

Actividades lúdicas para el aprendizaje de operaciones con números enteros

Elena Freire Gard¹, Claudia Castillos², Lucas Bentancur³

¹ efreire@docente.ceibal.edu.uy. Instituto de Profesores Artigas. Uruguay

² claudia.castillos@docente.ceibal.edu.uy. Liceo Cagancha, n°30. Uruguay.

³ lbentancur@docente.ceibal.edu.uy. Liceo técnico los Pinos. Uruguay.

Tema: Números enteros.

Modalidad: Virtual

Nivel educativo: Ciclo Básico de Educación Secundaria. Actualmente: Educación Básica Integrada (EBI)- tramo 5- ANEP

Resumen: *Esta investigación reporta los resultados obtenidos al implementar actividades lúdicas para el aprendizaje de operaciones con números enteros en grupos de 1er año de Educación Secundaria Básica. Para la enseñanza de dicho tema se crearon dos actividades lúdicas. La primera, consta de fichas manipulables para comprender la adición de enteros, inspirada en el modelo de bloques propuesto por Freudenthal (neutralización entre opuestos). Esta actividad permitió que los estudiantes infieran las reglas para sumar números enteros de forma intuitiva y luego formalizarlas. Incluso en un siguiente nivel de este mismo juego se implementó un nuevo dado para introducir la multiplicación de enteros y sus propiedades. La segunda actividad lúdica se inspiró en las cartas Magic y también en el videojuego de Plantas Vs Zombies. Ambas actividades lúdicas propiciaron que los estudiantes realicen conjeturas sobre cómo multiplicar números enteros de diferente o de igual signo y realizar operaciones combinadas. Entre las conclusiones se destaca que se identificaron tres etapas por las que transita el estudiante para lograr el proceso de abstracción que requiere operar con números enteros. El juego favoreció las relaciones interpersonales entre estudiantes, la motivación, como también el desarrollo de la capacidad argumentativa.*

Palabras claves: *operaciones con números enteros, educación secundaria básica, actividades lúdicas para la enseñanza.*

Introducción

El aprendizaje de los números negativos pasa por superar algunos obstáculos epistemológicos y cognitivos. Parada et al. (2013) identifican que una primera dificultad en su enseñanza se produce al presentar este tema en la enseñanza formal en un contexto aritmético, en contraposición al desarrollo histórico de su enseñanza que surgió como necesidad para realizar cálculos algebraicos. Particularmente, el aprendizaje de los números enteros requiere que los estudiantes posean cierta madurez cognitiva (11-12

años) y que se encuentren en un estadio del desarrollo individual que posibilite su comprensión (Fillooy, 1999, citado en Hernández y Gallardo, 2006). Por otra parte, otra dificultad es la falta de aptitud de los estudiantes para manipular y dar sentido a cantidades negativas aisladas y la ausencia de un referente físico que les dé sentido (Glaeser, 1981, citado en Cid, 2000).

Algunas experiencias como las de Castillo Angulo (2014) y Castillo Banda (2019) identifican que los estudiantes experimentan mejoras en el aprendizaje de las operaciones de números enteros cuando tienen la oportunidad de experimentar con objetos manipulativos. Castillo Banda (2019) reporta su investigación en la que utiliza un juego para enseñar números enteros a estudiantes de 12 años. Ella encontró beneficios en el aprendizaje de los estudiantes al utilizar el juego para aprender a sumar números enteros. El juego que utilizó constaba de rondanas de colores, unas para números positivos y otras para números negativos y se reportaron resultados que alientan a crear juegos similares.

Objetivo

El objetivo de esta investigación es analizar las repercusiones en el aprendizaje del tema números enteros al incluir dos actividades lúdicas en grupos de 1er año de educación secundaria (12-13 años).

Propuesta de enseñanza

Los juegos que se diseñaron para aprender operaciones con números enteros se inspiraron en el videojuego: Plantas Vs Zombies. Un primer juego, está orientado al aprendizaje de la suma de números enteros y se fundamenta en la lógica de neutralización de opuestos (según la propuesta de Freudenthal, 1983). La segunda propuesta lúdica es un juego de cartas para realizar operaciones combinadas que involucra “hechizos” como por ejemplo el “convertidor” que multiplica por (-1) el puntaje de cada carta, el “multiplicador” que multiplica por (2) o por (3) los puntos de cualquier combatiente.

Primera actividad lúdica

Se confeccionaron dos formatos del juego. Un primer formato (Figura 1) consta de dos dados y veinticuatro fichas rectangulares (doce con plantas y doce con zombies).



Figura 1. Un formato del juego de plantas y zombies.
Fuente: realizado Claudia Castillos.

Respecto a los dados uno tiene números del 1 al 6 y el otro tiene tres caras con la imagen de un zombie y el signo de - superpuesto y las otras tres caras presentan la imagen de una planta con el signo de + superpuesto. Cada planta representa una unidad positiva y cada zombie una unidad negativa. En este primer formato se confeccionó con cartón un soporte para sostener a las fichas que permite levantarlas cuando haya que mostrarlas y bajarlas cuando salgan del juego.

El segundo formato de la primera actividad lúdica consta de veinticuatro fichas rectangulares, doce con la imagen de una planta con el signo de “+” y doce con la imagen de un zombie y el signo de “-” (Figura 2). En este nuevo formato no hay un soporte que sostenga a las fichas. Además de las fichas se utilizan los mismos dados mencionados en el primer formato del juego.



Figura 2. Segundo formato de la primera actividad lúdica.
Fuente: Elaborado por Lucas Bentancur

Indicaciones para la aplicación de la primera actividad lúdica

El juego se realiza en equipos de estudiantes (por ejemplo, dividir la clase en dos o en pequeños subgrupos). Un integrante de cada equipo tira los dos dados. Luego se miran sus caras superiores y se dejan a la vista las fichas que corresponden a las plantas o zombies, según el número obtenido (Figura 3). Las fichas de plantas y zombies se enfrentan y “combaten”, se recuerda que fichas opuestas se anulan y cuando esto pase quedarán hacia abajo. En ese momento los estudiantes tendrán que calcular cuántas plantas o zombies sobrevivirán. Las fichas que quedan en la mesa ayudarán a identificar el resultado de la suma de números enteros.



Figura 3. Comienza la partida una planta se anula con un zombie, queda pendiente el enfrentamiento de dos plantas con otros dos zombies.

Fuente: Elaboración propia.

Un ejemplo de una jugada al tirar los dados podría ser que salga “+3” que corresponde a tres plantas y “-5” que corresponde a 5 zombies (Figura 4).



Figura 4. A la izquierda se representa el número “+3” y a la derecha se representa el número “-5”.

Fuente: Elaboración de Claudia Castillos.

El estudiante deja a la vista 3 plantas y 5 zombies. Comienza el combate anulándose cada planta con un zombie. Es decir, se anulan 3 plantas con 3 zombies y quedan dos zombies sobrevivientes o sea “-2” es decir que $+3 + (-5) = -2$. El registro de la operación también es parte del aprendizaje del juego, este se asocia a las deducciones que los estudiantes comenzarán a realizar sobre la suma de números negativos entre sí o de un número entero negativo y positivo según su valor absoluto.

La segunda actividad lúdica: juego de cartas con plantas y zombies

Con la intención de continuar el aprendizaje de las operaciones de números enteros se creó una segunda actividad lúdica que correspondió a un juego de cartas. Este consta de dieciséis cartas con plantas y valores desde el +1 al +6 y dieciséis cartas con zombies numeradas desde el -6 al -1. Además, hay dieciséis hechizos, 8 son hechizos de plantas y 8 son hechizos de zombies (Figura 5).



Figura 5. Juego de cartas.

Fuente: Elaboración de Claudia Castillos y Lucas Bentancur.

Además de las cartas se dispone de un dado que se ha construido especialmente para el juego. En cuatro de sus caras hay una biblioteca (dos con el número 2 y otras dos con el número 3). En las dos caras restantes del dado está la imagen de un cementerio, una con el número 3 y otra con la palabra “oponente” y el número 2 (Figura 6).



Figura 6. Imágenes del dado. Desde la izquierda: cementerio 3, cementerio 2, biblioteca 3 y cementerio 3.

Fuente: Elaborado por Claudia Castillos y Lucas Bentancur.

Para comprender el juego nos referiremos a dos términos particulares: *cementerio* y *biblioteca*. El cementerio es el mazo que se forma luego que el equipo ganador levanta de

la mesa las cartas de la mano jugada (mazo de descarte). La palabra “biblioteca” hace referencia al mazo inicial de cartas de cada equipo. Si al tirar el dado sale “biblioteca 2” significa que el jugador extrae dos cartas de su biblioteca y podrá dejar en la mesa hasta dos cartas en esa jugada. Si sale la opción del dado “biblioteca 3” significa que se retiran tres cartas de la biblioteca y se podrán bajar hasta 3 cartas en esa mano. Si sale la opción “cementerio 3” deberán retirar 3 cartas del cementerio propio (en caso de no existir “cementerio” aún, no podrán retirarse cartas nuevas, pero podrán usarse tres de la mano). Finalmente, si sale la opción del dado: “cementerio oponente 2” significa que se retiran dos cartas de la parte superior del cementerio del oponente y se podrán bajar hasta dos cartas en esa mano.

Como se mencionó anteriormente, el juego de cartas dispone de hechizos, estas son cartas mágicas que pueden aplicarse sobre las cartas que están en juego en la mesa. Los hechizos son: *multiplicador* (multiplica por 2 o por 3 los puntos de una carta de la mesa), *convertidor* (multiplica por (-1) los puntos de cualquier carta, convierte una planta en zombie o viceversa) y *anulador* (multiplica por 0 el valor de cualquier carta o agrupación de ellas).

Instrucciones del juego de cartas

Se forman dos equipos (cada uno con 2 o 4 integrantes), un equipo representará a las plantas y el otro equipo a los zombies. Se barajan las cartas y se reparten a cada equipo seis cartas de su biblioteca. A partir de este momento se utilizará el dado que se ha diseñado especialmente para este juego. El primer equipo tira el dado del juego para saber cuántas cartas se extraen. A continuación, pasa a jugar el segundo equipo y se repite el procedimiento anterior. Las cartas se ponen en la mesa de a una, por turnos, un equipo por vez. Al colocar todas las cartas permitidas en la mesa comienza un combate entre plantas y zombies. Cada equipo tendrá la opción de poner en la mesa tantas cartas como indicó el dado, pero no tiene la obligación de jugar todas las cartas permitidas. Luego se realizan las operaciones matemáticas que surgen con las cartas que están en la mesa. Si el resultado final es un número entero negativo quiere decir que ha ganado el equipo de zombies y se le asignará el valor absoluto del resultado de la operación realizada. Por el contrario, si el resultado de la operación fue un número positivo el puntaje se asignará al equipo de plantas. Los puntajes obtenidos por cada equipo se registrarán en una tabla en

la que se escribirán las operaciones realizadas y su resultado. El juego termina cuando se acaban las cartas de la biblioteca de uno de los equipos o luego de 4 rondas.

Para comprender mejor se muestra un ejemplo de una partida en la que en la mesa hay dos grupos de cartas que corresponden a dos términos de una operación (Figura 7). A la izquierda el primer grupo corresponde al primer término, en este las plantas juegan con un +4 y los zombies le aplican un “hechizo anulador”. En el segundo término los zombies jugaron un -3 y las plantas le aplican un “hechizo convertidor”. La operación combinada que surge de la mano sobre la mesa es “ $+4.(0) - 3.(-1) =$ ”. Los jugadores tendrán que decir oralmente cuál es el resultado de la operación.

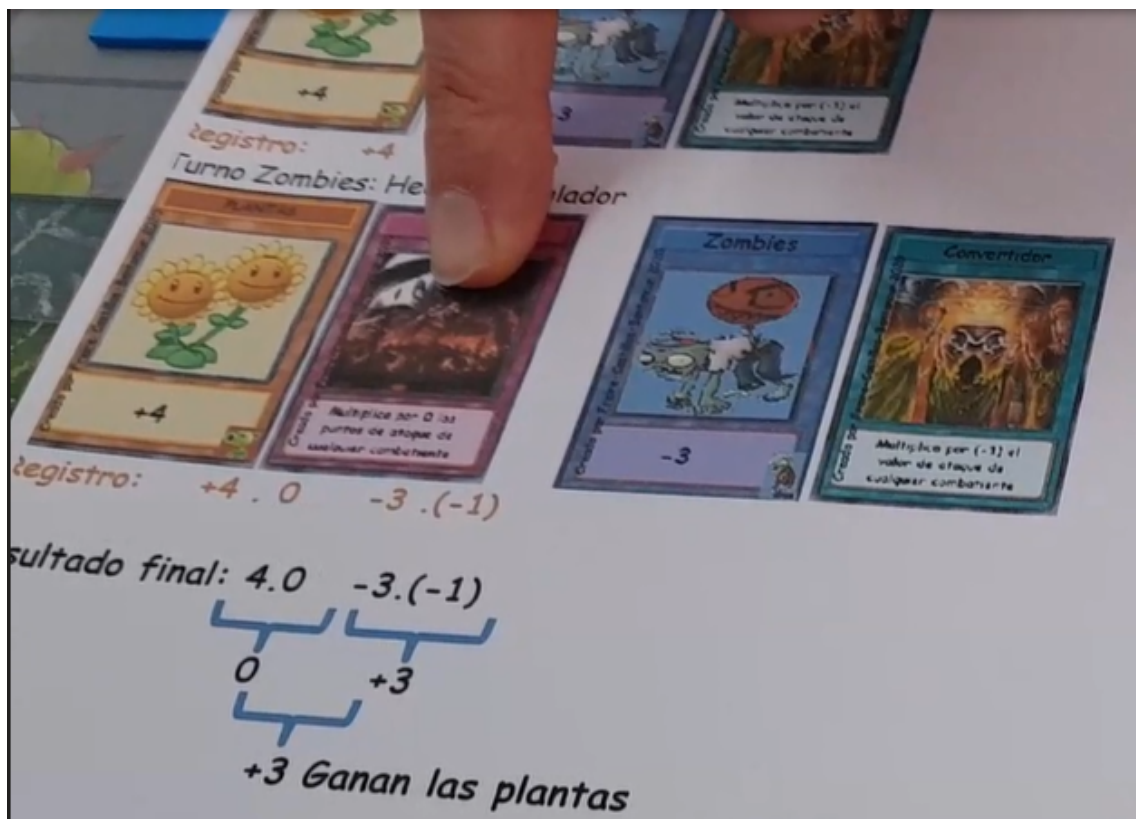


Figura 6. Una partida de cartas como ejemplo para comprender el juego.

Fuente: Elaborado por Claudia Castillos.

Metodología

Esta investigación se enmarca en un enfoque cualitativo según Kilpatrick (1988, citado en Sierra-Vázquez, 2011, p.183), involucra la investigación-acción para resolver problemas concretos que informen y se orienten a mejorar las prácticas pedagógicas del profesor.

La investigación se desarrolla en dos fases, la primera fase corresponde al análisis de clases al implementar las actividades lúdicas. La segunda fase corresponde al análisis sobre la repercusión de los juegos en los aprendizajes.

Entre las técnicas que se utilizaron para desarrollar la investigación se incluye la observación de aula y su análisis luego de la implementación. Los instrumentos utilizados para el registro fueron cámara fotográfica, filmadora y grabadora.

Implementación de las actividades lúdicas

La implementación de la primera actividad lúdica comenzó por la explicación del profesor a partir de un ejemplo. Para vincular el juego con las operaciones se dividió a la clase en subgrupos que jugaron varias partidas. Luego el profesor realizó en el pizarrón el registro de varias partidas. De ese modo los estudiantes comenzaron a observar e inferir algunas propiedades de la adición de números enteros.

En la Figura 7 se muestra una tabla que el profesor hizo en el pizarrón de la clase. En esta se indica que al tirar los dados ha salido el -4 y el $+6$. Teniendo en cuenta que se está utilizando el modelo de bloques de neutralización de opuestos se anula el mismo número de plantas que zombies y posteriormente se obtiene el resultado de la operación “ $-4 + (+6) = +2$ ”. Luego de sucesivas operaciones los estudiantes comienzan a darse cuenta de cómo operar con números enteros y de a poco empiezan a hacerlo sin necesidad de utilizar las fichas del juego.

Equipos	Turno Plantas	Turno Zombies
Plantas vs Zombies	⊖ ⊖ ⊖ ⊖	⊕ ⊕ ⊕ ⊕
1º MANO		⊕ ⊕

⊕ ⊕	+2
$-4 + (+6) = +2$	

Figura 7. Ejemplo de una partida al tirar dos veces el lado.
Fuente: elaboración propia.

Resultados

A partir de la implementación del juego de dados y fichas para el aprendizaje de adición de números enteros y del análisis a posteriori, se identificaron tres etapas principales (Freire, Castillos y Bentancur, 2022) por las que transita el estudiante en el proceso de aprendizaje de dicho tema. Para que el profesor pueda identificar en qué etapa de

aprendizaje se encuentra cada estudiante se confeccionaron tres indicadores que especifican cómo se maneja el estudiante cuando tiene que resolver una adición de números enteros (Figura 8).

Indicador etapa 1	Indicador etapa 2	Indicador etapa 3
El estudiante depende exclusivamente de las fichas para poder sumar números enteros. Necesita ver las fichas agrupadas en plantas y zombies.	El estudiante comienza a desprenderse poco a poco de las fichas y pasa a entender qué operación aritmética debe ejecutar para obtener el resultado de la adición de números enteros y puede justificarlo.	El estudiante deja de lado los objetos manipulativos, lo que implica un nivel de mayor abstracción para sumar números enteros. En esta etapa ya se han incorporado las reglas para sumar números enteros.

Figura 8. Indicadores elaborados para el análisis.

Fuente: Creación propia.

Consideramos que los juegos utilizados repercutieron en mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Una evidencia de esto es la alusión que hacen a las plantas y a los zombies para identificar lo que tienen que hacer cuando suman números negativos o cuando suman números enteros de diferente signo. En estos casos los estudiantes identificaron adecuadamente las condiciones para realizar la suma. Teniendo en cuenta que esta experiencia lleva tres años de aplicación en diferentes grupos de 1er año se están implementando ajustes que optimizan el uso de los juegos.

Respecto de la segunda actividad lúdica una de las novedades que se ha agregado es la inclusión de tablas que facilitan el registro de las operaciones que surgen en la partida de cartas.

En particular la idea de las rondanas de colores (sugerida por Castillo Banda, 2019) o la de asociar a cada unidad positiva un círculo con un signo de más y a la unidad negativa de asociarle un círculo con un signo de menos también fueron recursos que facilitaron la

comprensión de los estudiantes. La Figura 9 muestra un estudiante que está completando una ficha y el registro que hace en la tabla.

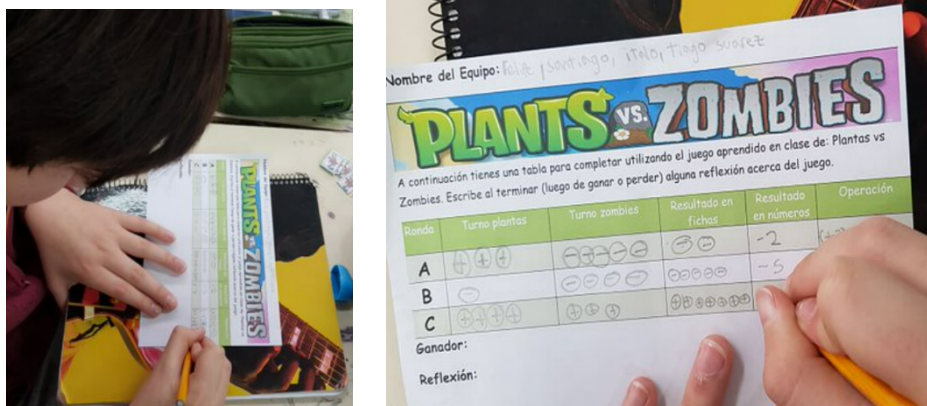


Figura 8. Ficha creada por la profesora Castillos para realizar el registro.
Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

Las actividades lúdicas incrementaron la motivación de los estudiantes porque las mismas posibilitaron comprender la adición y sustracción de números enteros de forma divertida a través de fichas manipulables. A su vez, la inclusión de estos juegos posibilitó que estudiantes no participativos logren involucrarse y realizar valiosos aportes en clase. Este hecho deja en evidencia el carácter potenciador de los juegos para aprender matemática.

La inclusión de los juegos permitió que los estudiantes desarrollen la cooperación entre ellos y el compañerismo al explicar su lógica y a la vez, al ayudar a comprender los resultados obtenidos. Asimismo, propició que los propios estudiantes pudieran realizar deducciones relacionadas a los contenidos mencionados. El primer juego permitió inferir las reglas para sumar números enteros. Con la implementación del segundo juego de cartas se reafirmaron los conocimientos adquiridos y a la vez llevó a que los estudiantes pudieran hacer conjeturas sobre cómo multiplicar números enteros de diferente o de igual signo. Estas deducciones fueron socializadas y luego se institucionalizaron en la clase. A su vez, el juego de cartas permitió reafirmar la resolución correcta de las operaciones combinadas.

Divulgación del juego

Las actividades lúdicas presentadas han tenido un efecto positivo en el aprendizaje de los estudiantes. Por dicho motivo se han divulgado en congresos y también en talleres. Por ejemplo, en febrero de 2022 en el Instituto Profesores Artigas (IPA) se llevó a cabo un

taller de verano (Figura 9) para divulgar entre profesores y estudiantes de profesorado los juegos de fichas y cartas. Se considera que es fundamental divulgar en la comunidad matemática de profesores este tipo de actividades que tienen un gran potencial para la enseñanza de las operaciones con números enteros.



Figura 9. Divulgación del juego plantas y zombies.

Fuente: Elaboración propia.

Referencias bibliográficas

- Castillo Banda, N. Y. (2019). *Propuesta de un modelo didáctico para la enseñanza-aprendizaje de la aritmética de números enteros en la educación primaria*. Disponible en: <http://repositorio.unjfsc.edu.pe/handle/UNJFSC/3835>
- Castillo Angulo, C. (2014). Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos. *Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*. Disponible en: <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/handle/11182/883>
- Cid, E. (2000). Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos. *Actas de las XV Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*, Boletín del SI-IDM, 10
- Freire, E., Castillos, C. & Bentancur, L. (2022). Experiencias con actividades lúdicas para el aprendizaje de operaciones con números enteros. *Revista Unión* n° 64, abril 2022, 184-200. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/issue/view/73/N%C3%BAmero%20completo%2064>
- Freudenthal, Hans. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel.
- Hernández, A., & Gallardo, A. (2006). *La extensión del dominio numérico de los naturales a los enteros vía el modelo concreto de bloques*. *Educación Matemática*, 18(1), 73-97. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/13115/>
- Parada, E., Pluvinaige, F. y Sacristán, A. (2013). Reflexiones en una comunidad de práctica de educadores matemáticos sobre los números negativos. *Recherches en didactique des mathématiques*, 33(3), 233-266. Disponible en: <https://cutt.ly/YjcyXuL>
- Sierra Vázquez, M. (2011). Investigación en Educación Matemática: objetivos, cambios, criterios, método y difusión. En *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 173-198.