Valoración de una actividad en contexto por estudiantes de ingeniería. aplicación de la geometría fractal en la construcción de antenas

Victoria Artigue[1], Joel Gak[2], María de los Ángeles Fanaro[3], Gabriela Mombrú[4], José Job Flores[5]

[1]maria.artigue@ucu.edu.uy, Universidad Católica del Uruguay – Departamento de Ciencias Exactas y Naturales, Uruguay

[2]jgak@ucu.edu.uy, Universidad Católica del Uruguay – Departamento de Ingeniería, Uruguay

[3]mariangelesfanaro@gmail.com, CONICET-NEES. Facultad de Ciencias Humanas. UNCPBA, Argentina

[4]gabriela.mombru@correo.ucu.edu.uy, Universidad Católica del Uruguay – Departamento de Ingeniería, Uruguay

[5]jose.flores@ucu.edu.uy, Universidad Católica del Uruguay – Departamento de Ciencias Exactas y Naturales, Uruguay

Tema: modelización de la realidad

Modalidad: comunicación breve

Nivel Educativo: terciario

Resumen: *En este trabajo se presentan las apreciaciones de los estudiantes de un curso de Álgebra lineal, ante la implementación de una propuesta de enseñanza, basada en la Geometría Fractal, y en particular en su aplicación para la fabricación de antenas multibanda. El interés didáctico por esta Geometría es reciente, constituyendo una problemática relevante, ya que es distinta a la Geometría Euclídea. Sin embargo, aún no ha sido ampliamente abordada en la educación matemática y en los currículos. Los antecedentes motivan a aprovechar los cursos de segundo año de carreras de ingeniería para su enseñanza, creando una oportunidad para motivar a los estudiantes a retomar algunos contenidos matemáticos. Se formula la siguiente pregunta de investigación: los estudiantes de un curso de Álgebra Lineal, ¿aprecian la propuesta interdisciplinar sobre Geometría Fractal, aplicada en el diseño de antenas? Se aplicó un cuestionario de 20 ítems con escala Likert, a 26 estudiantes y al finalizar el curso, constatándose un alto nivel de aceptación a propuestas (en los cursos de Matemática) que involucran áreas de su interés profesional.*

Palabras claves*: estudiantes de Ingeniería, Álgebra lineal, Geometría Fractal, antenas multibanda.*

Introducción y planteo del problema

El presente trabajo se enmarca en un modelo de enseñanza y aprendizaje que está siendo promovido por la Universidad Católica del Uruguay (UCU), que implica el desarrollo de competencias transversales en los estudiantes mediante actividades interdisciplinares. Uno de los ejes temáticos de su Plan Estratégico 2019-2021 es: "*excelencia en el aprendizaje interdisciplinario y transversal, de cara a un mundo disruptivo*" (p.3), que tiene como objetivo prioritario lograr la integración curricular transversal de los distintos programas de las asignaturas.

En la formación de futuros ingenieros, el estudio de la Matemática formal no es un objetivo en sí mismo, aunque se reconoce que los ingenieros necesitan matematizar problemas. Un conflicto cognitivo puede producirse en el estudiante que, en general, se enfrenta a la Matemática y a la ingeniería de forma separada durante su carrera (Camarena, 2009).

En este sentido se propuso enseñar algunos elementos de la Geometría Fractal (GF) en dos etapas distintas de formación de ingenieros universitarios: en un proyecto de iniciación a la investigación de la carrera Ingeniería Industrial y en un curso de Álgebra lineal correspondiente a segundo año de diversas carreras de Ingeniería (informática, electrónica, alimentos y audiovisual) de la Facultad de Ingeniería y Tecnología (FIT) de la UCU. Para ambos casos, se propuso una actividad que se desarrolló con modalidad diferente en cada caso, y consistió en el diseño, implementación y análisis del funcionamiento de una antena basada en el fractal triángulo de Sierpinski. El diseño de la actividad fue realizado por profesores de los departamentos de Ingeniería y Ciencias Exactas y Naturales. En este trabajo se presenta la propuesta de enseñanza, haciendo énfasis en aquellas actividades vinculadas al Álgebra lineal, y se analiza la percepción de los estudiantes al abordar la integración curricular transversal en un curso de Matemática, a través de un cuestionario de valoración del curso.

El objetivo de este trabajo es analizar la percepción 8del potencial de la propuesta para aprender GF de forma transversal con la construcción de antenas, por parte de los estudiantes de diversas carreras de ingeniería. Para alcanzar este objetivo, se formula la siguiente pregunta de investigación: los estudiantes de un curso de Álgebra Lineal, ¿aprecian la propuesta interdisciplinar sobre GF, aplicada en el diseño de antenas? En este sentido, la propuesta será apreciada por los estudiantes si:

- Entienden que ayuda a tener una visión de la interacción entre nociones matemáticas y del área de la Ingeniería (como son las antenas fractales) contribuyendo al aprendizaje de los conceptos de autosemejanza y dimensión fractal.

- Valoran positivamente el uso de las herramientas tecnológicas (applets, GeoGebra, videos, Python y sitios interactivos).
- Destacan que se genera interés, en el estudio de la Matemática, a través de una de sus aplicaciones.

Marco teórico

La Matemática en contexto

Este trabajo se centra en los procesos de enseñanza-aprendizaje que se presentan cuando los estudiantes afrontan a la Matemática a través de sus aplicaciones. Esto requiere el desarrollo de una competencia conocida como modelización matemática, esto es, la creación o la utilización de modelos matemáticos útiles para resolver problemas en contexto (Blum y Niss, 1991).

Uno de los objetivos didácticos, para la formación de los ingenieros, es brindarles herramientas conceptuales y funcionales que contribuyan a incorporar la modelización matemática como un proceso cíclico cuando se resuelve un problema de aplicación (Mendible, 2007). Un problema aplicado en Matemática está enmarcado en una situación o contexto del mundo real (el "resto del mundo" fuera de la Matemática), así como las preguntas que vinculan conceptos matemáticos con dicha situación (Blum y Niss, 1991). La implementación de este tipo de problemas no solo desarrolla las competencias matemáticas propias de la modelización, si no que genera un mayor interés por la asignatura y promueve un pensamiento diversificado en los estudiantes (Alsina, 2007).

El enfoque denominado "*la Matemática en el contexto de las ciencias*" o "*Mathematics in the sciences context*", en inglés, se basa en tres grandes supuestos: la Matemática es una herramienta en las ciencias y un tema educativo, la Matemática tiene una función específica en cada nivel de enseñanza, y el conocimiento ha de considerarse integrado (no fragmentado) (Camarena, 2009). Respecto a la actividad propia del estudiante, el objetivo es que esté capacitado para poder utilizar el conocimiento matemático en otras áreas que lo requieren en su ámbito profesional.

Uno de los focos de la electrónica ha sido la miniaturización (Moore, 1965), y las antenas no han sido la excepción. Se está dedicando esfuerzo en fabricarlas pequeñas y que además operen en diferentes frecuencias. Su estructura debe incluir, entonces, diferentes tamaños, y debe utilizar de manera eficaz el espacio que ocupa. Es pertinente pensar que las antenas diseñadas con GF pueden contemplar estas características: ser multibanda (debido a la propiedad de autosemejanza) y muy pequeñas (longitudes infinitas en áreas finitas).

En particular, la GF nació en un contexto que da mucha importancia a la geometría y al análisis matemático visual de situaciones reales y concretas (medir la costa de un país), en particular comenzó estudiando aspectos de la naturaleza. Es decir, la GF naturalmente está dotada para este enfoque de la Matemática en contexto de las ciencias.

¿Por qué la Geometría Fractal en Álgebra lineal?

En el ámbito de la enseñanza de la Matemática, se reconoce a la GF por su potencial para estudiar y/o recuperar buena cantidad de nociones matemáticas, y por la gran cantidad de aplicaciones que tiene. Sin embargo, un análisis realizado acerca de las investigaciones que proponen su enseñanza en el nivel medio y primeros años de universidad (Artigue et al., 2021), dio indicios que la forma en que esta geometría es enseñada es haciendo referencia a lo visual, a su aspecto estético. Esta manera ofrece muy pocas posibilidades para que un estudiante pueda interactuar con estos objetos matemáticos, sin ir más lejos que calcular áreas, perímetros y dimensión fractal en casos muy puntuales. Así, por ejemplo, se presentan ciertas formas geométricas obtenidas en un número fijo de iteración, y se lo introduce como un "fractal" sin establecer que el fractal, es la figura límite de esa iteración.

La GF estudia objetos geométricos que son producto de iterar un algoritmo, ya sea geométrico o polinómico, de forma infinita. Hubo (y aún hay) mucha polémica dentro de la comunidad matemática acerca de cómo definir estos objetos. El término fractal, proveniente del latín "fractus" (adjetivo que significa interrumpido o irregular) fue introducido por el matemático Benoit B. Mandelbrot en el año 1975, quien observó que la naturaleza es tan compleja que la Geometría Euclídea (GE) no alcanza para estudiarla, como es el caso de las formas naturales como una nube, una montaña o costas de países.

De esta manera, la GF permite describir una gran parte del mundo que nos rodea, estableciendo modelos matemáticos para estudiar formas irregulares y fragmentadas de la naturaleza, considerándolas estructuras complejas a partir de la repetición de estructuras más simples. Son varios los campos disciplinares que utilizan la GF: medicina, geología, física, tecnología, entre otras, y, en todos ellos, la GF explica cuestiones que la GE no alcanza (Fusi y Sgreccia, 2020).

En concordancia con el plan estratégico de la UCU mencionado antes y con el Programa oficial de la materia Álgebra lineal que se imparte en las distintas carreras que se ofrecen en la UCU, se propone utilizar el potencial de la GF para estudiar las antenas fractales.

Un punto de partida interesante es considerar que los fractales son figuras, cuyas principales características son la autosemejanza y la intervención de dos parámetros fundamentales que definen el otro concepto clave, el de dimensión fractal: la cantidad de partes en que se divide el objeto y el tamaño de esas partes (Castiblanco Hernández y Montana Páez, 2018). Así, se asume que son dos los elementos que caracterizan a la GF: la autosemejanza y la dimensión, en este caso denominada dimensión fractal.

La propiedad de autosemejanza no se cumple de igual manera en cualquier fractal, hay diferentes tipos de autosemejanza según la cantidad de puntos en que se pueda apreciar la presencia de copias idénticas de sí misma (Artigue et al., 2021). Pero, si se busca una formulación matemática de la autosemejanza que pueda ser abordada en un curso de Álgebra lineal, es necesario hacer referencia al concepto de semejanza de la GE para estudiar aquellos fractales que poseen autosemejanza del tipo estricta.

Una transformación de semejanza en el plano es definida como una función del plano en el plano que se obtiene mediante la composición de una homotecia con una isometría (rotación, traslación o simetría); estas transformaciones geométricas son estudiadas en el curso de Álgebra lineal desde un punto de vista matricial y además como transformaciones lineales y afines. Para el estudio de los fractales, dichas transformaciones deben ser contractivas, es decir con razón de homotecia entre cero y uno, por lo que al aplicarla reduce la distancia entre dos puntos cualesquiera de la figura imagen.

Estas transformaciones deben aplicarse iteradamente, constituyendo un Sistema de Funciones Iteradas (SFI). Con los SFI los matemáticos lograron una unidad en tanta diversidad, definiendo transformaciones geométricas del plano en el plano a través de transformaciones afines de forma matricial (Rubiano, 2009) utilizando recursos de Álgebra lineal. Un SFI debe dar cuenta de las transformaciones que se aplican a la figura original llamada semilla. Debe proveer la información necesaria respecto del número de transformaciones que lo componen y sus características, como ser: la razón de homotecia o razón de contractividad, las posiciones relativas respecto al iniciador, y su traslación o rotación, el orden en el cual se aplican.

Con independencia de la figura original, el comportamiento límite del SFI garantiza que, cada algoritmo fractal dé lugar a una figura límite, y sólo una (Pérez Medina, 2007). Por lo tanto, cada conjunto formado por transformaciones de semejanza define una imagen fractal denominada atractor del SFI, que siempre existe y es único. (Moreno-Marin, 2002). Este aspecto dota a los fractales de la propiedad de autosemejanza estricta (Pérez Medina, 2007).

En el curso de Álgebra lineal de la UCU y en los textos clásicos de esta asignatura, el concepto de dimensión es definido tradicionalmente como la cantidad de vectores que presenta una base de un cierto Espacio Vectorial (Grossman y Flores, 2019) esto es, la ampliación del concepto de dimensión euclídea.

La propuesta de actividades y su implementación con los estudiantes de Álgebra lineal

El curso de Álgebra lineal desarrollado en 2021 tuvo una duración de un semestre curricular (4 meses), con modalidad a distancia debido a la pandemia COVID-19. Se incluyó una práctica grupal de laboratorio para construir una antena fractal. El total de alumnos que participaron fue 26. Durante todo el curso, se propusieron actividades referidas a la GF, las cuales se resumen en la Tabla 1.

Nombre de la actividad	Consigna	Propósito
1. Videos sobre antenas fractales	Estudiar un video sobre antenas fractales e identificar sus principales ventajas.	Introducir el concepto matemático fractal y sus propiedades características.
2. Mathigon	Interactuar con el libro Mathigon y realizar todas las actividades que se plantean en el libro.	
3. Construcción en GeoGebra	Diseñar en GeoGebra la cuarta iteración de los fractales. Conjunto de Cantor y Alfombra de Sierpinski.	Identificar las transformaciones geométricas necesarias para la construcción de los fractales. Determinar dichas transformaciones en forma matricial. Utilizar en GeoGebra comando AplicaMatriz.
4. Autosemejanza y Dimensión	Utilizar la definición propuesta en las notas del curso de autosemejanza estricta y dimensión fractal.	Justificar matemáticamente la autosemejanza estricta y la dimensión de un fractal.

5. Diseñar una antena fractal	Diseñar en GeoGebra una antena fractal basada en el triángulo de Sierpinski, dados ciertos parámetros.	Utilizar transformaciones geométricas, comando AplicaMatriz o crear nueva herramienta para diseñar en GeoGebra una antena fractal basada en el triángulo de Sierpinski.
6. Construcción de una antena fractal	Construir en placa de cobre la antena en forma de circuito impreso.	
7. Estudio del comportamiento de la antena construida	Utilizar radios definidas por software para analizar el comportamiento de la antena	Medir las características de la antena utilizando radios definidos por el software (SDR) disponibles en el Departamento de Ingeniería de UCU.

Tabla 1: Actividades de enseñanza

La actividad 3 fue propuesta luego de haber abordado operaciones con matrices. Particularmente se trabajó con transformaciones matriciales, asociando la transformación geométrica y la matriz correspondiente. El comando AplicaMatriz fue utilizado en algunos casos, en otros se utilizó la posibilidad de crear una "herramienta nueva". Esto dio el puntapié para determinar el SFI correspondiente para el triángulo de Sierpinski. La figura 1 muestra la producción de uno de los estudiantes:

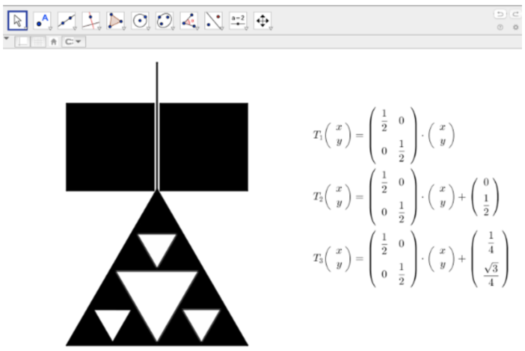

Figura 1: Diseño en GeoGebra de una antena basada en el triángulo de Sierpinski, producción realizada por un estudiante.

Para la actividad 6, se tomó en cuenta la tesis Diseño e implementación de antenas fractales para UHF la cual tiene como objetivo general diseñar y simular una antena fractal utilizando el triángulo de Sierpinski (Sandoval y Vire, 2008). Si bien el tamaño de la antena es especificado, en la actividad del curso fue modificado y ajustado al tamaño del sustrato de cobre disponible en el laboratorio de electrónica (10cm por 10cm). Una vez pronto el diseño y verificadas las escalas, procedimos a la creación de la antena; para esto fue necesario tener los materiales específicos, los cuales fueron: una plancha, tijera, marcadores, placas de cobre, hojas de acetato y ácido ferrítico. Con estos materiales reunidos, se imprimió el diseño en la lámina de acetato para pasar por calor a la placa de cobre (proceso de sublimación casero). Se utilizaron marcadores para repasar el diseño en caso de que la transferencia tuviera algún detalle.

El siguiente paso fue llevar la placa a un recipiente con ácido sulfúrico para que el mismo quitara las zonas restantes de cobre que no forman parte de la antena. El conector de la antena fue ensamblado con una fresadora numérica, para realizar los orificios necesarios, luego el conector fue soldado con estaño para la lograr la conexión eléctrica. En la Figura 2 se muestra el procedimiento realizado por uno de los grupos de estudiantes.

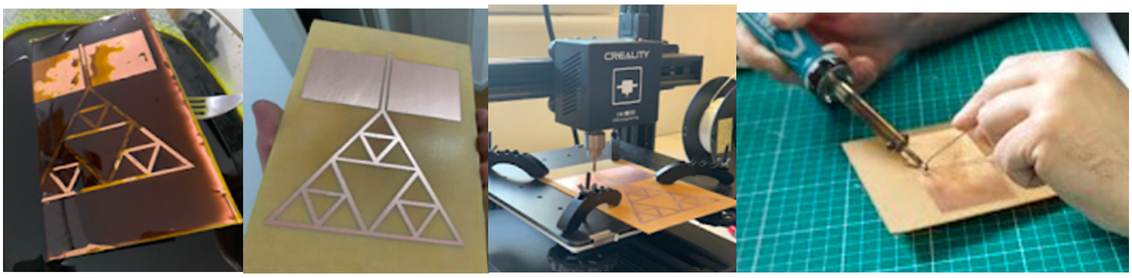

Figura 2: Proceso de construcción de la antena, producción de estudiantes.

Metodología

La metodología aplicada a este estudio es cualitativa y descriptiva. Se realizó un análisis evaluativo como paso específico del análisis didáctico ya que el objetivo fue identificar las fortalezas y debilidades de la propuesta sobre GF, previendo dificultades y señalando las oportunidades para mejorarla (Rico, 2013).

En el marco de la evaluación del curso de Álgebra lineal correspondiente a carreras de Ingeniería de los primeros años, se elaboró un cuestionario, administrado por Google, de valoración a 26 estudiantes, que lo respondieron al finalizar la implementación de la propuesta. Al principio del cuestionario se plantearon dos preguntas que buscaban que los estudiantes valoraran el curso globalmente, seleccionando una opción (desde malo hasta excelente) y justificaran dicha selección. Luego se propuso un conjunto de afirmaciones para las que cada estudiante tenía que valorar con una escala Likert (1932) de cuatro niveles de acuerdo: Totalmente en desacuerdo (1), En desacuerdo (2), De acuerdo (3) y Totalmente de acuerdo (4). Los ítems se codificaron como Q1, Q2, …, Q20, en relación con el número de ítem (ver Anexo).

Resultados

Un análisis descriptivo y cualitativo de las respuestas a las preguntas de valoración general del curso, indica que el curso fue evaluado entre muy bueno (50%) y excelente (50%). La valoración de las actividades fue para el 85% de los estudiantes, como interesantes y muy interesantes. Entre los aspectos que más destacaron de la propuesta, mencionan el trabajo colaborativo; la aplicación de la Matemática en las antenas fractales; el uso de software; el dinamismo y la práctica en laboratorio; y los fractales como algo distinto en la clase de Matemática. Algunos comentarios de los estudiantes (E) en las primeras preguntas de apreciación general del curso, que ejemplifican estas afirmaciones son los siguientes:

E1: "*El tema de Fractales me pareció muy interesante, en particular poder aplicarlo a casos concretos, y lo mismo con matrices. Además, para conceptos abstractos como la dimensión, siento que ayudaron mucho las actividades interactivas como el libro de Mathigon. También fue muy bueno hacer la antena, y fue muy divertido cuando disolvimos una batea de aluminio. Me gustó mucho hacer un proyecto de este estilo en vez de un examen clásico. Siento que aprendí un montón y disfruté el proceso, no fue un cierre estresante como suele ser en otras materias*."

E2: "*Las actividades que hicimos me resultaron interesantes y concretamente la tarea final, ya que nos lleva a salir de nuestra zona de confort y participar de una actividad que involucra varias áreas y trabajo práctico que resulta entretenido*."

E3: "*Creo que el tema Fractal fue una buena elección porque se rompió con los cursos convencionales de Matemática y por ende fue divertido y más ameno.*"

En cuanto a la posibilidad que presenta la propuesta para contribuir al aprendizaje de los conceptos de autosemejanza y dimensión y la descripción de un fractal, los resultados son alentadores. Si bien el 69% de los estudiantes reconoció cierta dificultad para la construcción de un fractal usando elementos del Álgebra lineal (Q9), el 77% de los estudiantes sostuvo que la definición de autosemejanza estricta presentada facilitó su comprensión de la dimensión fractal (Q6). Por su parte, un 69% de los estudiantes declaró que comprender que la dimensión fractal puede ser un número no entero, no resulta tan difícil (Q8). Finalmente, el 81% de los estudiantes reconoció la importancia de sus conocimientos de geometría básica para explicar la construcción de algunos fractales (Q4).

En cuanto a la valoración del uso de las herramientas tecnológicas, casi la totalidad de los estudiantes (96%) indicó que los materiales interactivos ayudaron a comprender las características de los fractales (Q2), aunque para un poco menos de la mitad de los estudiantes (46%) el conocimiento necesario de GeoGebra representó cierta dificultad (Q3). A pesar de este obstáculo, un 73% admitió que utilizar GeoGebra fue gratificante para construir una iteración particular de un fractal (Q7).

En cuanto a la posibilidad de generar interés en el estudio de la Matemática, un 85% considera que estudiar fractales le hizo pensar en cuestiones nuevas, como procesos infinitos, patrones u operaciones que se repiten indefinidamente (Q11). Casi todos (92%) aceptan que los fractales representan una Matemática actual con aplicaciones tecnológicas en auge (Q14), tanto que el 69% está en desacuerdo con la idea de que la Matemática es demasiado abstracta y sin aplicaciones (Q15).

En cuanto al estudio de la Matemática en contexto, casi todos los estudiantes (92%) valoraron positivamente la incorporación de las antenas fractales en el curso (Q1). Más de la mitad de ellos (62%) reconoció que el aprendizaje de fractales tiene mucha relación con su formación profesional (Q12). Así un 85% expresó que le gustaría saber más sobre fractales y sus usos en otras áreas (Q13). El 73% estuvo de acuerdo con que estudiar Matemática en contexto, representa una ayuda a su estudio (Q16). El 73% declaró estar en desacuerdo con que la construcción de la antena fuera difícil a pesar de haberlo hecho en grupo (Q19), y un 92% expresó que el trabajo colaborativo ayudó a que la construcción de la antena fuera una tarea fácil (Q17). Casi todos los estudiantes (96%) expresaron sentir emoción cuando constataron que la antena funcionaba (Q18), y el mismo porcentaje estuvo de acuerdo con la importancia de incorporar actividades en contexto en los cursos de Matemática para fortalecer habilidades para futuros ingenieros (Q20).

Reflexiones finales

El objetivo de este trabajo fue conocer la valoración de los estudiantes de ingeniería de una propuesta de enseñanza interdisciplinar entre la Matemática y las Telecomunicaciones. El foco de la propuesta fue el diseño, implementación y análisis del funcionamiento de una antena basada en un objeto fractal conocido, involucrando a los profesores de los departamentos de Ingeniería y Ciencias Exactas y Naturales de la UCU. Luego de implementar la propuesta, los estudiantes respondieron de forma anónima a un cuestionario que relevó en qué medida ellos apreciaron la propuesta en su formación como futuros ingenieros.

Los resultados del análisis del cuestionario indican una muy buena aceptación de la propuesta de enseñanza sobre aspectos esenciales de la GF, ya que los estudiantes se mostraron entusiastas con las actividades con el software y con la construcción de la antena. Esto ofrece un panorama alentador en cuanto a las posibilidades de que una enseñanza interdisciplinar como se propone desde la Universidad tenga buena aceptación por parte de los estudiantes e impacte de forma positiva en sus aprendizajes y su valoración de la Matemática como herramienta para modelizar situaciones propias de su campo de acción como ingenieros.

Si bien estos resultados animan a revisar la propuesta y a realizar algunos cambios que involucren el uso de herramientas informáticas más sofisticadas y especializadas, como el uso de Python que los estudiantes de este nivel conocen, quedan algunos desafíos planteados para seguir investigando, por ejemplo, diseñar la mayor cantidad posible de unidades temáticas de la materia Álgebra Lineal, buscando enseñar la Matemática a partir de sentido más genuino, que es el de modelizar las situaciones propias de la ingeniería.

Referencias bibliográficas

Alsina, C. (2007). Teaching applications and modelling at tertiary level. Modelling and Applications in Mathematics Education, *The 14th ICMI Study*, *10*(44), 469–474. doi:10.1007/97803872982212

Artigue, V., Fanaro, M., y Lacués, E. (2021). Estado del arte sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría Fractal en la escuela secundaria. *Pensamiento Matemático*, *11* (2), 75-92.

Binimelis, M. (2012). *Una nueva manera de ver el mundo*. La Geometría Fractal. RBA editores.

Blum, W. y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - state, trends and issues in. Mathematics instruction. *Educational studies in mathematics*.

Camarena, P. (2009). Mathematical models in the context of sciences. Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. *Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematical education*, 117-132.

Castiblanco, S. y Montana, S. (2018). *Geometría y dimensión: representación y caracterización de objetos 2d, 3d y 4d.* Tesis de Licenciatura. Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional como requisito para optar por el título de Licenciado en Matemáticas. http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/11153/TE-22698.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Fusi, F. y Sgreccia, N. (2020). ¿Por qué enseñar la noción de fractal en el último año de la escuela secundaria? Opiniones de especialistas en Geometría. *Épsilon*, *105*, 31-50.

Likert, R. A. (1932). Technique for the Measurement of Attitudes. *Archives of Psychology 140*, 1-55.

Mendible, A., y Ortiz, J. (2007). Modelización Matemática en la formación de ingenieros. La importancia del contexto. *Enseñanza de la Matemática, 16*, 133-150.

Moreno-Marín, J. (2002). Experiencia didáctica en Matemáticas: construir y estudiar fractales. *Suma, 40*, 91-104.

Moore, G. (1965). Cramming more components onto integrated circuits. *Electronics*, *38* (8).

Peitgen, H., Jürgens, H. y Saupe, D. (2004). *Chaos and Fractals*. New Frontiers or Science. Second Edition. Springer.

Pérez Medina, C. (2007). *Transformaciones lineales afines y fractales*. Trabajo de grado.

Plan Estratégico UCU 2019 – 2024. Universidad Católica del Uruguay. available online at: https: //ucu.edu.uy/sites/default/files/plan-estrategico-2019-2024.pdf

Plan Estratégico UCU 2019 – 2024. Universidad Católica del Uruguay. available online at: https: //ucu.edu.uy/sites/default/files/plan-estrategico-2019-2024.pdf

Rico, L. (2013). El método del Ánalisis Didáctico. *Unión*, *33*, 11-27.

Rubiano, G. (2009). *Iteración y fractales (con Mathematica).* Vicerrectoría Académica.

Sandoval, F. y Vire, S. (2008). *Diseño e implementación de antenas fractales para UHF*. Proyecto fin de carrera.

Anexo

Cuestionario de valoración de la propuesta.

Q1. Los fractales se ajustan a los temas del curso de Álgebra lineal, y más estudiando sus aplicaciones tecnológicas.

Q2. Los materiales interactivos (libros, sitios, applets) ayudaron a que comprendiera algunas características de los fractales.

Q3. El conocimiento necesario para usar GeoGebra fue un obstáculo para completar algunas tareas.

Q4. Mis conocimientos de geometría permitieron poder explicar la construcción de algunos fractales.

Q5. Algunas de las características de los fractales me resultaron difíciles de aprender.

Q6. Utilizar la definición de autosemejanza estricta me permitió comprender "más matemáticamente" la idea de dimensión.

Q7. Utilizar GeoGebra para construir un fractal me resultó gratificante.

Q8. No me resultó difícil comprender qué significa que la dimensión fractal puede ser un número no entero.

Q9. Es difícil describir con precisión la construcción de un fractal usando lenguaje algebraico para describir las transformaciones necesarias.

Q10. A veces un material interactivo puede inducir a errores, porque solo puede mostrar los primeros pasos de la construcción de un fractal y no es posible representar el fractal mismo.

Q11. Tomar contacto con fractales me hizo pensar en cosas que no había considerado antes, como procesos infinitos, o reconocer patrones o similitudes, u operaciones que se repiten indefinidamente.

Q12. Lo que aprendí de fractales no se relaciona con mi formación profesional.

Q13. Me gustaría saber más sobre fractales, para saber si tienen usos en otras áreas.

Q14. Los fractales muestran una Matemática nueva y aplicaciones recientes (antenas, mercados financieros) y por eso vale la pena estudiarla.

Q15. Habiendo aprendido de fractales, refuerzo la idea de que la Matemática es demasiado abstracta y sin aplicaciones.

Q16. Poder relacionar fractales con aplicaciones que me interesan me ayudó a estudiarlos.

Q17. El trabajo colaborativo ayudó a que la construcción de la antena me resultara una tarea fácil.

Q18. Me causó emoción poder constatar que la antena funcionaba

Q19. La construcción de la antena fue difícil para mí a pesar de haberla hecho en grupo.

Q20. Es importante que haya este tipo de tareas en los cursos de Matemática para fortalecer habilidades necesarias en un futuro ingeniero.