tus palabras una regla que relacione el número de mesas y el número de sillas.
4. Si en un cumpleaños se ha invitado a 42 niños, ¿cuántas mesas necesitaremos juntar en fila? Explica cómo has encontrado el resultado.

1 $\leftarrow \begin{array}{c} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \rightarrow \leftarrow \begin{array}{c} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \rightarrow \leftarrow \begin{array}{c} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \rightarrow \leftarrow \begin{array}{c} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \rightarrow$ 16 sillas

2 $\begin{array}{r} 25 \\ \times 4 \\ \hline 100 \end{array}$ sillas en una mesa hay 4 sillas

3 Multiplicando por 4

4 $\begin{array}{r} 42 \times 4 \\ 020 \times 4 \\ \hline 168 \end{array}$ si en cada mesa hay 4 niños, en 42 hay 168 mesas

Figura 5: Respuesta de escolar a tarea de generalización de patrones (Zapatera, 2019, p. 1473)

A los participantes se les pide identificar aspectos matemáticos relevantes de la producción del escolar, una interpretación del pensamiento matemático del alumno y la planificación de una intervención que al estudiante le permita avanzar en el aprendizaje de este tópico. Ante esta solicitud, un participante afirma: “Dibuja mal las mesas, porque las separó y no debió haberlo hecho. No ha sabido hacer ningún apartado bien. Le

ayudaría para que no se desanimara y siguiera intentándolo”. Este participante, afirman los investigadores, ha reconocido implícitamente la falta de coordinación entre estructuras, pero no ha sido capaz de interpretar la comprensión del alumno y ha propuesto una acción de tipo actitudinal, sin relación con la generalización de patrones.

Otro participante afirma: “Considera un patrón incorrecto porque dibuja las mesas separadas, entonces tiene sillas de más. Presenta un grado de comprensión bajo, porque se equivoca con la estructura espacial. Lo ayudaría con materiales manipulativos, como las mesas y sillas de clase, para que visualice mejor la coordinación entre lo espacial y lo numérico”. Este participante, según los investigadores, reconoce que el alumno no domina la estructura espacial, infiere el bajo estadio de comprensión del estudiante y propone una acción concreta para que, manipulando materiales, este pueda mejorar su comprensión de la generalización y ver mejor la coordinación entre lo espacial y lo numérico.

A partir de los tres ejemplos reportados, cabe afirmar que mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes, en particular, es una habilidad que implica tres destrezas de parte del profesor: percibir las estrategias de los estudiantes, interpretar la comprensión de los estudiantes y decidir cómo responder u orientar a partir de esa comprensión (Jacobs et al., 2010). En otras palabras, implica utilizar el conocimiento requerido para la enseñanza de la matemática (Ball et al. 2008), proveniente tanto de la didáctica de la matemática como de la propia práctica profesional, con el fin de dar explicación a los fenómenos didácticos y, a partir de ello, tomar decisiones que favorezcan el aprendizaje. Se trata de una habilidad esencial del quehacer profesional, que brinda herramientas para tomar decisiones fundamentadas que abonen a la enseñanza.

Ahora, los ejemplos precedentes muestran que la formación académica y la experiencia profesional de los docentes no aseguran el desarrollo de la mirada profesional. Es decir, la mirada profesional no es un atributo que se obtiene al egresar de un instituto de formación docente o al desempeñar la tarea profesional durante muchos años, sino que es una habilidad que debe ser atendida especialmente. Es una habilidad que se desarrolla en el ejercicio de la profesión, pero requiere de dispositivos apropiados para desplegarse y resultar fructífera en la práctica. En particular, un docente puede tener mucha experiencia de aula y formación pero, si no ha reflexionado y no ha trabajado aspectos específicos del pensamiento matemático de los alumnos, no tiene por qué haber conquistado la mirada profesional en torno a un tópico en particular. Esto es, no refiere a una habilidad general,

sino que se desarrolla con relación a los distintos tópicos matemáticos. En suma, la mirada profesional es una habilidad que se desarrolla en el ejercicio de la docencia, requiere formación específica para su desarrollo y es temáticamente específica.

Entonces, ¿cómo se aprende la mirada profesional? ¿Cómo se construye? ¿Cuáles son las fuentes de las que se nutre el desarrollo de la mirada profesional? La siguiente sección presenta hallazgos de una investigación que explora puntualmente la mirada profesional en torno al signo igual.

Mirada profesional en torno al signo igual

En Parodi (2022) se examina la habilidad de un grupo de profesores en formación para mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes en situaciones que involucran al signo igual. Se adopta como perspectiva teórica una conceptualización de la habilidad de mirar profesionalmente (Jacobs et al., 2010) y una categorización de los significados del signo igual (Matthews et al., 2012).

Participan nueve estudiantes de profesorado uruguayos que cursan cuarto año de la carrera y que tienen un grupo a cargo en la enseñanza media. Se diseña e implementa un experimento de enseñanza (Molina et al., 2011), en el que se aplica un cuestionario inicial y, posteriormente, una intervención de aula con todos los participantes. En esta intervención, puntualmente, se propone una dinámica de taller, en la que los futuros profesores reciben una secuencia de actividades para analizar el caso de Rocío (11 años), una alumna de enseñanza media que resuelve distintas tareas que involucran interpretaciones del signo igual. Los tres equipos reciben las distintas actividades para discutir en la interna de cada equipo y luego en forma colectiva con todo el grupo. Cada actividad se presenta al concluir la puesta en común de la actividad anterior.

Los resultados de este estudio ponen de relieve dificultades específicas de los participantes con respecto a cada una de las tres destrezas de la mirada profesional en situaciones que involucran al signo igual.

Al percibir las estrategias de Rocío, los participantes suelen centrar la atención en la escritura matemática empleada en cada producción. Entonces cuestionan, por ejemplo, la flecha que utiliza la alumna para señalar el valor de x en la resolución de una ecuación o la ausencia de un signo igual al realizar una verificación. Sin embargo, la corrección de la escritura matemática, que puede ser un aspecto a considerar en las estrategias de los

estudiantes y es esperable que se desarrolle paulatinamente durante la escolarización de los alumnos, no debería constituir el principal objetivo de aprendizaje en los primeros abordajes algebraicos de la enseñanza media.

Al interpretar la comprensión matemática de la estudiante, los participantes aluden con frecuencia a la claridad u organización de los planteos para justificar ciertos errores de la alumna, en lugar de problematizar conceptualmente estos aspectos y advertir las dificultades evidenciadas por la estudiante con relación al aprendizaje de los conceptos y habilidades involucradas. Los participantes presumen una comprensión matemática de los conceptos requeridos en la tarea analizada o reclaman más información, aun cuando las evidencias disponibles permiten inferir la forma en que Rocío está comprendiendo un concepto o procedimiento en particular.

Al tomar decisiones sobre la base de la comprensión, los participantes tienden a proponer intervenciones para evitar los errores de la estudiante, en lugar de tomar decisiones para abordar y favorecer la superación de esos errores. Por ejemplo, sugieren plantear ecuaciones que no sean del tipo $ax+b=c$ para impedir que la alumna evidencie una asociación entre resultado, solución y segundo miembro de una ecuación, que ligado a una interpretación operacional del signo igual puede obstaculizar la comprensión del concepto de solución de una ecuación. Entonces, incorporan cambios a las tareas en las que advierten errores de la alumna, sin promover explícitamente el abordaje de los errores identificados.

Un análisis conjunto de las evidencias recogidas permite observar una relación de dependencia entre la destreza de decidir y las otras dos destrezas de la mirada profesional (en consonancia con Jacobs et al., 2010, entre otros), porque la toma de decisiones que favorecen la comprensión del signo igual (por ejemplo, abordar sentencias numéricas en un contexto no estándar de operaciones a ambos lados del signo igual), evidenciada por los participantes durante el experimento de enseñanza, habitualmente estuvo precedida por la percepción de aspectos matemáticamente relevantes del signo igual (por ejemplo, la lectura bidireccional) y por la interpretación de la comprensión de Rocío con respecto a este signo (por ejemplo, como un indicador del resultado de una operación).

El análisis realizado también muestra una relación intrínseca entre las destrezas de percibir e interpretar. No se niega que el conocimiento matemático facilita la interpretación de la comprensión matemática de los estudiantes, dado que una eventual

dificultad de los participantes para interpretar el signo igual de manera relacional, por ejemplo, podría conducir a la validación de producciones incorrectas (Medina, 2018, entre otros), pero las evidencias recogidas en este estudio también permiten inferir que el propio desarrollo de la destreza de interpretar puede enriquecer el conocimiento matemático del futuro profesor (en consonancia con Prediger, 2010, entre otros).

Los hallazgos obtenidos ponen de manifiesto que el experimento de enseñanza diseñado e implementado en el marco de este estudio aporta al desarrollo de la mirada profesional en situaciones que involucran al signo igual. Esto es especialmente visible cuando se analiza la ruta que recorre la mirada profesional de cada equipo durante la intervención de aula, en la que se evidencia progresivamente la percepción de aspectos matemáticamente relevantes del signo igual, así como la interpretación de la comprensión de la alumna con respecto a este signo y la toma de decisiones para enriquecer esa comprensión. Estos hallazgos ponen de relieve que el diseño de una secuencia de actividades que propone el análisis de un estudio de casos (Markovits y Smith, 2008), a partir de producciones y entrevistas provenientes de la literatura (Parodi, 2016) que dejan al descubierto distintas interpretaciones del signo igual por parte de una estudiante de enseñanza media, así como una implementación de esta secuencia que promueve una práctica de conversación productiva en el aula (Chapin y O'Connor, 2007), permite visibilizar la problemática de la enseñanza del signo igual y constituye una oportunidad para que los futuros profesores desarrollen las tres destrezas que conceptualizan la mirada profesional.

Reflexiones finales

Una interpretación del signo igual como indicador del resultado de una operación persiste en estudiantes de distintas edades (Molina, 2009; Burgell y Ochoviet, 2015; entre otros). Este hallazgo, reportado ampliamente en la literatura, demanda una enseñanza que atienda específicamente las interpretaciones del signo igual, para favorecer la incursión de los estudiantes en el estudio del álgebra (Knuth et al., 2008; Parodi, Ochoviet y Lezama, 2017; entre otros). Sin embargo, los docentes no conocen la problemática del signo igual y en sus clases no le prestan una especial atención a la interpretación de este signo (Stephens, 2006; Medina, 2018; entre otros). En particular, los trabajos reportados revelan dificultades de los docentes para anticipar objetivos de enseñanza, estrategias de resolución u obstáculos en el abordaje de tareas que involucran al signo igual.

La mirada profesional, en tanto, entendida como la habilidad de poner en uso el conocimiento matemático para la enseñanza (Ball et al., 2008) para percibir las estrategias, interpretar la comprensión de los alumnos y decidir cómo responder a partir de esa comprensión (Jacobs et al., 2010), se presenta como una habilidad docente imprescindible que puede impactar positivamente en el aprendizaje de los estudiantes y que no ha sido suficientemente desarrollada en ámbitos de formación o profesionalización docente, por ejemplo, en torno al tópico del signo igual.

El desarrollo de la mirada profesional requiere de experiencias de formación apropiadas, diseñadas con metas particulares, en torno a tópicos específicos. En este trabajo se ejemplificaron e ilustraron algunos estudios que constituyen oportunidades para que los docentes en servicio y en formación desarrollen las tres destrezas de esta habilidad en situaciones que requieren una comprensión del signo igual. Los hallazgos reportados permiten tomar conciencia de la problemática en cuestión, al tiempo que brindan herramientas para que los formadores de docentes puedan reorientar la formación de los futuros docentes, en lo que refiere específicamente a la mirada profesional en torno al signo igual.

Referencias bibliográficas

- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Belcredi, L. y Zambra, M. (1998). *Matemática Primer Año del Ciclo Básico*. La Flor del Itapebí.
- Burgell, F. y Ochoviet, C. (2015). Significados del signo de igual y aspectos de su enseñanza. Un estudio realizado con estudiantes de primer año de enseñanza secundaria y sus profesores. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(3), 77–98.
- Chapin, S. y O'Connor, C. (2007). Academically productive talk: supporting students' learning in mathematics. *The Learning of Mathematics*, 69, 113–128.
- Dreher, A. y Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: the case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88, 89–114.
- Jacobs, V., Franke, M., Carpenter, T., Levi, L. y Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258–288.
- Jacobs, V., Lamb, L. y Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202.

- Knuth, E., Alibali, M., Hattikudur, S., McNeil, N. y Stephens, A. (2008). The importance of equal sign understanding in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(9), 514–519.
- Markovits, Z. y Smith, M. (2008). Cases as tools in mathematics teacher education. En T. Wood y D. Tirosh (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (Vol. 2, pp. 39–64). Sense Publishers.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. Routledge Falmer.
- Mason, J. [AssocTeachersMaths] (2020, 24 de junio). *Noticing and Attention – with John Mason* [video]. Youtube. <https://youtu.be/6oLldNM-T8k>
- Matthews, P., Rittle–Johnson, B., McEldoon, K. y Taylor, R. (2012). Measure for measure: what combining diverse measures reveals about children's understanding of the equal sign as an indicator of mathematical equality. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(3), 316–350.
- Medina, L. (2018). *Conocimientos matemáticos puestos en juego por un grupo de maestros de una escuela de práctica para la enseñanza del signo igual* (Tesis de maestría no publicada). IPN.
- Molina, M., Castro, E. y Castro, E. (2009). Cómo entienden los alumnos de primaria el signo igual en las ecuaciones numéricas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), 341–368.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75–88.
- Parodi, S. (2016). *Significados del signo igual en la entrada al álgebra: un estudio de casos con estudiantes de segundo grado de enseñanza secundaria* (Tesis de maestría no publicada). IPN.
- Parodi, S. (2022). *La habilidad de mirar profesionalmente del futuro profesor en situaciones que involucran al signo igual* (Tesis de doctorado no publicada). IPN.
- Parodi, S., Ochoviet, C. y Lezama, J. (2017). La comprensión del signo de igual en la entrada al álgebra: el diseño de tareas y la conversación en la clase de matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 35(3), 51–67.
- Prediger, S. (2010). How to develop mathematics–for–teaching and for understanding: the case of meanings of the equal sign. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 73–93.
- Stephens, A. (2006). Equivalence and relational thinking: preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(3), 249–278.
- Zapatera, A. (2019). Descriptores del desarrollo de la mirada profesional en el contexto de la generalización de patrones. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(65), 1464–1486.