Las tareas para la clase de matemática: análisis de su demanda cognitiva y formas de implementarlas

Daniela Pagés[1], Verónica Scorza[2]

[1] danielapages@gmail.com. Universidad de la República. Uruguay.

[2] verosco@gmail.com. Consejo de Formación en Educación. Uruguay.

Tema: Formación de profesores y maestros

Modalidad: Taller

Nivel educativo: Secundaria

Resumen: *La selección o el diseño de actividades para la clase constituye un aspecto medular de la tarea docente. Una vez elegida la tarea, cobra importancia pensar la forma en que la presentamos a los estudiantes, y los modos en que promovemos que ellos se involucren en su resolución. En este taller de desarrollo profesional docente presentamos un marco para el análisis de la demanda cognitiva de una tarea para la clase, así como un modelo de prácticas de planificación e implementación de estas, con el fin de sostener su demanda cognitiva potencial. Se presentaron distintos tipos de tareas para analizar su demanda cognitiva, se diseñaron tareas y se discutió en torno a la potencialidad de su demanda cognitiva. Se analizó una tarea en particular, anticipando posibles resoluciones de los estudiantes y se discutió acerca de las conexiones matemáticas que pueden realizarse en la clase, a partir del trabajo de los alumnos.*

Palabras claves: *desarrollo profesional docente, tareas cognitivamente demandantes, discusiones productivas, conocimiento matemático.*

Introducción

Desde la investigación en Educación Matemática se señala que el tipo de tareas que proponemos a nuestros estudiantes determinan, en gran medida, el aprendizaje que estos desarrollan (Doyle, 1988). Las tareas son entonces un aspecto medular de la clase y son importantes para el aprendizaje de los alumnos pues “las tareas transmiten mensajes de lo que son las matemáticas y lo que implica hacerlas” (NCTM, 2000, p. 22). Hiebert y Wearne (1993) señalan que es probable que diferentes tipos de aprendizaje se induzcan dependiendo de los diferentes procesos cognitivos que requieran las tareas que se proponen. Si bien no es fácil determinar exactamente qué procesos aplican los alumnos para realizar las tareas, es esencial analizar y comprender las tareas que se les asignan para entender cómo influye la enseñanza en el aprendizaje.

Por ejemplo, supongamos que a un grupo de estudiantes se le proponen las siguientes tareas:

Tarea 1	Tarea 2
Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} y=300+x \\ y=500+12x \end{cases}$	Estás tratando de decidir cuál de dos planes tarifarios para teléfonos celulares inteligentes convendría más. El plan A cobra una renta básica de \$300 al mes y \$1 por mensaje de WhatsApp. El plan B cobra una renta mensual de \$500 y \$0,50 por mensaje. ¿Cuántos mensajes se necesitaría mandar al mes con el plan B, para que fuese la mejor opción? Justifica tu decisión.

Figura 1: Tareas para la clase (extraída y modificada de NCTM, 2015, p. 21)

Nos preguntamos: ¿Qué similitudes y diferencias se pueden encontrar entre las dos tareas? ¿Qué trabajo le demandaría a un estudiante de tercer año de ciclo básico (14 años) resolver cada una de las tareas? ¿Qué aprendizajes sería posible lograr con una y con la otra?

Estas preguntas nos llevan a introducir el concepto de demanda cognitiva de una tarea que presentaremos y analizaremos en la sección siguiente.

Demanda cognitiva de una tarea

Para este trabajo adoptamos el abordaje realizado por Stein et al. (2000), que analiza el grado de demanda cognitiva de las tareas a proponer en la clase. Por demanda cognitiva los autores entienden "el tipo y nivel de pensamiento requerido de los estudiantes para que se involucren exitosamente en la tarea y la resuelvan" (p. xxiv). De acuerdo con el marco desarrollado por estos autores, llamado Guía de Análisis de Tareas, se pueden distinguir diferentes tipos de tareas, con relación a su nivel de demanda cognitiva: de memorización, de procedimientos sin conexiones, de procedimientos con conexiones y de hacer matemática. Los dos primeros tipos refieren a tareas de bajo nivel de demanda cognitiva y los dos últimos a tareas de alto nivel de demanda cognitiva.

A continuación, presentamos ejemplos de cada uno de los tipos de tareas:

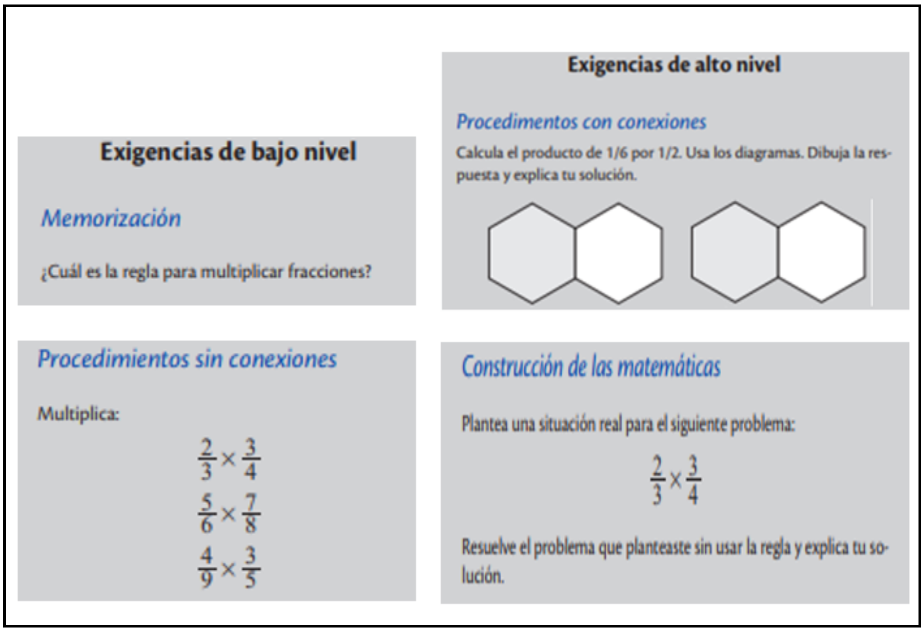

Figura 2: Características de las tareas matemáticas en cuatro niveles de exigencia cognitiva
(modificado de NCTM, 2015, p. 20)

Las tareas del tipo de memorización solo requieren que los estudiantes memoricen hechos, reglas, fórmulas y definiciones ya aprendidas. No son ambiguas ya que para resolverlas solo hay que recordar y reproducir lo ya aprendido. Este tipo de tareas no involucra ningún procedimiento de resolución, como sí lo requieren las tareas de procedimientos sin conexiones que se pueden resolver aplicando procedimientos ya aprendidos. Para lograr tener éxito en las tareas del tipo de procedimientos sin conexiones se requiere poco tiempo y un razonamiento limitado. En general hay poca ambigüedad en relación con lo que hay que hacer o cómo hacerlo, pues lo que hay que hacer para resolverla está explicitado en la consigna (por ejemplo, la tarea 1 de resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas). Se focalizan en obtener respuestas correctas y no requieren de los estudiantes grandes explicaciones, solamente descripciones de lo que hicieron. Sin embargo, las tareas que requieren procedimientos con conexiones centran la atención de los estudiantes en los significados y conceptos que subyacen a los procedimientos necesarios para resolver la tarea. En la resolución de las tareas del tipo procedimientos con conexiones, los estudiantes no pueden utilizar sin sentido un procedimiento aprendido y deben entender qué es lo que están haciendo y poder explicarlo. Es posible que den lugar al uso de diferentes formas de representación y a conectarlas para desarrollar mayor comprensión del problema que están resolviendo (por ejemplo, la tarea 2 de los planes tarifarios). En cuanto a las tareas de hacer matemática, Stein et al. (2000) sostienen que son complejas e implican un nivel alto de exigencia o demanda cognitiva. Para poder resolverlas, requieren que se exploren diferentes caminos pues la tarea no sugiere un camino en forma explícita, predecible o trivial. Esto puede generar un poco de ansiedad en los estudiantes. Los procesos involucrados en este tipo de tareas no son algorítmicos, ni mecanizados, ni irreflexivos. En el proceso de resolución de la tarea es necesario que el estudiante se autorregule, que vaya verificando los resultados que obtiene y que analice las restricciones de la tarea que pudieran limitar las posibles estrategias de resolución y las soluciones de esta. Lograr resolver con éxito una tarea de este tipo puede demandar bastante tiempo de ejecución y esfuerzo.

Diversos factores pueden influir en el mantenimiento o no de la demanda cognitiva de una tarea durante una clase. Entre ellas se señalan las creencias y expectativas que tienen los docentes, las disposiciones y los hábitos de los estudiantes, las normas y prácticas que se establecen en la clase, las restricciones curriculares, la presión por completar el programa, entre otras (Charalambous, 2008).

Análisis de una tarea cognitivamente demandante

Como mencionamos anteriormente, el marco llamado Guía de Análisis de Tareas nos permite analizar el nivel de demanda cognitiva que estas tienen. Las tareas de alto nivel de demanda cognitiva y en particular las de hacer matemática merecen una atención especial. Concretamente, una de las tareas con las que trabajamos en el taller es, además, una tarea de final abierto (Zaslavsky, 1995) que fue diseñada modificando una tarea cerrada propuesta en un libro de texto para alumnos de primer año de ciclo básico (12 años). Las tareas de final abierto, en oposición a las estándar o cerradas (con una sola respuesta correcta), son aquellas que, aún basadas en contenidos familiares del currículo, admiten múltiples respuestas correctas. Consideramos que las tareas abiertas son tareas del tipo de hacer matemática. Esta consideración se basa en las reflexiones de Scorza (2016) con relación a una intervención didáctica realizada con profesores trabajando con tareas de final abierto:

> Los profesores participantes lograron reconocer en las tareas de final abierto potencialidad para instaurar en el aula una metodología de trabajo que emule la actividad del matemático en cuanto a que con ellas se fomenta la exploración, la discusión, la argumentación y la validación. Reconocieron también que con este tipo de tareas se

fomenta el trabajo autónomo y en equipo de los estudiantes y que permiten que todos tengan la oportunidad de aportar algo como solución a las mismas. (p. 56)

A los participantes del taller se le presentaron las siguientes tareas y se analizó su potencial demanda cognitiva a la luz del marco de Stein (2000) y se anticiparon posibles resoluciones de la tarea 2 ubicándose en un grupo de tercer año de ciclo básico (14 años).

Tarea 1	**Tarea 2**
Calcula el perímetro de un triángulo isósceles del que se sabe que un lado mide 7 cm y otro mide 5 cm. (Modificada de Da Costa y Scorza, 2011, p. 125)	De un triángulo isósceles se sabe que su perímetro es de 17 cm. ¿Cuáles podrían ser las medidas de sus lados? (Modificado de Da Costa y Scorza, 2011, p.125)

Figura 3: Comparación de tareas (Tomado de Pagés y Scorza, 2022, p. 56)

Los participantes reconocieron la tarea 2 como potencialmente de alta demanda cognitiva, y del tipo de hacer matemática, argumentando que da lugar a la construcción de un nuevo conocimiento matemático: la desigualdad triangular. Algunas de las resoluciones que anticiparon[3] fueron las siguientes:

1) Los alumnos hacen dibujos para representar el problema y en los lados del triángulo escriben sus posibles medidas (algunas correctas y otras no, en el sentido de la posibilidad de construir el triángulo representado).

2) Los alumnos arman una tabla con tres columnas, cada una de ellas representando la medida de cada lado, y expresan la suma de esas medidas para verificar que sea 17 (al igual que el caso anterior, algunas son correctas y otras no).

3) Los alumnos expresan relaciones en lenguaje algebraico, por ejemplo,

$x + x + y = 17$.

4) Los alumnos escriben que hay muchas posibilidades para las medidas de los lados del triángulo pero que no todas iban a "servir".

Diseño de los cuatro tipos de tareas

Se propuso la siguiente actividad a los participantes del taller.

[3] Para ver más estrategias de resolución de la tarea, consultar Pagés y Scorza (2022, pp. 64-66)

Elijan un tema cualquiera de alguno de los tres cursos de ciclo básico (12 a 14 años) y diseñen cuatro tareas, una de cada tipo que presentamos, es decir, una de cada nivel de exigencia cognitiva.

Para diseñarlas pueden, si lo desean, seleccionar una tarea de un texto y realizarle las modificaciones necesarias para convertirla en cada tipo.

Resuelvan cada tarea que diseñen y justifiquen por qué cada tarea es de cada tipo.

A continuación presentamos las producciones de uno de los grupos, que se centró en el concepto de mediatriz de un segmento. Presentaron las siguientes tareas:

Tarea de *memorización*: Define mediatriz de un segmento.

Tarea de *procedimientos sin conexiones*: ¿Cuáles de estos dibujos representa la mediatriz de un segmento?

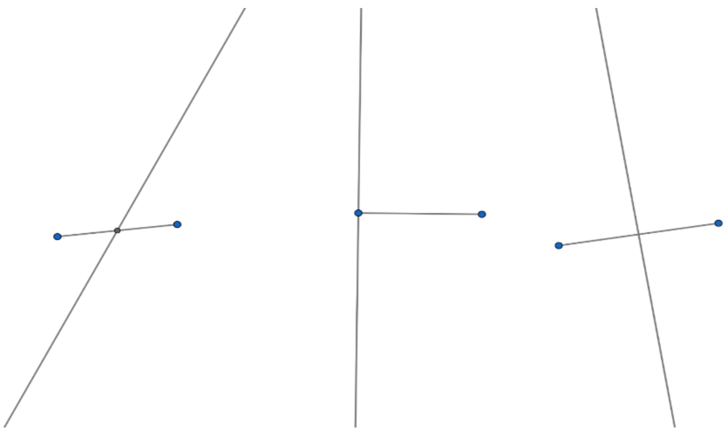

Fig. 4 Tarea de procedimientos sin conexiones (elaborada por un grupo de participantes al taller)

Tarea de *procedimientos con conexiones*: Busca puntos que equidistan de tres puntos dados no alineados.

Tarea de *hacer matemática*: Formula un problema que, en su resolución, involucre el uso de la mediatriz de un segmento.

Las discusiones durante la puesta en común de esta actividad giraron en torno a los siguientes aspectos.

Con respecto a la primera tarea planteada, hubo acuerdo en que era de *memorización*, aunque los estudiantes podrían evocar alguna de las definiciones correctas de mediatriz de un segmento, o alguna incorrecta.

La clasificación de la segunda tarea como de *procedimientos sin conexiones* generó discusión. Se planteó que los estudiantes, si elegían la primera representación, solo estarían evocando la propiedad del punto medio de un segmento de pertenecer a su mediatriz. Si seleccionaban la segunda representación, estarían evocando solamente la perpendicularidad entre la mediatriz y el segmento. La selección de la tercera representación se conectaba con la definición de mediatriz de un segmento como la perpendicular a este en su punto medio. De todos modos, los asistentes opinaron mayoritariamente que la tarea era de *procedimientos con conexiones*.

Con respecto a la tercera tarea presentada, hubo quien estuvo de acuerdo que era de *procedimientos con conexiones* en tanto para resolver la tarea se debe evocar no solo la definición de mediatriz de un segmento (como lugar geométrico) sino un procedimiento de cómo construirla. Además de conectar tal vez con el concepto de circuncentro de un triángulo. Pero también hubo quien cuestionó su pertenencia a esta categoría, entendiendo que podría ser clasificada como una tarea de hacer matemática, en tanto de la consigna de la tarea no se evidencia un camino evidente de resolución. Consideraron, además, que la palabra "equidista" parece no ser suficiente para evocar los conceptos y procedimientos que permiten resolver la tarea con éxito.

Otro aspecto que dio lugar a discusión fue que las figuras representadas no incluían los nombres de los puntos, la información sobre la perpendicularidad (en el segundo y tercer dibujo) ni el hecho de que el punto de intersección fuera el punto medio del segmento (para el caso de la tercera representación). Además se discutió que si los estudiantes evocaban la definición de mediatriz de un segmento como lugar geométricos no podrían reconocer ninguna de las figuras como una representación de la mediatriz de un segmento.

Implementación de una tarea para enseñar matemática en la clase

El análisis de la demanda cognitiva potencial de una tarea no es suficiente para garantizar que los estudiantes aprenderán los conceptos matemáticos que se pretenden enseñar a través de su resolución. Stein et al. (1996) estudiaron cómo se modifica una tarea, luego de que el docente la selecciona o diseña, cuando esta es presentada a los estudiantes (fase de lanzamiento), o durante el tiempo que los estudiantes trabajan con ella (fase de implementación). A este respecto, los autores señalan que una tarea que tiene una alta demanda cognitiva potencial puede declinar durante cualquiera de estas dos fases. Por ejemplo, porque los estudiantes demandan al docente que les dé pistas o indicaciones de cómo proceder, o porque el docente proporciona ayuda a los alumnos a partir de no desear que se sientan frustrados al enfrentarse a la tarea. Estos aspectos, en particular, hacen a las interacciones en la clase. (Pagés, 2015)

Si consideramos las fases en las que "vive" una tarea cuando esta es llevada a la clase, las acciones y decisiones del docente resultan muy relevantes. Es por esto por lo que consideramos importante promover, como una forma de planificar y gestionar una clase, un conjunto de prácticas que generen discusiones productivas, de lograr mantener, e incluso aumentar, la demanda cognitiva de una tarea implementada en la clase, con el fin de enseñar determinado conocimiento matemático. Presentamos el marco de cinco prácticas propuesto por Stein et al. (2008), que organizan la planificación del docente, así como sus acciones y decisiones durante la clase.

Una vez seleccionada la tarea que se quiere usar, se lleva adelante la práctica de *anticipar*. La tarea seleccionada se lleva a la clase y se presenta a los estudiantes. Esta etapa los autores la denominan fase de lanzamiento o presentación. Durante la fase de trabajo de los estudiantes con la tarea, que denominan fase de implementación, se dan las prácticas de *monitorear*, *seleccionar* y *secuenciar*. La última práctica, *conectar*, se da durante la puesta en común. A continuación describiremos cada una de las cinco prácticas.

Anticipar. Consiste en imaginar cómo los estudiantes podrán interpretar y resolver las tareas, las diversas estrategias que utilizarán, las relaciones de estas con los conceptos, procedimientos, representaciones que el docente quiere que los estudiantes aprendan. Esta práctica ayuda a confirmar que la tarea es de alta demanda cognitiva.

Monitorear las respuestas de los estudiantes. Esta práctica, que se desarrolla cuando los estudiantes están trabajando en la tarea, implica identificar su discurso cuando discuten, el potencial de aprendizaje matemático de sus estrategias o representaciones. El docente formula preguntas para evaluar el pensamiento de los estudiantes.

Seleccionar intencionalmente respuestas de estudiantes para mostrarlas en la puesta en común. Seleccionamos estudiantes de quienes conocemos sus resoluciones para obtener diversidad en cuanto a la matemática presente en estas. Esto hace más probable que las ideas matemáticas importantes sean tratadas efectivamente en la clase y no se pierdan durante la puesta en común.

Secuenciar intencionalmente las respuestas de los estudiantes. Elegir en qué orden presentarán sus producciones los distintos grupos o estudiantes permite maximizar las posibilidades de cumplir con los objetivos de la clase. Un ejemplo de esto es que estudiantes que resolvieron la tarea por un camino mayoritario, sean los que explican primero, dejando para después estrategias más sofisticadas. O también, se puede elegir comenzar con la discusión de una estrategia basada en un razonamiento erróneo.

Conectar las ideas de los estudiantes. Consiste en ayudar a los estudiantes a establecer conexiones matemáticas entre las resoluciones o representaciones que utilizan y a que visualicen que una misma idea matemática puede sostener distintas estrategias de resolución. También podemos pedir comparar la eficiencia de un abordaje u otros, para resolver diferentes problemas.

Estas cinco prácticas permiten ordenar el trabajo de planificación de los docentes. En primer lugar, *anticipar* las posibles resoluciones de los estudiantes ayuda a seleccionar tareas de alta demanda cognitiva potencial. En segundo término, el *monitoreo* auxilia al docente a comparar su anticipación con las producciones reales en la clase. Las prácticas de *seleccionar* y *secuenciar* ordenan la discusión durante la puesta en común. No son prácticas aisladas, sino que se interrelacionan y retroalimentan entre sí, como lo indica el modelo presentado por Stein et al. (2008).

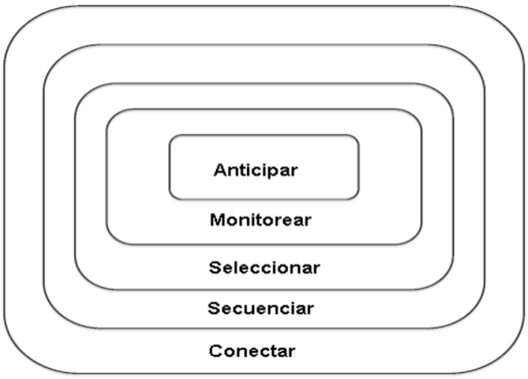

Figura 5: Diagrama esquemático de las cinco prácticas (Stein et al., 2008, p. 322)

Como lo señalan Stein et al. (2008, p. 322): “Creemos que estas prácticas, en conjunto, contribuyen a aumentar la probabilidad de que los profesores sean capaces de utilizar las respuestas de los alumnos para avanzar en la comprensión matemática de toda la clase”.

A modo de cierre

En este taller invitamos a los asistentes a reflexionar sobre las tareas que llevamos a la clase de matemática, a partir de la clasificación que ofrecen Stein et al. (2000), así como la guía que proponen para ubicar una tarea en cierta categoría. Pensamos que la consideración de la demanda cognitiva de una tarea es una herramienta muy potente, tanto para los docentes y formadores, como para los futuros docentes.

Sin embargo, como ya dijimos, una tarea puede ser potencialmente de alta demanda cognitiva y declinar en el transcurso de la clase. Un aspecto esencial para mantener la demanda cognitiva de una tarea se vincula con las normas sociales y sociomatemáticas que se establecen en la clase (Yackel y Cobb, 1996). Las primeras se vinculan con los roles que los docentes promueven que los estudiantes desempeñen. Por ejemplo, que solo escuchen y repitan, o que hagan preguntas, expliquen su pensamiento, justifiquen sus resoluciones. Las normas sociomatemáticas, en tanto, tienen que ver con negociar en la clase, por ejemplo, cuándo una solución o una justificación es matemáticamente correcta. Los dos tipos de normas implican diversos niveles de demanda cognitiva para el abordaje de las tareas en la clase.

En el taller discutimos también las cinco prácticas que presentan Stein et al. (2008) para la implementación en la clase de tareas de alta demanda cognitiva potencial. Consideramos que constituyen un instrumento muy importante para el desarrollo profesional de los docentes, ya que permiten reflexionar más profundamente sobre las tareas que proponemos, así como enfocarnos en el pensamiento que desarrollan los estudiantes.

Referencias bibliográficas

Charalambous, Ch. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the unfolding of tasks in mathematics lessons: integrating two lines of research. En O. Figueras, J. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX*. Vol. 2 (pp. 281 - 288). México: CINVESTAV-UMSNH

Da Costa, S., y Scorza, V. (2011). *Matemática 1*. Prácticas Santillana. Ediciones Santillana S.A.

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist, 23* (2), 167-180.

Hiebert, J. y Wearne, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students´ Learning in Second-Grade Arithmetic. *American Educational Research Journal, 30* (2), 393-425.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Recuperado de https://www.rainierchristian.org/NCTM_principles-and-standards-for-school-mathematics.pdf

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2015). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito de todos* (D. Garmendia, Trad.). Reston: 3D Editorial.

Pagés, D. (2015). *Los profesores de matemática en formación en Uruguay: un análisis de las interacciones en la clase de su práctica docente*. (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, México.

Pagés, D. y Scorza, V. (2022). Las tareas de alta demanda cognitiva. Cinco prácticas para implementarlas en la clase de matemática. En C. Ochoviet y M. Olave (comps.), *Diseño de tareas y prácticas de enseñanza de la matemática: aportes desde la investigación.* Colección Didáctica de la Matemática. Editorial Contexto.

Scorza, V. (2016). *Las tareas de final abierto y su potencial para la enseñanza de la matemática en la formación de profesores* (Tesina de diploma no publicada). Consejo de Formación en Educación de la ANEP-Universidad de la República. Montevideo, Uruguay.

Stein, M. K., y Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation, 2* (1), 50-80.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., y Silver, E. A. (2000). *Implementing Standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.

Stein, M., Engle, R., Smith, M., y Hughes, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10* (4), 313 – 340.

Yackel, E. y Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, 458-477.

Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers´ professional development. *For the Learning of Mathematics, 15* (3), 15-20.