Matemática com arte e Arte com Matemática

José **Vilani** de Farias
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Brasil
vilanif@yahoo.com.br

Resumo

A oficina tem por objetivo apresentar uma atividade que mostre aproximações entre a Matemática, a Arte e as tecnologias digitais. É nossa intensão convidar os participantes a reproduzir obras de arte utilizando conceitos matemáticos como se fossem “agulha e linha” e o software como se fosse o “tecido” a ser bordado. Os conceitos matemáticos mobilizados são aqueles que envolvem a função quadrática e sua representação gráfica. Quanto ao software, utilizaremos o Geogebra que se mostra potente para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem por tornar o processo dinâmico, interativo e participativo e por tornar alguns fenômenos passíveis de serem observados e reproduzidos e as hipóteses, de serem testadas. Esperamos que a atividade possa contribuir para a aprendizagem dos alunos em relação aos conceitos matemáticos envolvidos, e com os professores no sentido de oferecer possibilidades de intervenção em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática; Função Quadrática; Ensino; Geogebra; Matemática e Arte; Ensino Médio; Brasil.

Introdução

Esta oficina pretende desenvolver uma atividade, que foi construída no âmbito de um projeto de pesquisa denominado *Matemática e Arte*. A atividade envolvendo a criação ou reprodução de obras artísticas utilizando o GeoGebra. Para a reprodução das obras mobilizamos os conhecimentos relacionados aos conceitos da função quadrática, assunto importante no primeiro ano do Ensino Médio. Procuramos com essa atividade apresentar as relações entre a Matemática e a Arte e mostrar como elas podem ser trabalhadas a partir de uma visão tanto interdisciplinar quanto numa visão, como definida por Faria e Maltempi (2019), intradisciplinar.

Esse trabalho justifica-se pelas dificuldades, apresentadas por alunos e professores, em relação à compreensão dos conceitos que envolve os conteúdos de Matemática do Ensino Médio, principalmente aqueles referentes a funções. Também se justifica pelo desejo de auxiliar futuros professores em relação a utilização da arte como um elemento motivador que pode contribuir para o ensino de matemática, por meio de atividades que possibilitem a compreensão dos conteúdos, nesse caso, de funções.

Fundamentação teórica

Quando se fala na melhoria do ensino, se reporta à formação do professor. Algumas pesquisas apontam que essa formação deve contemplar outros conhecimentos além do específico. De acordo com Shulman (2005, p. 5), é necessária uma formação que contemple outros saberes como "os fundamentos filosóficos e históricos", já para Moreira et. al. (2012, p. 12) a preparação do professor "precisa mobilizar, em tese, diferentes tipos de conhecimentos [...] em diferentes campos do saber", como os conhecimentos de didática, de sociologia, de filosofia, de psicologia, etc.

Entram no âmbito dessa discussão aspectos relacionados à metodologia aplicada em sala de aula, nesse sentido algumas pesquisas apontam diferentes recursos didático-metodológicos com o intuito de contribuir para a melhoria no ensino de Matemática: a História (Mendes, 2001), a Modelagem (Caldeira, 2011), a Arte (Filho, 2013), a Etnomatemática (D'Ambrósio, 2018), as novas tecnologias (Borba, 2018), os jogos (Grando, 1995), etc.

Mendonça e Ferreira (2013, p.92) defendem a importância da utilização do laboratório de Matemática como um espaço que proporciona uma relação positiva entre alunos, professores e o conteúdo, além de possibilitar "uma dinamização do ensino-aprendizagem por meio de um modo prazeroso, dinâmico e mais eficaz", contribuindo com o desenvolvimento do aluno no que diz respeito as práticas de autonomia e criatividade. É nosso intento, ao aliar Matemática e Arte, tornar o processo de ensino e aprendizagem estimulante e, dessa forma, abrir possibilidades para que os envolvidos nesse processo construam seu próprio conhecimento.

Sobre o uso do GeoGebra no ensino de funções, Feitoza et al, (2020, p.19) afirma ser uma "opção de ferramenta tecnológica capaz de tornar a aula de matemática mais atrativa, dinâmica, interativa, assíncrona, e capaz de atender de maneira eficiente a heterogeneidade presente na maioria das salas de aula".

As relações entre a Matemática e a Arte é tema de diversas pesquisas realizadas por alguns educadores. Um exemplo é um projeto citado por Nunes (2016), que desenvolve e analisa obras de arte com os alunos a partir das formas das figuras geométricas planas. A proposta do projeto de Nunes é trabalhar a matemática de maneira mais significativa e integrada. Também esclarece as possíveis relações que podem ser trabalhadas com estas duas disciplinas, alegando que elas sempre andaram juntas, aliando razão e sensibilidade. Para Flores (2016), a arte induz o pensamento matemático por meio de conceitos como proporção, paralelismo e simetria, que são empregados em diversas obras artísticas. Vilela e Dorta (2010), analisam a questão da lógica matemática por meio da obra de Lewis Carroll: Alice no país das Maravilhas.

A atividade que será desenvolvida nessa oficina tem por objetivo: facilitar a compreensão dos conceitos que envolvem a função quadrática relativos ao comportamento da função em relação aos coeficientes a, b e c na representação algébrica dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$; desenvolver no aluno a habilidade de identificar aspectos relativos a essa função, tanto por meio da lei de correspondência quanto por meio da representação gráfica. Buscamos, também, por meio do software, uma maneira de estimular no aluno a criatividade, a autonomia, a criticidade e a experimentação.

Nesse sentido, também gostaríamos de propor, com essa atividade, que os professores possam: ampliar os conhecimentos dos alunos em relação à Arte, a matemática e a relação ente as duas áreas.

Metodologia: o desenvolvimento da oficina

Inspirados no referencial teórico intentamos reproduzir figuras utilizando o software GeoGebra e os conceitos matemáticos envolvendo as funções, especificamente a função quadrática. Destacamos o caráter instrumental do software GeoGebra e dos conceitos matemáticos, como diz Farias (2021, p.5), "da mesma forma que os artistas utilizam seus instrumentos: pincel, tela, tintas, agulhas, tecidos, etc., e seus saberes, inclusive matemáticos, assim nós produzimos a nossa arte a partir de nossos conhecimentos de funções e dos nossos instrumentos tecnológicos". Optamos pelo GeoGebra por ser um software gratuito e, portanto, mais fácil de ser utilizado na sala de aula.

Para o desenvolvimento da atividade apresentaremos alguns comandos básicos do Geogebra - utilização da barra de ferramenta, a utilidade do botão direito do mouse, a janela de álgebra e alguns operadores matemáticos e suas atribuições – e aqueles específicos para essa oficina como a utilização do campo de entrada e como escrever seus comandos.

A atividade consiste em contornar figuras utilizando os gráficos que representam a função quadrática, as parábolas. Inicialmente colocamos a obra, que queremos reproduzir, como plano de fundo na janela de visualização do GeoGebra e marcamos pontos em seu contorno. Escolhemos pontos convenientes a fim de determinarmos os vértices das parábolas e em seguida escolhemos outros pontos por onde essas curvas devem passar. Ou seja, fazemos modificações na curva para que se adeque ao desenho. Todas as alterações na representação gráfica da função são realizadas a partir da função definida algebricamente por $f(x) = x^2$. Para fazermos os contornos seguimos quatro etapas:

Etapa 1: deslocamento horizontal. Para atingir um ponto $P = (x_0, 0)$, sobre o eixo x, deslocamos a parábola, definida algebricamente por $f(x) = x^2$, horizontalmente, para isso basta que façamos $g(x) = (x - x_0)^2$.

Etapa 2: deslocamento vertical. Para atingir um ponto $P = (0, y_0)$, sobre o eixo y, deslocamos a parábola verticalmente, fazendo $g(x) = (x)^2 + y_0$. Nos casos em que o ponto $P = (x_0, y_0)$ não pertença aos eixos, devemos combinar deslocamentos, verticais e horizontais, tomando a função $g(x) = (x - x_o)^2 + y_0$.

Etapa 3: alteração na concavidade (para cima ou para baixo): basta acrescentar o sinal negativo fazendo $g(x) = -(x - x_0)^2$ para a etapa 1. Para a etapa 2, tomamos $g(x) = -(x)^2 + y_0$. De modo geral, veja que necessitamos fazer $g(x) = -(x - x_0)^2 + y_0$, para atingir um ponto em qualquer localização, conforme o exemplo da Figura 1.

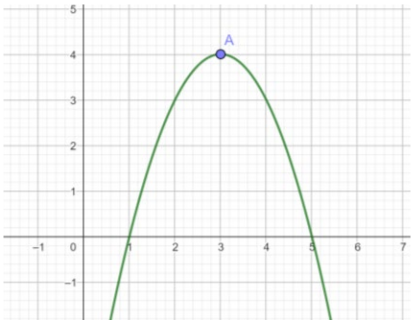

Figura 1: Gráfico da função quadrática passando pelo ponto $P = (3,4)$, em $g(x) = -(x-3)^2 + 4$

Etapa 4: mudança na abertura da concavidade para tornar a parábola mais côncava ou mais convexa. Para ampliar ou diminuir a abertura da parábola, diminuímos ou aumentamos o valor (absoluto) do coeficiente a em $f(x) = ax^2$. Isto é, modificamos o valor do módulo do coeficiente a.

Tomemos um ponto $P = (x_0, y_0)$ e suponha que $f(x_0) = (x_0)^2 = k$, e que $k \neq y_0$. Nossa intenção é que tenhamos $f(x_0) = y_0$. Para isso basta tomarmos $a = \frac{y_0}{k}$,

a função $g(x)$ fica definida por: $g(x) = \frac{y_0}{k}x^2 = \frac{y_0}{f(x_0)}x^2$.

Desse modo o gráfico da função $f(x) = ax^2$passa por P.

Nos casos em que temos dois pontos quaisquer $A = (x_0, y_0)$ e $B = (x_1, y_1)$, teremos de forma geral a função definida por:

$g(x) = \frac{|y_1 - y_0|}{f(x_1 - x_0)}(x - x_0)^2 + y_0$ com o vértice da função sobre o ponto A.

Para exemplificar, tomemos os pontos A e B cujas coordenadas são $A = (3,4)$ e $B = (7,2)$, faremos passar por eles uma representação gráfica da função quadrática (parábola). Tomando como base a função definida por $f(x) = x^2$, faremos inicialmente um deslocamento horizontal, de modo que o vértice da parábola passe pelo ponto $A = (3,4)$.

A partir da $f(x) = x^2$ fazemos alterações tomando a lei de formação $g(x) = (x - 3)^2$, deslocando horizontalmente 3 unidades no sentido positivo do eixo x.

Precisamos, agora, deslocar verticalmente a parábola de quatro unidades no sentido positivo do eixo y. Para realizar esse deslocamento tomaremos a função definida algebricamente por: $g(x) = (x - 3)^2 + 4$, conforme mostra a Figura 2, o vértice da parábola já coincide com o ponto *A*=(3,4).

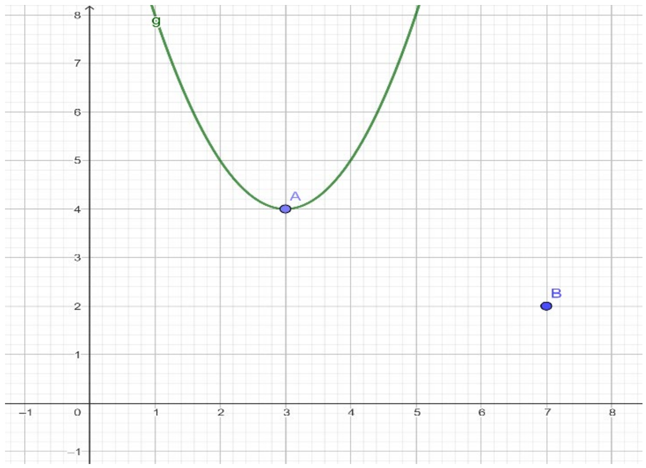

Figura 2: Gráfico da função quadrática passando pelo ponto $A = (3,4)$, em $g(x) = (x-3)^2 + 4$

Para atingir o ponto B precisamos, inicialmente, alterar a concavidade da função e para isso acrescentaremos o sinal negativo na lei de correspondência $g(x) = (x-3)^2 + 4$ fazendo o coeficiente a ficar negativo. Então teremos $g(x) = -(x-3)^2 + 4$.

Por fim faremos alterações no valor do módulo do coeficiente a, seguindo a regra de definição da lei de correspondência: $g(x) = -\frac{|y_1 - y_0|}{f(x_1 - x_0)}(x - x_0)^2 + y_0$.

Nesse caso teremos a função quadrática: $g(x) = -\frac{|2-4|}{f(7-3)}(x-3)^2 + 4$,

Então: $g(x) = -\frac{|2|}{f(4)}(x-3)^2 + 4$

Ficando $g(x) = -\frac{2}{16}(x-3)^2 + 4$ e, portanto, $g(x) = -\frac{1}{8}(x-3)^2 + 4$.

Veja o resultado na figura 3

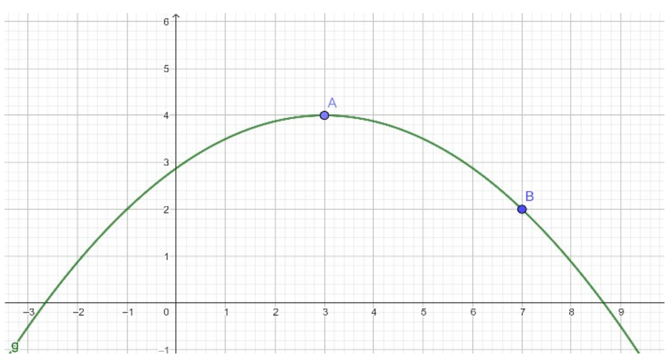

Figura 3: Gráfico da função quadrática passando por $A = (3,4)$e $B = (7,2)$ em $g(x) = -\frac{1}{8}(x-3)^2 + 4$

Após a realização dos quatro passos, quando as parábolas estão ajustadas ao desenho, passando pelos pontos definidos, trabalhamos com os intervalos da função quadrática, para darmos destaque somente ao intervalo da função que contorna a obra de arte. Os demais procedimentos consistem em: modificar a espessura e a cor da parábola; modificar a espessura e a cor dos intervalos, escolhemos as cores de acordo com aquelas próximas as originais dos desenhos, ou das obras de Arte, conforme pode ser visto nas Figuras 4, 5, 6 e 7.

Figura 4: obra original Antropofagia (1929), de Tarsila do Amaral

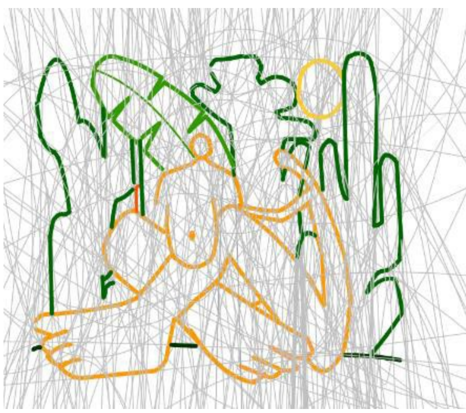

Figura 5: reprodução da obra original mostrando as 189 parábolas e os intervalos.

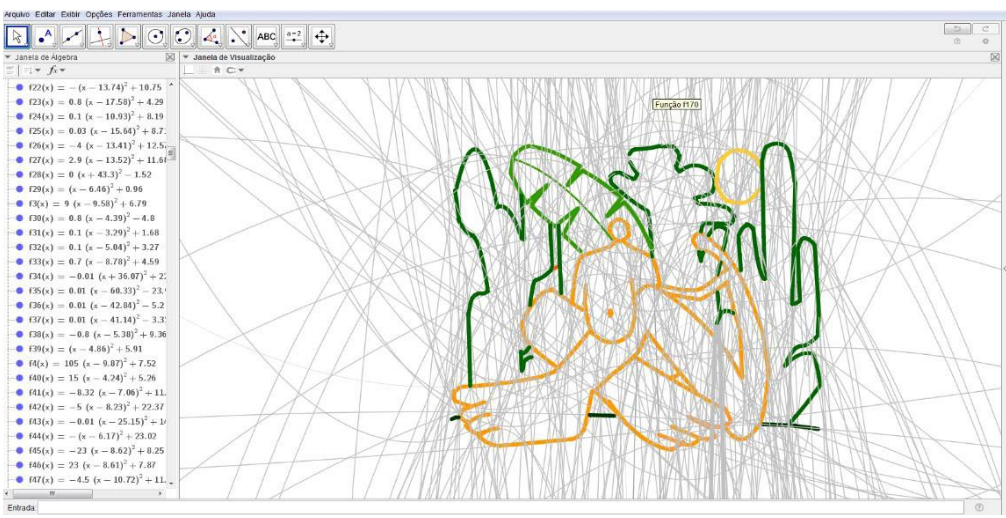

Figura 6: reprodução mostrando as expressões algébricas na janela do Geogebra

Figura 7: resultado final da reprodução da obra original

Conclusão

Acreditamos que atividades que contemplem criatividade, participação, autonomia e interação, pode ajudar os alunos na compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos, bem como desenvolver habilidades na utilização de ferramentas digitais como o software GeoGebra. Ao estabelecer relações interdisciplinares entre Arte e Matemática, cremos na potencialidade, para o processo de ensino e aprendizagem.

Ademais, não apenas analisamos a importância de um ensino interdisciplinar, mas, igualmente, enxergamos as prerrogativas de uma abordagem intradisciplinar proporcionada pelo GeoGebra, à medida em que lida com as representações aritmética, algébrica e geométrica. Observamos que a união dessas três ramificações da Matemática facilita o entendimento do conteúdo aplicado, poiscontextualiza as situações de aprendizagem dos alunos, fazendo-os "identificar harmonia, coerência e beleza nos padrões matemáticos" (Faria & Maltempi, 2019, p. 353).

Essa atividade procurou estimular professores e alunos no uso de diferentes metodologias e na utilização dos laboratórios de Matemática e informática como espaços de aprendizagem, nesse sentido, Mendonça e Ferreira (2013) fala da importância de um laboratório de Matemática na escola como um espaço para a construção do conhecimento de forma dinâmica, interativa, prazerosa e eficaz, e que favoreça uma maior interação entre professor e aluno. No entanto, para as escolas que não tem laboratório de Matemática, mas que tem a possibilidade de trabalhar com computadores, o GeoGebra pode se configurar como um laboratório virtual.

É importante considerar os aspectos cognitivos e afetivos no desenvolvimento de metodologias para um ensino, dos conteúdos de matemática, mais estimulante. Segundo Alro e Skovsmose (2010, p. 106) "aspectos emocionais constituem parte essencial do processo de aprendizagem [...]".

Ao contemplar a Arte no ensino da Matemática podemos contribuir com o desenvolvimento dos alunos nas suas habilidades visuais e matemáticas, segundo Flores (2016), "na busca por uma educação mais significativa e contextualizada, toma-se a arte/imagem como um objeto capaz de proporcionar um ensino de conceitos matemáticos [...]" (Flores, 2016, p.504). Nesse aspecto, destacamos o uso do software GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que esse recurso nos permite uma visualidade das ações e, portanto, um exercício analítico dos aspectos matemáticos estudados. Por meio dessa metodologia, utilizando novas tecnologias, concluímos que o "uso do GeoGebra permite experimentar, criar estratégias, fazer conjecturas, explorar, argumentar e deduzir propriedades matemáticas" (Faria & Maltempi, 2019, p. 35).

Consideramos que trabalhos dessa natureza podem contribuir, de alguma forma, com a prática docente e a área da Educação Matemática. Esperamos que esse trabalho possa ser útil aos professores que ensinam matemática, seja pela utilização dessa atividade em sala de aula, seja por inspirar, nos professores, ideias com trabalho interdisciplinar.

Referências e bibliografia

Alro, H., Skovsmose, O. (2010). Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Borba, M. de C, Silva, R. S. R., & Gadanidis, G.(2018). Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.

Belo Horizonte: Autêntica.

Caldeira, A. D, Meyer, J. F. da C de A., & Malheiros, A. P. dos S.(2011) Modelagem em Educação Matemática.

Belo Horizonte: Autêntica.

D'Ambrósio, U. (2018). Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. 5ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica. Faria, R. W. S. C., & Maltempi, M. V. (2019, April). Intradisciplinaridade matemática com GeoGebra na

Matemática Escolar. Bolema, Rio Claro v. 33, n. 63 p.348-367. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a17

Farias, J. V., Martins, G. J. D., & Santos, A. S. B. dos (2021). Matemática, arte e geogebra: fazendo arte com a função quadrática e com tecnologias digitais. Holos. 37(4), 1-19.

Feitoza W. G., Medeiros E. J. R., Medeiros S. R. R., Medeiros JR R. N., Lourenço E. G. (2020). GeoGebra: Recurso Visual e Cinestésico no Ensino de Funções. Holos.36(5), 1-23.

Flores, C. R. (2016, August). Descaminhos: potencialidades da Arte com a Educação Matemática. Bolema, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 502-514.

Grando, M R. (1995). O Jogo e suas possibilidades metodológicas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Capina.

Mendes, I. A. (2001). O uso da história no ensino da matemática: reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA.

Mendonça, S. R. P de, & Ferreira, J. P. (2013). Clementino. O laboratório de Matemática nas turmas de PROEJA: confecção e utilização de jogos. In: Mendoça, S. R. P de, Nóbrega, C. M. P. de S, & Rocha, R. de C. O PROEJA no IFRN: Refletindo sobre o fazer pedagógico. Santa Cruz: editora do IFRN, p. 91 – 105.

Moreira, P C; et al. (2012) Quem quer ser professor de matemática? Zeteyiké, Campinas, v. 20, n. 37, jan./jun. p. 11-34.

Nunes, K. R. A. (2016). Estela e o projeto fazendo arte com a Matemática. Boletim Gepem, p. 81-91.

Shulman, L. S. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado. v.9, 2, p. 1-30, 2005. http://www.ugr.es/~recfpro/?p=235

Vilela, D. S., Dorta, D. (2010) O que é "desenvolver o raciocínio lógico"? Considerações a partir do livro Alice no país das maravilhas. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília, v. 91, n, 229, p. 634 - 651, set./dez.

Filho, D. Z. (2013). Matemática e Arte. Belo Horizonte: Autêntica.