

Diferencias en la evaluación de los docentes de secundaria y las pruebas PISA

Elvas, I.¹, Ramírez, R.², Flores, P.³

¹ isabelervas@correo.ugr.es. Universidad de Granada. Uruguay.

² rramirez@ugr.es. Universidad de Granada. España.

³ pflores@ugr.es. Universidad de Granada. España.

Tema: evaluación en geometría

Modalidad: comunicación breve

Nivel educativo: secundaria

Resumen: *Presentamos parte de una investigación educativa sobre las evaluaciones escritas que realizan los docentes en el aula y las propuestas liberadas por PISA. Buscamos medir el aprendizaje geométrico y ver cómo reflejan el aprendizaje del sentido espacial los estudiantes de 15 años que cursan primer año de bachillerato en Uruguay. A través del análisis de contenido se consideraron las características destacables de las actividades como: contexto, datos del enunciado, tipología y complejidad; y la componente del sentido espacial relativa al manejo de conceptos geométricos que se desarrollan e intervienen para su resolución. Se identificaron las exigencias en las actividades de aula referidas a lugares geométricos, con objeto de comprender qué diferencias y similitudes tienen con las actividades de PISA para el contenido espacio y forma. Se concluye que las evaluaciones escritas de los docentes uruguayos no son sustancialmente diferentes de las actividades propuestas en las mediciones de PISA. El manejo de los conceptos geométricos es utilizado para resolver todas las actividades propuestas. Si bien se diferencian en la formulación, presentación del enunciado y el contexto, y en los niveles de complejidad.*

Palabras claves: *evaluación, evaluaciones escritas, sentido espacial, componentes del sentido espacial.*

Introducción

Los investigadores, Diezmann y Lowrie (2009), consideran la alfabetización espacial y el desarrollo de las habilidades espaciales, como aprendizajes fundamentales en el mundo tecnológico en el que vivimos. Además, Santos y Cai (2018) afirman que tanto el currículo como la evaluación son dos dimensiones relevantes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En relación con el manejo de conceptos geométricos, algunos investigadores (Fernández, 2013; Presmeg, 2006) consideran una línea de interés el vínculo y la interacción entre las representaciones externas e internas. Se las considera parte fundamental de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Con el fin de favorecer el éxito de los aprendizajes de los estudiantes es un desafío mejorar la interacción y coherencia entre la evaluación a gran escala y en el aula (Suurtamm et al., 2016).

La investigación que se describe estuvo centrada en la evaluación escrita en matemáticas, en particular en geometría, en dos tipos de pruebas, las propuestas por PISA y las de los docentes de aula. En ambas se atiende al sentido espacial requerido para resolverlas, en los estudiantes de 15 años que en su mayoría cursan primer año de bachillerato uruguayo.

En relación con el desarrollo del sentido espacial, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000), enfatiza el aprendizaje geométrico, con ello propone que cada estudiante deba “utilizar la visualización, el razonamiento espacial y el modelado geométrico para resolver problemas” (p.43).

A su vez, New Jersey Mathematics Coalition (1996) afirma que “todos los estudiantes desarrollarán el sentido espacial y la capacidad de usar propiedades y relaciones geométricas para resolver problemas en matemáticas y en la vida cotidiana” (p.209).

Mientras que la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) en el proyecto PISA (Programme for International Student Assessment), considera los contenidos propuestos en los estándares curriculares de NTCM (2000) y en geometría define el contenido espacio y forma, relaciona el estudio de las formas con el espacio cercano y su construcción conceptual.

La OCDE promueve políticas educativas y se vale de PISA para evaluar los programas educativos de los países participantes. Para ello contrasta si las competencias desarrolladas por los estudiantes de 15 años de los diferentes países le permiten participar en la sociedad del saber y resolver problemas de la vida adulta. Los instrumentos de evaluación propuestos se refieren a cuestiones tales como los contenidos que deben adquirir los alumnos, los procesos que deben ser puestos en marcha o el contexto en el que los conocimientos y las competencias serán aplicados.

En el informe PISA 2012 se comunica en qué medida los estudiantes que finalizan la educación media básica, “han adquirido los conocimientos y desarrollado las habilidades que son esenciales para la plena participación en la sociedad” (ANEP, 2013, p.13). Las

actividades de PISA requieren desarrollar el razonamiento espacial para ser superadas, que en el contenido espacio y forma, implica: reconocer patrones y figuras, buscar diferencias y semejanzas entre los componentes de las formas, entender las propiedades y las posiciones relativas de los objetos geométricos; y buscan evaluar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas de la vida cotidiana.

La enseñanza de la geometría en Uruguay, según se explicita en los programas oficiales propuestos por el Consejo de Educación Secundaria (CES), se desarrolla en forma progresiva, se avanza a partir de lo enseñado en el año anterior. Así, primer año de bachillerato, en geometría está centrado en el método de los lugares geométricos y utiliza los conocimientos aprendidos en primaria y en ciclo básico. Para el tratamiento de otros temas, se mencionan los conceptos de “circunferencia, círculo, mediatriz, bisectriz y elementos notables de un triángulo” (CES, 2010, p.2). Prevalece el cuidado por “la expresión matemática correcta” (CES, 2010, p.2) en relación con el algoritmo de resolución.

Los diferentes aspectos que son trabajados en los cursos de geometría en los currículos oficiales de la enseñanza secundaria uruguaya enfatizan los conceptos geométricos, las propiedades de las figuras y su correspondiente formalización. Los docentes se basan en algunos documentos nacionales que entienden la evaluación como: “una herramienta pedagógica en la que la valoración conceptual, junto con la calificación pertinente, motiva a los estudiantes a seguir aprendiendo” (CES, 2020, p.2); “permite dilucidar, objetivar y establecer apreciaciones acerca de los procesos de aprendizaje” (ANEP, 2017, p. 27).

Mientras que en PISA 2012, el puntaje promedio obtenido en matemáticas por Uruguay fue 409 puntos, algo menor que en las mediciones anteriores. Esto significa que el estudiante promedio accede al nivel 1 de desempeño, el más bajo de los seis niveles definidos, así es capaz de responder a preguntas que están bien definidas y que involucran contextos familiares donde la información está toda presente (ANEP, 2013).

El 44,3 % de estudiantes accede al menos al nivel 2, considerado como el “umbral de competencia” es decir el nivel básico de competencias en las áreas evaluadas. Por tanto, el 55,7% de estudiantes uruguayos se ubican en el nivel 1 o bajo el nivel 1 (que corresponde a un séptimo nivel). A su vez si miramos los resultados en el contenido espacio y forma el puntaje obtenido por Uruguay es 413 siendo el mejor puntaje promedio

por área de contenido. En la tabla 1, se muestra la distribución de porcentajes en los niveles, obtenidos en PISA 2012, destacando el contenido espacio y forma.

	Nivel bajo 1	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6
Espacio y forma (%)	28,5	25,5	22,6	14,8	6,7	1,6	0,3

Tabla 1. Contenido espacio y forma: porcentaje de estudiantes por nivel de desempeño en Uruguay PISA 2012

Por lo dicho, se puede observar cierta diferencia de énfasis entre la enseñanza de la geometría que promueve el currículo uruguayo y el enfoque que pretende desarrollar el sentido espacial propuesto por el NCTM y la OCDE a través de los lineamientos de PISA.

Pues bien, es interés del estudio la diferencia entre los fines que persiguen las evaluaciones en geometría propuestas por los docentes de aula en Uruguay y los fines de las evaluaciones propuestos por el NCTM (1989) y por la OCDE en PISA. Además, brindar elementos concretos que muestren diferencias y similitudes entre las actividades propuestas en las evaluaciones realizadas a los estudiantes tanto en el aula como en las pruebas PISA, señalando específicamente aquellas enfocadas a apreciar el sentido espacial.

A partir de los intereses planteados se realizan las siguientes preguntas: ¿qué componentes del sentido espacial se evidencian mayormente al resolver las actividades correspondientes al contenido geométrico de 1º de bachillerato para alumnos de 15 años, en las evaluaciones escritas de algunos docentes de matemáticas y en las evaluaciones PISA del contenido, espacio y forma? ¿Qué aspectos son comunes y en cuáles difieren las actividades planteadas por PISA de las propuestas por los docentes en el aula?

El aporte de este trabajo a las investigaciones actuales pretende brindar información acerca de las diferencias y semejanzas entre las actividades de evaluación propuestas por algunos docentes de secundaria y las actividades de las evaluaciones de PISA, referidas al contenido, espacio y forma; y conocer el manejo de conceptos geométricos, uno de los componentes del sentido espacial, que deben desarrollar los estudiantes para resolverlas.

Marco teórico

Para dar respuesta a las preguntas de investigación se caracterizan actividades atendiendo al contenido, los aprendizajes y destrezas requeridos para resolverlas; y desarrollamos aspectos teóricos referidos a dos elementos: sentido espacial y actividades de evaluación en matemáticas.

Evaluación en geometría

Los investigadores entienden que no es muy alto el número de estudios centrados en la evaluación, si bien la consideran como una dimensión importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Santos y Cai, 2018).

La evaluación en geometría. Alsina et al., (1997), consideran que para conocer el proceso de aprendizaje y maduración de los conceptos y relaciones geométricas se necesitan diseñar diferentes métodos y técnicas de evaluación. El NCTM (2000), por su parte, plantea que el estudio de la geometría debe permitir a los estudiantes utilizar el razonamiento espacial, la visualización y el modelado geométrico para resolver problemas y la evaluación en geometría propone entre otros aspectos, analizar características y propiedades de formas geométricas y desarrollar argumentos matemáticos sobre relaciones geométricas.

Para referirnos a **las características de las actividades de evaluación** consideramos cuatro componentes: el contexto, el enunciado, la tipología y la complejidad de las tareas. Los *contextos* que Caraballo et al. (2011) utilizan coinciden con los cuatro de PISA: contextos personales, educativos u ocupacionales, de orden público o científico. Por su parte Arévalo (2009) en relación con la comprensión de los *enunciados* en problemas matemáticos utiliza tres formas diferentes: texto, esquemática y aritmética. Nos valemos de la distinción de *tipología* de Castro y Ruiz (2015) para establecer la diferencia entre ejercicio y problema. Los niveles de *complejidad* cognitiva utilizados por PISA (ANEP, 2004) son tres: reproducción, conexión y reflexión.

Sentido espacial

Las continuas investigaciones en educación de la geometría han abarcado el pensamiento y razonamiento espacial y un aspecto que ha recibido mucha atención son los aspectos visuales en geometría (Jones y Tzekaki, 2016) y la relación positiva con la resolución de

problemas (Stylianou, 2001). En esta línea el concepto de sentido espacial sugiere la aplicación de la geometría a la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Por su parte Flores et al. (2015) describen el sentido espacial como una forma intuitiva de “entender el plano y el espacio, para identificar cuerpos, formas y relaciones entre ellos, que implica manejar relaciones y conceptos de geometría de forma no convencional” (p.129). Caracterizan la visualización, compuesta por cuatro elementos: las imágenes mentales, las representaciones externas, los procesos de visualización y las habilidades de visualización (Gutiérrez,1996).

En este trabajo se pondrá el foco en el manejo de conceptos geométricos, por su papel relevante en la resolución de tareas (Flores et al., 2015), que se describen a continuación.

Manejo de conceptos geométricos. Consideran que el manejo de conceptos geométricos está compuesto por algunos apartados: *conocer formas y figuras*, que implica identificarlas, definir las, construirlas y caracterizarlas; *reconocer y establecer relaciones geométricas*, que consiste en apreciar cualidades de las formas y los cuerpos geométricos; *la ubicación y los movimientos* como la capacidad para situar los elementos en el espacio y en el plano, realizar movimientos e identificar elementos invariantes y regularidades; y *la orientación espacial* entendida como la capacidad para comprender cómo se disponen los elementos en el espacio y no confundirlos. La mayor fortaleza del sentido espacial consiste en la conexión entre las componentes como se expresa en la figura 1.

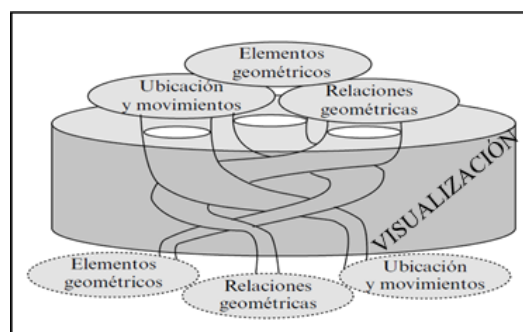


Figura 1. Conexión entre los conceptos geométricos. (Flores et al., 2015, p.134)

Metodología

La investigación se caracteriza por el enfoque cualitativo de carácter descriptivo y su diseño metodológico corresponde a un análisis de contenido que estudia el significado e interpretación de un mensaje y permite analizar el contenido latente en un texto


(Krippendorff, 1990). En educación matemática, se emplea como método para investigar los diversos significados escolares de los conceptos y procedimientos matemáticos que aparecen en un texto (Rico, 2013), en nuestro caso en las evaluaciones escritas de los docentes y las estandarizadas que ofrece PISA.

La selección y recolección de *las actividades analizadas en este estudio* implica dos procesos. La recolección de las actividades liberadas por PISA en 2003 y 2012, mediciones en las que Uruguay participa y el dominio es la cultura matemática. La recolección y selección de las actividades de aula de 1º de bachillerato, en ese nivel se encuentran la mayoría de los alumnos con 15 años, corte etario de la evaluación de PISA.

Las actividades liberadas de PISA, referidas al contenido espacio y forma son sólo siete. Las tres de 2003 llevan por título: escalera, dados y carpintero (ANEP, 2004); y las correspondientes a 2012 son cuatro: garaje (pregunta 1 y 2) y puerta giratoria (pregunta 1 y 2) (ANEP, 2013). Las nombramos con las iniciales y números de sus títulos, **E, D, C, G1, G2, PG1, PG2**, respectivamente. En la figura 2 se presenta la actividad de los dados.

Pregunta 2

A la derecha hay un dibujo de dos dados.

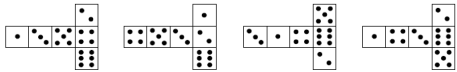


Los dados son cubos especiales con números, para los cuales se aplica la siguiente regla:

El número total de puntos en dos caras opuestas siempre suma siete.

Puedes hacer un dado cortando, doblando y pegando cartón. Esto puede hacerse de varias maneras. En la figura de abajo se muestran cuatro modelos que pueden usarse para hacer dados, con puntos en sus caras.

¿Cuál(es) del(de los) siguiente(s) modelo(s) puede(n) doblarse para formar un dado que respete la regla de que la suma de los puntos en caras opuestas es 7? Para cada modelo, encierra en un círculo según sea "Sí" o "No" en la tabla a continuación.



Modelo	¿Respete la regla "la suma de los puntos en caras opuestas es 7"?
I	Sí/No
II	Sí/No
III	Sí/No
IV	Sí/No

Figura 2. Dados. Actividad PISA 2003

Para la recolección de las actividades de aula, en 1º de bachillerato se seleccionan las actividades de evaluación correspondientes al contenido curricular de geometría, por tanto, actividades que evaluarán el aprendizaje de los lugares geométricos (CES, 2010).

Se solicita a la dirección de una institución privada del centro de Montevideo el acceso a las evaluaciones realizadas por los cuatro profesores de 1º de bachillerato del año lectivo 2020. Las actividades de aula fueron planteadas en un período de clase en modalidad presencial y corresponden al contenido referente a lugares geométricos (CES, 2010).

Nuestro interés está en el sentido espacial, evitando las inclusiones de aspectos relacionados con la medida de magnitudes geométricas, así para la selección se tuvo en cuenta que la solución de la actividad no fuera una medida, sea como cantidad de longitud, superficie o volumen, como de amplitud de ángulo. Además, se selecciona solo una de las que teniendo igual enunciado, cambian los valores de los datos proporcionados. Se tiene acceso a 24 actividades de evaluación de aula y son nueve las seleccionadas. Las nombramos con la inicial de la palabra actividad seguida de un número: **A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8 y A9**. Un ejemplo de las actividades de aula se muestra en la figura 3.

Actividad 3

Indica con un color todos los puntos del plano que ven al segmento AB bajo un ángulo de 60° y están más cerca de B que de A.



Figura 3. Actividad de aula

En síntesis, las actividades de evaluación consideradas como sujetos de análisis en este estudio son 16. Las siete actividades liberadas de PISA en 2003 y 2012 con dominio la cultura matemática, en el contenido espacio y forma y las nueve actividades de aula en torno al contenido lugares geométricos, propuestas por docentes de 1º de bachillerato.

La producción de datos. El trabajo abarca dos tipos de dimensiones de estudio: características de las actividades, y componentes del sentido espacial requeridos para resolverlas. Para la primera dimensión se examinan las características de los enunciados y los procesos de resolución de las actividades. Mientras que para las componentes del sentido espacial se realiza la resolución amplia y detallada por parte de los investigadores, de cada una de las 16 actividades sujetos del estudio. Las resoluciones fueron sometidas a la mirada de una persona experta y calificada que permitió agregar nuevas resoluciones.

Los procedimientos que no conducen a encontrar la solución de las actividades no fueron considerados porque no atienden a los objetivos del estudio. Los alumnos de 1º de bachillerato resuelven a lápiz y papel las actividades de los docentes de aula, no fueron propuestas para ser resueltas por medio de programas de geometría, como GeoGebra.

Determinación de las categorías de análisis. Las categorías de análisis buscan ajustarse a los objetivos planteados. Una de las categorías atiende las características destacables de las actividades. En relación con la componente del sentido espacial, este trabajo se limita

a una categoría, el manejo de los conceptos geométricos, si bien en la investigación original también se considera, las habilidades de visualización.

Para cada una de las categorías se establecen las subcategorías que fueron descritas y definidas en el marco teórico. Para la categoría, características destacables de las actividades, se plantean subcategorías: contexto, tipología, forma del enunciado y nivel de complejidad. Mientras que para la categoría manejo de conceptos geométricos se definen cuatro subcategorías: conceptos de las figuras, propiedades de las formas, relaciones geométricas, ubicación y movimientos, y orientación espacial.

Descripción del análisis. El análisis se realiza a partir de las diferentes resoluciones de las 16 actividades que forman parte de esta investigación. La mirada está puesta en identificar en cada paso de la resolución, los componentes del sentido espacial requeridos al estudiante de 1º de bachillerato en el momento que las resuelve.

Para todas las actividades se confeccionan tablas, corresponde a este estudio sólo las referidas a las dos categorías, características de las actividades y manejo de conceptos geométricos, con sus correspondientes subcategorías. Los análisis fueron puestos en consideración, recibieron agregados y correcciones de parte de dos docentes externos.

Resultados

Para la presentación de los resultados se elaboran dos tablas que sintetizan la información acerca de las características de las actividades (ver tabla 2) y el manejo de conceptos geométricos (ver tabla 3), que fueron definidos en el marco teórico.

Características de las actividades de PISA. La tabla 2 sintetiza la información acerca de las características que presentan las actividades liberadas por PISA. En relación con *el contexto*, cuatro de las actividades propuestas se presentan en un contexto laboral, dos en un contexto científico y solo una se considera en un contexto personal. Los datos brindados en *el enunciado* de la actividad, todas se clasifican en forma esquemática dado que en los esquemas, diseños o dibujos se brinda información relevante para la resolución y en tres de las actividades en su esquema se agregan datos irrelevantes; una de las tareas además se categoriza en forma de texto porque proporciona datos relevantes para la solución, las otras donde hay texto, los datos no son relevantes.

Actividad	Contexto	Datos del enunciado	Tipología de tarea	Complejidad
C	Laboral	Esquemática	Problema	Conexión

E	Laboral	Esquemática con datos irrelevantes.	Ejercicio	Reproducción
D	Personal	Texto. Esquemática.	Problema	Conexión
G1	Laboral	Texto irrelevante. Esquemática.	Problema	Conexión
G2	Laboral	Esquemática con datos irrelevantes.	Problema	Reflexión
PG1	Científico	Esquemática con datos irrelevantes.	Problema	Reflexión
PG2	Científico	Texto irrelevante. Esquemática.	Problema	Reflexión

Tabla 2. Características en actividades de PISA

En relación con *la tipología* de tarea, seis actividades se consideran problemas porque le implican un reto al estudiante, para encontrar la solución debe examinar procedimientos que no le son accesibles, sólo una es considerada un ejercicio porque el estudiante conoce un método para encontrar la solución. Mientras que, con relación a *la complejidad cognitiva*, tres de las actividades, se consideran en niveles de conexión, en tanto que exigen resolver problemas no rutinarios, algunas de ellas tienen una mayor demanda de interpretación de los datos; otras tres exigen un nivel de reflexión en tanto que se precisa deducir los elementos para acceder a la resolución; en una de las actividades la complejidad es de reproducción, se emplea un algoritmo conocido, la división, para encontrar la solución.

Manejo de conceptos geométricos en las actividades de PISA. Todas las actividades requieren en su resolución conocer conceptos de algunas figuras geométrica en dos y tres dimensiones tales como triángulo, rectángulo, paralelogramo, cubo, prisma, ángulos, distancia y medida entre otros. A la vez requieren del empleo de las propiedades de las formas tales como perímetro, área y teorema de Pitágoras. En todas están implicadas las relaciones geométricas tales como paralelismo entre lados y entre planos, perpendicularidad entre lados y entre planos, amplitud de un sector de circunferencia y ángulos entre otras. La ubicación y los movimientos se requieren en cuatro actividades, mientras la orientación se emplea en cinco de las siete actividades.

Características de las actividades de aula. Se sintetiza la información de las características de las nueve actividades de aula que los docentes consideran al momento de proponer una evaluación en geometría. En relación con *el contexto*, todas las actividades son propuestas en un contexto científico en tanto que presentan situaciones abstractas. *El enunciado* de todas las actividades se caracteriza por la forma de texto, un texto breve que sólo contiene información relevante; cuatro de ellas presentan forma esquemática sobre la que se debe trabajar para resolverlas; además en todas las actividades, la información brindada es necesaria, no hay datos irrelevantes.

Con relación a *la tipología* de tarea, todas las actividades se consideran problemas, el estudiante debe examinar los procedimientos que dispone y combinarlos, en ningún caso con un solo procedimiento es suficiente, además debe hacer trazados con regla y compás para arribar a la solución. La *complejidad cognitiva* que presentan todas las actividades es de un nivel de conexión. Exigen establecer relaciones entre la información brindada y los datos requeridos para reconocer los lugares geométricos que le fueron presentados en el curso. En el enunciado se presentan diferentes elementos que permiten reconocerlos, además exige conocer los procedimientos para obtenerlos. Tal vez el más sencillo de identificar por sus elementos sea la circunferencia y el más complejo el arco capaz.

Manejo de los conceptos geométricos en las actividades de aula. Todas las actividades de aula son de construcción geométrica, requieren conocer conceptos de lugares geométricos: circunferencia, círculo, mediatriz, bisectriz, paralelas, paralela media y arco capaz, además de distancia, medida, ángulos, triángulos, paralelogramos y trapecios entre otros.

Propiedades de las formas. Todas estas actividades requieren del empleo de las propiedades que cumplen todos los puntos del plano que están en los respectivos lugares geométricos, por ejemplo, la equidistancia entre rectas exige pensar en distancias como medida de segmentos perpendiculares a ambas rectas, trazados desde cada punto de estas para obtener la paralela media o la bisectriz.

Relaciones geométricas. En la resolución de las actividades están implicadas las relaciones geométricas, todas las soluciones requieren interceptar lugares geométricos. Identificar los puntos que cumplen dos condiciones a la vez que no aparecen en el enunciado. Buscar los puntos que se encuentran, más cerca de un punto que de otro y en un arco capaz. A3 es una de las actividades de aula con menor habilidades espaciales requeridas.

Ubicación y movimientos. La ubicación y los movimientos se requieren en ocho de las nueve actividades. Algunos ejemplos de los conocimientos requeridos son: establecer posiciones relativas de segmentos de bisectrices en relación con un círculo, asociar la medida de la altura de un triángulo a la distancia entre rectas paralelas y la distancia del circuncentro a un vértice como el radio de una circunferencia con centro el vértice.

Orientación. Cinco de las nueve actividades requieren orientación para determinar la solución, las que solicitan construir triángulos y trapecios, ya que encontrar los vértices

exige la intersección de dos lugares geométricos que, en general, tiene más de un punto en la solución, de ese modo se tiene que seleccionar qué punto obtenido se corresponde con qué vértice de la figura solicitada.

Diferencias y semejanzas en las características. Se profundiza en algunas semejanzas y diferencias que se han encontrado en las características de las actividades de evaluación en geometría propuestas en el aula y en PISA. En cuanto a *los contextos*, se podría generalizar que las actividades de PISA del estudio se contextualizan en situaciones laborales, mientras las de aula son en contextos científicos.

En atención a los datos del *enunciado*, todas las actividades salvo en tres de las propuestas por PISA presentan medidas en sus datos. La diferencia está en las respuestas solicitadas, son cuatro las actividades de PISA que solicitan una medida por respuesta; mientras que en las actividades de aula las medidas son una mediación para la construcción solicitada. Otra diferencia es la aparición en los enunciados de PISA de datos irrelevantes mientras que en las actividades de aula todos los datos son necesarios para obtener la solución.

En relación con *la tipología* de tarea, la mayoría de las actividades analizadas se corresponden con ser un problema, sin embargo, es oportuno señalar que las estrategias para encontrar la solución son diversas. Tres de las siete actividades de PISA requieren identificar respuestas, mientras que en todas las actividades de aula se requiere construir, la solución se obtiene si se conocen los procedimientos y si se logran los trazados.

En cuanto al nivel de *complejidad cognitiva*, son sólo tres de las 16 actividades analizadas en el nivel de reflexión, que se corresponden con las de PISA, en todas se solicita una medida por respuesta y en dos de ellas es preciso conocer un algoritmo directo de resolución. Sin embargo, las actividades de aula exigen un nivel de conexión, que supone cierto grado de comprensión de los datos, ya que los lugares geométricos no se citan en el enunciado, se debe comenzar por seleccionar cuál de los posibles es necesario utilizar, conocer su procedimiento de obtención y combinarlo con otro para determinar lo solicitado.

Diferencias y semejanzas en el manejo de los conceptos geométricos. De los datos presentes en la tabla 3, que señala ausencia o presencia del manejo de los conceptos geométricos en la resolución, todas las actividades analizadas, tanto las de aula como las de PISA, requieren conocer conceptos y propiedades, y hacer uso de las relaciones

geométricas; en menor medida es necesario la ubicación, el uso de los movimientos y la orientación para obtener la solución.

Manejo de conceptos geométricos	C	E	D	G	G	PG	PG	A	A	A	A	A	A	A	A	A
				1	2	1	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Conceptos de las figuras	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Propiedades de las formas	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Relaciones geométricas	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Ubicación y movimientos			x	x		x	x	x	x			x	x	x	x	x
Orientación		x	x	x	x		x		x		x			x	x	x

Tabla 3. Manejo de conceptos geométricos en actividades de PISA y de Aula

Conclusiones

De acuerdo con los resultados se pueden establecer algunas dimensiones en las que se asemejan y se diferencian las actividades propuestas en PISA y en el aula. En relación con las semejanzas, todas las actividades menos una son problemas, de acuerdo con la clasificación de Castro y Ruiz (2015). Ambas evalúan a través de las actividades propuestas el manejo de los conceptos geométricos, en sus distintos apartados: las propiedades, las relaciones geométricas, la ubicación y los movimientos, y la orientación (Flores et al., 2015) y de este modo se cumple con algunos de los aspectos planteados en el NCTM (2000) acerca de la evaluación en geometría que pretende que el estudiante pueda analizar propiedades y explorar relaciones entre objetos, entre otros.

Las diferencias encontradas en las actividades propuestas por PISA y por los docentes en el aula parecieran ser mayores que las semejanzas. A partir de los resultados se puede concluir que una de las diferencias se encuentra en los niveles de complejidad, las actividades de aula requieren un desempeño de conexión, mientras que las actividades de PISA abarcan los tres niveles: reproducción, conexión y reflexión (Caraballo et al., 2011). Otra diferencia entre las actividades viene dada por el contexto, en su mayoría las de PISA presentan un contexto laboral, mientras que todas las de aula un contexto científico.

Otra diferencia son los datos del enunciado (Arévalo, 2009), las actividades de PISA priorizan la representación esquemática de la información o a través de textos largos, en ambos casos con aparición de datos considerados irrelevantes. Las actividades de aula, por el contrario, son textos breves con esquemas, que solo presentan información necesaria.

De manera general, las evaluaciones escritas de los docentes uruguayos no son sustancialmente diferentes de las actividades propuestas en las mediciones de PISA, si bien se diferencian en su formulación, en la presentación del enunciado y el contexto, y en los niveles de complejidad. Pareciera ser esta una de las causas de que el estudiante promedio uruguayo alcance el nivel uno de desempeño, por debajo del nivel básico de competencia definido por PISA.

Referencias bibliográficas

- ANEP. (2004). *La evaluación de la “cultura matemática” en PISA 2003. Marco conceptual y actividades de las pruebas*. Gerencia de Investigación y Evaluación.
- ANEP. (2013). *Uruguay en PISA 2012*. Gerencia de Investigación y Evaluación.
- ANEP. (2017). *Marco Curricular de Referencia Nacional (MCRN). Una construcción colectiva*. ANEP.
- Alsina, C., Burgués, C y Fortuny, J.M. (1997). *Invitación a la didáctica de la geometría* (4ª Ed.). Síntesis.
- Arévalo, M. (2009). Comprensión de enunciados de problemas matemáticos. *Respuestas*, 14 (2), 5-10.
- Caraballo, R.M., Rico, L. y Lupiáñez, J.L. (2011). Pruebas autonómicas de diagnóstico para evaluar la competencia matemática en educación secundaria. En M. Marín, G. Fernández García, L.J. Blanco y M. Palarea (Coords.), *Investigación en educación matemática XV*, (pp. 307-318). SEIEM.
- Castro, E. y Ruíz, J.F. (2015). Matemáticas y resolución de problemas. En P. Flores y L. Rico (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria* (pp. 89-106). Pirámide.
- CES. (2010). *Programa de matemática primer año. Bachillerato, reformulación 2006, ajuste 2010*. ANEP.
- CES. (2020). *Orientaciones vinculadas con la evaluación de los aprendizajes: la calificación*. ANEP.
- Diezmann, C. y Lowrie, T. (2009). Primary students’ spatial visualization and spatial orientation: an evidence base for instruction. En M. Tzekaki, M. Kaldrimidou y H. Sakonidis, (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, (pp. 417-424). PME.
- Fernández, T. (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). SEIEM.
- Flores, P., Ramírez, R. y del Río, A. (2015). Sentido Espacial. En P. Flores y L. Rico (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria* (pp. 127-146). Pirámide.

- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference, 1* (pp. 3-19). Universidad de Valencia.
- Jones, K., y Tzekaki, M. (2016). Research on the teaching and learning of geometry. En Á. Gutiérrez, G. C. Leder y P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp.109–149). Sense Publishers.
- Krippendorff, K. (1990). *Metodología de análisis de contenido. Teoría y práctica*. Paidós.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. NCTM
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM.
- New Jersey Mathematics Coalition (1996). Geometry and spatial sense, Standard 7. En *New Jersey Mathematics Curriculum Framework*, (pp. 209-249).
- Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. En Á. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education. Past, present and future*, (pp.205-236). Sense Publishers.
- Rico, L. (2013). El método del análisis didáctico. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 33, 11-27.
- Santos, L. y Cai, J. (2016). Curriculum and assessment. En Á. Gutiérrez, G. C. Leder y P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*, (pp.153–185). Sense Publishers.
- Stylianou, D. (2001). On the reluctance to visualize in mathematics: Is the picture changing? En M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th PME International Conference, 4*, (pp.225-232). Utrecht University.
- Suurtamm, C., Thompson, D. R., Kim, R. Y., Moreno, L. D., Sayac, N., Schukajlow, S., Silver, E., Ufer, S. y Vos, P. (2016). *Assessment in mathematics education: Large-scale assessment and classroom assessment*. (pp. 27-33). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32394-7>