La conexión entre las competencias representar y comunicar: el caso de un estudiante de 6to de educación primaria

Antonio **Moreno** Verdejo
Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
España
amverdejo@ugr.es
María Florencia **Cruz**
Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Litoral.
Argentina.
mfcruz@fhuc.unl.edu.ar

Resumen

La necesidad actual de que el alumnado desarrolle competencias en los distintos niveles del sistema educativo se hace evidente tanto en el ámbito internacional de investigación en educación matemática como en documentos curriculares. Esta comunicación se centra en caracterizar las competencias de representar y comunicar la resolución de un problema puestas de manifiesto por un estudiante de 6to grado de educación primaria de Argentina. El estudiante encuentra representaciones alternativas a la dada con el fin de producir y comunicar una solución al problema y destacamos que ésta puede ser la base para generalizar y evolucionar en las formas de representación.

Palabras clave: Competencias; Resolución de problemas; Representar; Comunicar; Educación primaria; Olimpíada matemática; Estudio de caso.

Introducción y referentes teóricos

Comprender el nivel de desarrollo del pensamiento y el aprendizaje del estudiantado es fundamental para mejorar su aprendizaje. Cuanta más información pueda obtener el profesorado sobre lo que el estudiantado aprende, sabe y piensa, más oportunidades podrá crear y desarrollar para lograr su éxito (Cai y Hwang, 2002; Pellegrino et al., 2001).

Recientes cambios curriculares en el plano internacional (e.g. Ontario, 2020; Portugal, 2018a, 2018b; España, 2022) resaltan la importancia del desarrollo de las competencias representar y comunicar. Otros países como Argentina focalizan, entre otras, en estas competencias. A modo de ejemplo el Marco Nacional para la Mejora del Aprendizaje en Matemática (2018) señala que las dimensiones “para seleccionar y abordar los saberes matemáticos que vale la pena aprender en la escuela son la perspectiva de la ciudadanía, el impacto de las TIC [Tecnologías de la Información y Comunicación] en la forma de hacer matemática y el valor de la matemática para modelizar, representar y comunicar situaciones de aprendizaje con contextos situacionales realistas” (p.26).

Su importancia reside en que ser capaz de manejar el lenguaje y las herramientas matemáticas implica emplear diferentes representaciones de fenómenos, entidades y situaciones matemáticas (Niss y Højgaard, 2011; Arcavi, 2003; Duval y Saénz-Ludlow, 2016). La comprensión conceptual en matemática incluye sinergia entre registros. Como señala Duval y Saénz-Ludlow (2016) “lo que es matemáticamente simple y ocurre en la etapa inicial de la construcción de conocimiento matemático, puede ser cognitivamente complejo y requiere un desarrollo de una conciencia específica sobre esta coordinación de registros” (p.90). La presencia cada vez mayor de las competencias en estudio de este trabajo (representar y comunicar) en diversos currículos internacionales y su propagación en el ámbito de investigación en educación matemática muestran su relevancia actual.

Niss y Højgaard (2011) caracterizan la competencia representar como la capacidad de comprender (es decir, decodificar, interpretar, distinguir) y utilizar distintos tipos de representaciones de objetos, fenómenos, problemas o situaciones matemáticas (incluidas las representaciones simbólicas, especialmente algebraicas, visuales, geométricas, gráficas, tabulares o verbales, pero también representaciones concretas mediante objetos materiales). Además, ser capaz de comprender las relaciones recíprocas entre las distintas formas de representación de una misma entidad, así como conocer sus puntos fuertes y débiles, incluida la pérdida o el aumento de información. También ser capaz de elegir y cambiar entre diferentes formas de representación para cualquier entidad o fenómeno, dependiendo de la situación y el propósito.

Los mismos autores caracterizan la competencia comunicar como la capacidad de estudiar e interpretar las expresiones o "textos" matemáticos escritos, orales o visuales de otros, y en ser capaz de expresarse de diferentes maneras y con distintos niveles de precisión teórica o técnica sobre asuntos matemáticos, ya sea de forma escrita, oral o visual, ante distintos tipos de público (Niss y Højgaard, 2011).

La comunicación en, con y sobre la matemática requiere de la representación de fenómenos y entidades matemáticas por lo que hay una destacada conexión entre ambas representaciones (Niss y Højgaard, 2011). Sin embargo, conviene resaltar los aspectos diferenciales. Cuando se representa un fenómeno o entidad matemática, se enfatiza en las diferentes posibilidades que existen a la hora de elegir una representación. Niss y Højgaard (2011) lo definen como "una actividad semántica". La competencia de comunicación presta atención a los símbolos y formalismos, pero tiene presente al emisor y al receptor de la comunicación.

El documento de National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000) refuerza esa conexión entre ambas competencias al señalar que los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar al estudiantado para crear y utilizar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas.

El mismo NCTM (2000) sugiere que el estudio de la matemática debe enfatizar el razonamiento y de este modo el estudiantado puede justificar sus respuestas y procesos de solución, así como formular y evaluar conjeturas y argumentos. La justificación matemática está relacionada con la comunicación. Con esta creciente conciencia de la importancia de la comunicación en la instrucción, es imperativo que la comunicación matemática sea una dimensión importante en la evaluación de la competencia matemática de las/os estudiantes. En este sentido, Cai (2003) advierte que, mediante el examen de las justificaciones matemáticas de las/os estudiantes a sus soluciones, se puede aprender mucho sobre sus habilidades de razonamiento y comunicación.

Atendiendo a lo mencionado, el objetivo de esta comunicación es estudiar cómo un estudiante representa los objetos y situaciones matemáticas con intención de comunicar la solución de un problema. Buscamos con los resultados obtenidos aportar en el pensar la posibilidad de articulación entre estas competencias (representar y comunicar) en la escuela primaria e identificar momentos de actuación de la docencia que potencien dichas competencias.

Metodología

Este estudio forma parte de una investigación más amplia sobre el modo en que estudiantes de 6to de primaria representan y comunican soluciones de problemas. Específicamente, en este trabajo apelamos a una metodología de naturaleza cualitativa de estudio de caso, puesto que focalizamos en comprender la complejidad y particularidad del mismo (Stake, 1998). El caso lo constituye un estudiante de 6to grado de educación primaria de Argentina (10 años) que resuelve un problema (Ver imagen 1) en el que pone en juego las capacidades de representar y comunicar en el marco del certamen regional de la Olimpiada Matemática Ñandú (OMÑ). Este estudiante es premiado en su nivel (entre más de 120 estudiantes) por sus procedimientos realizados al formular una respuesta a este problema.

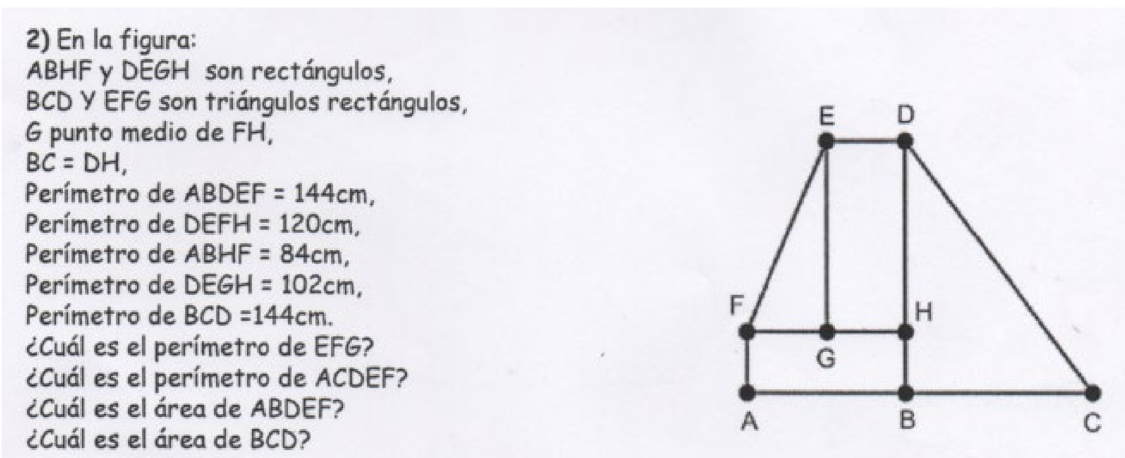
Destacamos que el caso seleccionado es intrínseco (Stake, 1998), ya que viene dado y se vincula con la curiosidad y responsabilidad de aprender sobre un estudiante en particular que emplea las capacidades representar y comunicar para el proceso de solución del problema y la comunicación de sus soluciones. En este sentido la muestra es no probabilística e intencional (Kazez, 2009).

La OMÑ por reglamento “Tiene como objetivo fundamental estimular entre los alumnos [las alumnas] de la escuela elemental la actividad matemática y desarrollar la capacidad para resolver problemas” (Art. 2). Destacamos algunas particularidades de este certamen que permiten comprender con mayor precisión el contexto en el que se recupera la información en estudio: su participación es voluntaria, todo el estudiantado del nivel se enfrenta a los mismos problemas, se organiza el nivel en función de edades y se formulan los problemas atendiendo a las competencias prescriptas en los diseños curriculares se deberían lograr en el grado de escolaridad con relación al nivel de la olimpiada en cuestión.

En particular, en el nivel regional participan estudiantes que han atravesado satisfactoriamente cuatro niveles previos, a saber: colegial, intercolegial, zonal y provincial. Para esto deben haber realizado al menos 2 problemas correctamente en cada uno de dichos niveles. Cabe mencionar también que los problemas que se proponen en cada nivel poseen grado de complejidad creciente.

A continuación, presentamos el problema (entre tres propuestos al estudiantado) realizado por el estudiante. Este problema recoge diferentes formas de representación de la información y exige en el estudiante el uso de estas representaciones, u otras, en el proceso de solución.

Para el análisis de la información estudiamos los procedimientos escritos realizados por el estudiante al representar y comunicar una respuesta. Como unidad de análisis empleamos fragmentos textuales tomados de la respuesta comunicada por el estudiante.



2) En la figura:
ABHF y DEGH son rectángulos,
BCD Y EFG son triángulos rectángulos,
G punto medio de FH,
BC = DH,
Perímetro de ABDEF = 144cm,
Perímetro de DEFH = 120cm,
Perímetro de ABHF = 84cm,
Perímetro de DEGH = 102cm,
Perímetro de BCD =144cm.
¿Cuál es el perímetro de EFG?
¿Cuál es el perímetro de ACDEF?
¿Cuál es el área de ABDEF?
¿Cuál es el área de BCD?

Figura 1. Problema correspondiente al certamen zonal de la OMÑ - nivel 2.

Resultados

De modo general, consideramos que el estudiante (llamado Noel en esta comunicación) resuelve el problema empleando un sistema de representación alternativo al dado en el enunciado para comunicar los resultados. El enunciado del problema emplea una representación simbólica para nominar los segmentos de la figura, por ejemplo, segmento BC. Sin embargo, Noel representa los segmentos de la figura propuesta con diferentes colores (ver figura 2) y rechaza de este modo la representación simbólica dada en el enunciado.

Tabla 1
Producciones de Noel

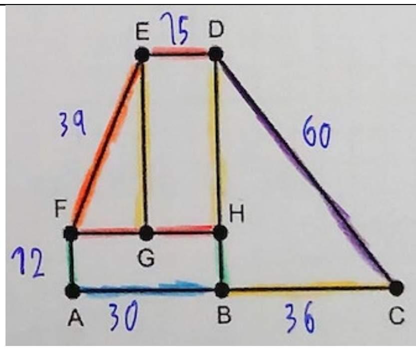
<table>
<tr>
<td>

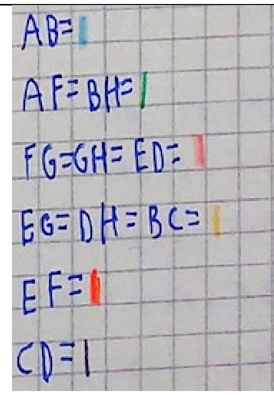
Figura 2. Representación de los objetos matemáticos</td>
<td colspan="2">

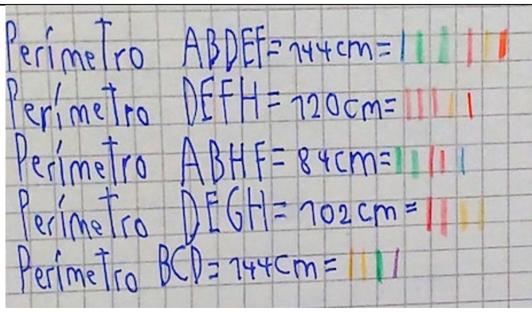
Figura 3. Equivalencia entre sistemas de representación</td>
</tr>
<tr>
<td>

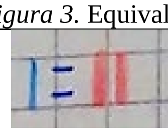
Figura 4. Comunicación del procedimiento de solución</td>
<td>

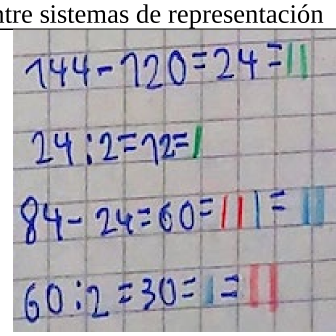
Figura 5. Representación de igualdad de longitudes y comunicación de relación entre segmentos</td>
<td>

Figura 6. Comunicación de la solución</td>
</tr>
</table>

La figura 3 muestra cómo el alumno cambia la representación simbólica que se le ofrece por una representación visual alternativa que utiliza tanto para representar los objetos matemáticos como para comunicar los procesos de solución (ver figura 4). Consideramos que emplea la competencia representar porque decodifica, interpreta y distingue la representación dada en el problema inicialmente (Niss y Højgaard, 2011). Este resultado es consistente con la afirmación de Cai y Lester (2005) de que las representaciones de la solución son registros visibles propuestos por un/a resolutor/a sobre como el problema fue resuelto.

Al resolver un problema el alumnado necesita establecer representaciones del mismo no sólo para organizarlo y darle sentido, sino también para comunicar su pensamiento a los demás. Inicialmente, la representación de Noel incluye los datos y una vez resuelto el problema, utiliza otra representación para expresar su solución (Niss y Højgaard, 2011). Por lo tanto, las representaciones de la solución son los registros visibles generados para comunicar el pensamiento sobre cómo se resolvió el problema (Cai y Lester, 2005). Además, estas representaciones, tanto las iniciales como las finales, pueden diferir de un/a estudiante a otra/o.

La representación alternativa establecida por Noel se combina con elementos del lenguaje simbólico dado (ver figura 5) e identifica el cálculo de medidas con el o los segmentos coloreados correspondientes para comunicar el resultado (ver figura 6). En este sentido, parecería que logra comprender las relaciones recíprocas entre las diferentes representaciones en escena (Niss y Højgaard, 2011).

Así cuando opera "84-24=60" y lo iguala con dos palitos rojos y uno azul, comunica que, si del perímetro ABHF restamos la longitud de los segmentos AF y BH, el resultado es la suma de las longitudes de GF, HG y AB. Comunicando finalmente, al igualar a dos palitos azules, que HG y GF son dos segmentos de igual longitud cuya suma es la longitud de AB.

Con relación a los resultados presentados en el estudio del caso, reconocemos que investigadoras/es (e.g., Dreyfus y Eisenberg, 1996; Smith, 2003) han señalado que las representaciones y estrategias concretas tienen limitaciones, ya que son estrategias específicas del contexto o de la tarea en la resolución de problemas. Las representaciones concretas pueden limitar el pensamiento y el aprendizaje posterior de las/os alumnas/os a menos que se les ayude a cambiar a enfoques más generalizados.

Conclusión

El análisis realizado muestra cómo un estudiante de 6to de primaria representa y comunica los datos, el proceso de solución y la solución de un problema dado. Los resultados muestran que el estudiante emplea una representación propia alternativa a la representación simbólica dada en los datos del problema con la que decodifica, interpreta, distingue los objetos matemáticos.

El estudiante emplea una representación alternativa que le facilita la comunicación, pero que tiene un carácter contextual porque resulta útil para ese problema específico, o quizás para alguno similar, pero esta estrategia no es generalizable.

Este estudio de caso no permite generalizar los resultados, sin embargo, abre la posibilidad de reflexiones futuras en el ámbito de investigación en educación matemática con el fin de otorgar herramientas al profesorado para facilitar la creación de sistemas de representación propios del estudiantado y desde ahí desarrollar enfoques más generalizados. Esto permitiría evolucionar en las formas de representación de las soluciones de los problemas y mejorar así el aprendizaje del estudiantado.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado en el proyecto con referencia PID2020-113601GB-I00, financiado por la Agencia Estatal de Investigación (AEI) de España.

Referencias y bibliografía

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning. *Educational Studies in Mathematics, 52* (3), 215-241. https://doi.org/10.1023/A:1024312321077

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education, 34* (5), 719–737. https://doi.org/10.1080/00207390310001595401

Cai, J. y Hwang, S. (2002). Generalized and Generative Thinking in US and Chinese Students' Mathematical Problem Solving and Problem Posing. *Mathematical Behavior, 21*, 401-421. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00142-6

Cai, J. y Lester, F. (2005). Solution representations and pedagogical representations in Chinese and U.S. classrooms. *The Journal of Mathematical Behavior, 24* (3-4), 221-237. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.09.003

Direção -Geral da Educação. (2018a). *Aprendizagens Essenciais - Ensino Básico*. Recuperado el 20 de noviembre de 2022 de http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico

Direção -Geral da Educação. (2018b). *Aprendizagens Essenciais - Ensino Secundário*. Recuperado el 20 de noviembre de 2022 de http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario

Dreyfus, T. y Eisenberg, T. (1996). On different facets of mathematical thinking. En R. J. Sternberg y T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 253–284). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203053270

Duval, R. y Saénz-Ludlow, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Kazez, R. (2009). Los estudios de casos y el problema de la selección de la muestra: aportes del sistema de matrices de datos. *Subjetividad y procesos cognitivos, 13* (1), 71-89. http://dspace.uces.edu.ar:8180/xmlui/handle/123456789/727

Ministerio de Educación y Ciencia. (2022). *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*. https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/29/217/con

Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación Argentina. (2018). *Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática*. http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL006588.pdf

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Niss, M. y Højgaard, T. (Eds.) (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and Inspiration for the Development of Mathematics Teaching and Learning in Denmark*. Roskilde University.

Olimpíada Matemática Argentina. (2022). *Olimpíada Matemática Ñandú*. Recuperado el 27 de octubre de 2022 de https://www.oma.org.ar/nacional/omn.htm

Ontario Ministry of Education. (2020). *The Ontario curriculum, Grades 1-8: Mathematics 2020.* Queen's Printer for Ontario. Recuperado el 27 de octubre de 2022 de https://assets-us-01.kc-usercontent.com/fbd574c4-da36-0066-a0c5-849ffb2de96e/90439c6e-f40c-4b58-840c-557ed88a9345/The%20Ontario%20Curriculum%20Grades%201%E2%80%938%20-%20Mathematics,%202020%20(January%202021).pdf

Pellegrino, J. W., Chudowsky, N. y Glaser, R. (Eds). (2001). *Knowing What Students Know: The Science and Design of Educational Assessment*. National Academy Press.

Smith, S. P. (2003). Representation in school mathematics: Children's representations of problems. En J. Kilpatrick, W. G. Martin, y D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 263–274). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Morata.