

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

Razonamiento inferencial informal: Un estudio sobre los aspectos estructurales

Maritza Méndez-Reina

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile

maritzamendez@pensadoresmatematicos.com

Soledad Estrella

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile

soledad.estrella@pucv.cl

Resumen

El estudio integra aspectos estructurales del razonamiento inferencial informal y los conceptos clave propios de la inferencia estadística, con el propósito de examinar la estructura argumental de las inferencias estadísticas informales producidas por dos estudiantes de grado 3. Mediante los modelos de Peirce y de Toulmin se analizan aspectos estructurales de estos razonamientos provocados por un experimento aleatorio en un escenario lúdico, caracterizándose elementos discursivos de la estructura de las inferencias estadísticas informales generadas por los estudiantes de primaria. Se proyecta avanzar en aspectos procesuales ligados a las predicciones, conjeturas, hipótesis y generalizaciones derivadas de este razonamiento.

Palabras clave: Razonamiento inferencial informal, Inferencia estadística informal; Aspecto estructural del razonamiento inferencial estadístico; Modelo de Toulmin; Modelo de Peirce; Inducción; Abducción.

Introducción

A nivel investigativo el enfoque de la inferencia estadística informal ha caracterizado al razonamiento inferencial como un proceso cognitivo conducente a establecer generalizaciones probabilísticas (no deterministas) al interpretar los patrones revelados por los datos disponibles (e.g. Abu-Ghalyoun, 2021; Aridor y Ben-Zvi, 2018; Ben-Zvi et al., 2007). Con el interés de estudiar el razonamiento inferencial informal desde una perspectiva commognitiva se realiza un

análisis de los aspectos estructurales (Jeanotte y Kieran, 2017) de dicho razonamiento, utilizando las ideas de Peirce y Toulmin para caracterizar elementos discursivos de la estructura de las inferencias estadísticas informales generadas por estudiantes de primaria.

El razonamiento inferencial informal

La incertidumbre se convierte en una presencia habitual en los procesos de toma de decisiones (Fischbein, 1987) en este sentido, Shaughnessy (2019) señalaba que la educación estadística tendría como objetivo primordial, el permitir a estudiantes y ciudadanos entender que la toma de decisiones bajo incertidumbre se basa en muestras de datos. Cuando sólo se disponen de datos parciales, la inferencia estadística se constituye en el medio que permite formular conclusiones bajo incertidumbre (Makar y Rubin, 2018). Según de Vetten et al. (2018) una forma de razonamiento inferencial es la inferencia estadística, considerada en sentido amplio como el resultado y el proceso de crear o probar generalizaciones probabilísticas a partir de datos (Makar y Rubin, 2009). A nivel escolar, los estudiantes desde edades tempranas pueden generar inferencias estadísticas informales a partir de muestras de datos sin recurrir al uso de técnicas de inferencia formal, centrando su razonamiento sobre el comportamiento de las distribuciones muestrales y su contraste (Pfannkuch, 2006). El razonamiento inferencial informal (RII) en entornos de enseñanza ha sido caracterizado a partir de los componentes clave tales como: la generación de afirmaciones más allá de los datos (e.g., Zieffler et al, 2008), el uso de expresiones probabilísticas (e.g., Ben-Zvi et al., 2012), el reconocimiento de los datos como evidencia (e.g., Makar y Rubin, 2009; Pfannkuch et al., 2012), la consideración del agregado (e.g., Konold et al, 2015), y la integración del contexto (e.g., Langrall et al., 2011).

El razonamiento puede ser discutido desde diferentes perspectivas académicas (Kollosche, 2021), y algunas podrían centrarse en los aspectos estructurales. Es el caso de Jeannotte y Kieran (2017) quienes realizan un proyecto de investigación desde una perspectiva teórica, que sintetiza diferentes perspectivas sobre el análisis de la estructura del razonamiento utilizadas en la didáctica de la matemática, dentro de sus resultados indican que los modelos de Toulmin y Peirce son asumidos por varios autores, sin embargo, aunque es prolífica la investigación en el campo sobre el razonamiento inferencial informal, pocos estudios han caracterizado los elementos discursivos estructurales que son constitutivos en el RII a través de dichos modelos. Dado el interés por profundizar en los aspectos estructurales del razonamiento inferencial informal y los conceptos clave propios de la inferencia estadística, el propósito de este trabajo es examinar la estructura argumental de las inferencias estadísticas informales producidas por estudiantes de primaria empleando los modelos Toulmin y Peirce.

Los modelos de Peirce y Toulmin en la investigación sobre el RII

Los modelos Peirce y Toulmin presentan diferentes aspectos estructurales del razonamiento. Como se ha venido sosteniendo, la contribución de ambos modelos ha orientado diversas investigaciones (e.g. Jeannotte y Kieran, 2017; Pedemonte y Reid, 2011). A continuación, se describirá cómo las ideas de dichos modelos han sido utilizadas en algunos estudios relacionados con el razonamiento inferencial informal.

El modelo de Peirce. Peirce describe el razonamiento inferencial a partir de muestras como inducción: "la inducción es el razonamiento de una muestra tomada al azar a todo el lote muestreado" (CP 1.93). En su obra, considera que hay diversos pasos en el razonamiento: deducción, inducción y abducción; y señalaba a su vez que estas tres formas son los únicos modos elementales de razonamiento existentes. Las distinciones entre estos pasos son ilustrados a través del ejemplo de la bolsa de frijoles, como sigue (basado en CP 2.623):

Supongamos que entro en una habitación y hay un número de bolsas, que contienen diferentes tipos de frijoles. Sobre la mesa hay un puñado de frijoles blancos; y, después de algunas búsquedas, encuentro una de las bolsas contiene sólo frijoles blancos. Yo en seguida infiero como una probabilidad, o como una conjetura justa, que este puñado fue sacado de esa bolsa. Este tipo de inferencia se llama *hacer una hipótesis*. Es la inferencia de un *caso* de una *regla* y un *resultado*.
[cursiva en el original]

Tabla 1
Ejemplos de los pasos de inferencia elemental de Peirce

Deducción	Regla Todos los frijoles de esta bolsa son blancos. Caso Estos frijoles son de esta bolsa. **Resultado Estos frijoles son blancos.
Inducción	Caso Estos frijoles son [seleccionados aleatoriamente] de esta bolsa. Resultado Estos frijoles son blancos. **Regla Todos los frijoles de esta bolsa son blancos.
Hipótesis [Abducción]	Regla Todos los frijoles de esta bolsa son blancos. Resultado Estos frijoles [extrañamente] son blancos. **Caso Estos frijoles son de esta bolsa.

Fuente: Peirce. 1878.

Rossmann (2008) plantea que el RII es un razonamiento inductivo y consiste en ir más allá de los datos de una muestra para extraer conclusiones sobre un universo que no ha sido explorado en su totalidad, lo cual conduce a que las conclusiones que se obtienen presenten márgenes de incertidumbre. Makar et al. (2011) indican que la forma en que se caracteriza a la inferencia estadística actualmente –como una afirmación basada en datos expresada con cierta incertidumbre–, se corresponde particularmente con la descripción de las inferencias inductivas y probables abordadas en la obra de Peirce, en tanto la generalización de una muestra a una población no es más que una forma de inferencia (CP 5.145). Por su parte, Gil y Ben-Zvi (2011) consideran que la inferencia estadística es por naturaleza una forma inductiva de razonamiento.

Respecto a las hipótesis o abducción Makar, et al. (2011) indican que en la obra de Peirce la inferencia abductiva se caracteriza por los procesos de hipotéticos, sugerencia de ideas y explicación creativa de fenómenos. A su vez Gil y Ben-Zvi (2011) indican que las explicaciones de la inferencia estadística a menudo pueden tomar la forma de abducciones (p. 91), reportando que los estudiantes tienden a proporcionar explicaciones abductivas debido a la complejidad del razonamiento inferencial informal.

El modelo de Toulmin. De acuerdo con Jeannotte y Kieran (2017) la estructura de los pasos de razonamiento puede ilustrarse con este modelo, en tanto permite secuenciar los

diferentes pasos de razonamiento según diferentes estructuras globales (varios pasos elementales).

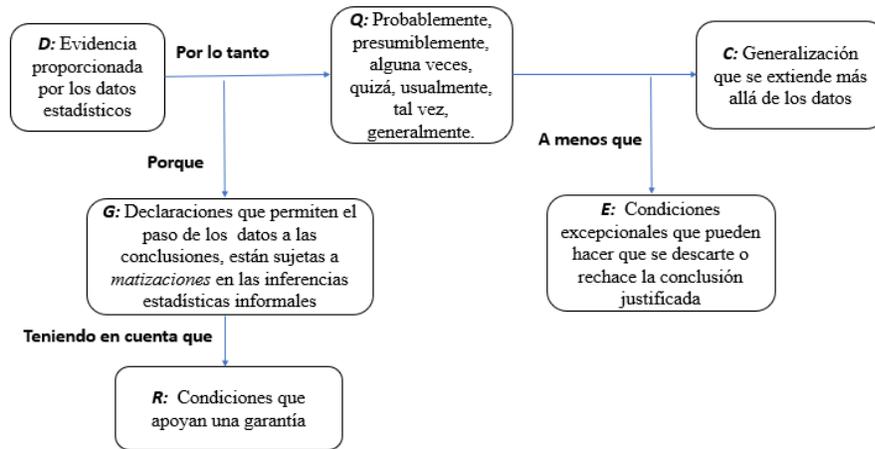


Figura 1. Modelo de Toulmin adaptado para el RII. Elaboración propia

Basándose en el modelo de argumentación de Toulmin, Gómez-Blancarte y Tobías-Lara (2018) presentan una propuesta para analizar la validez del razonamiento inferencial de los estudiantes evaluando la presencia y conexión de los tres componentes del razonamiento inferencial: 1) la inferencia **C**; 2) debe basarse en un análisis estadístico de los datos **D**; y 3) debe incluir un lenguaje de incertidumbre **Q**. Adicional a su propuesta se considera que algunas inferencias pueden dar cuenta de posibles condiciones en las que la inferencia puede no ser apropiada **E**.

La unión de los modelos Peirce y Toulmin. Usando el modelo Toulmin, se ilustra la estructura de las inferencias según el ejemplo de los frijoles Peirce (Figura 2), pero esta vez con la unión de los dos modelos. Dado que el vocabulario de Toulmin y Peirce es diferente, eligen los términos “datos” para atender al “caso”, “la garantía” para atender a la “regla” y “conclusión” para referirse al “resultado. En este caso, se privilegian los pasos de inducción y abducción que han sido caracterizados por la investigación en razonamiento inferencial informal.

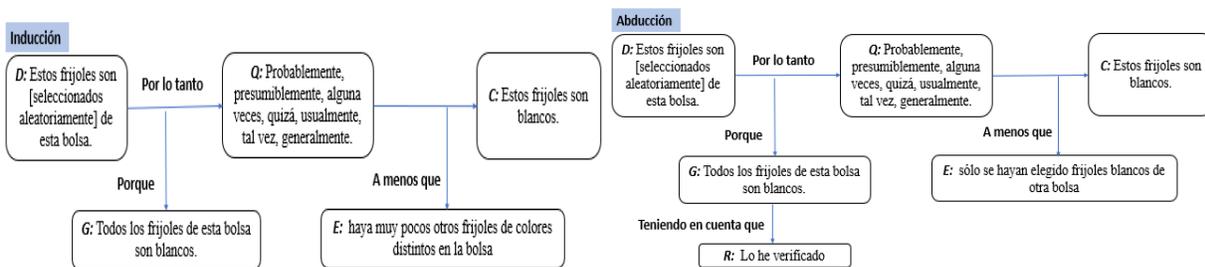


Figura 2. Ejemplos de inferencias utilizando el modelo unificado (Jeannotte, 2015)

Método

Las producciones analizadas provienen de la implementación de un plan de clase previsto transversalmente para estudiantes de kínder a cuarto básico durante los años 2020 y 2021 en tres

instituciones escolares de Chile. Tanto la trayectoria hipotética de aprendizaje sobre el RII, como el resumen de las actividades puede encontrarse en Estrella et al. (2022b). Los estudiantes participantes experimentaron una actividad previa en la cual emplearon lenguaje probabilístico en la realización de juegos aleatorios sin enseñanza previa. La situación denominada “El juego de la carrera de ranitas” se basa en el experimento aleatorio “lanzar dos monedas”, y privilegia la experimentación al manipular material concreto y requiere el registro de los resultados de los lanzamientos en una tabla de datos. Antes de iniciar el juego, cada jugador elige una rana que presupone que podría llegar a la meta antes que las otras dos. El juego termina cuando en el tablero una de las ranas haya conseguido llegar a la meta. Para esta experiencia se tomaron cuatro juegos por estudiante. Culminadas varias carreras y teniendo en cuenta los datos registrados, la pregunta orientadora fue “Si jugaras más veces ¿Cuál ranita escogerías? ¿Por qué?”. Esta pregunta tenía como propósito que los estudiantes generaran una inferencia estadística informal argumentando con evidencia basada en los datos de las muestras obtenidas (la tarea central puede consultarse en Estrella et al., 2022a).

Basado en el consenso entre los autores se adopta un enfoque cualitativo, descriptivo-interpretativo, analizando los diálogos transcritos de grabaciones de video. En particular, se ejemplifica a partir de dos casos la estructura argumental de las inferencias estadísticas informales producidas por dos estudiantes de grado 3, empleando los modelos Toulmin y Peirce unificados.

Resultados y Discusión

Dado que el interés se centra en comparar algunas de las estructuras de argumentación que surgieron en la experiencia, los episodios son extraídos de Estrella et al. (2022b) y se ilustrará a partir de los esquemas (Figura 3 y Figura 4) los aspectos estructurales manifestados en el RII de los estudiantes.

Caso de Ana. El siguiente episodio muestra que la estudiante detecta el suceso que tiene frecuencia máxima. A medida que aumenta el número de muestras ella persiste en su predicción [elegir siempre azul], (Dato en esquema Figura 3), que da cuenta de su nivel confianza en la regularidad determinando su posibilidad de ocurrencia; ella ha explicitado “es más probable que cayera cara y sello”, y constata la variación muestral al expresar “pero me equivoqué”.

Profesora: ¿Siempre elegiste la azul? ¿Por qué?

Ana: Sí, porque pensé que era más probable que cayera cara y sello, distintos, en vez de que cayeran otros. Pero me equivoqué ... [contrasta con sus predicciones anteriores]

Profesora: ¿dónde te equivocaste?

Ana: en el segundo juego.

Profesora: ¿qué pasó en el segundo juego?

Ana: Yo había elegido la azul y ganó la ranita rosa [contrasta la predicción y percibe la variación muestral e impredecibilidad]

Profesora: Entonces, ¿cuál sería la ranita que tuvo menos posibilidades de ganar en tus juegos?

Ana: La ranita naranja [menos posibilidades]

Caso de Oscar. El siguiente episodio refleja como el estudiante ha reconocido una regularidad “es más probable que salga cara y sello más seguido” y expresa la confianza sobre la ocurrencia futura del suceso usando lenguaje con incertidumbre “porque es más probable”. De esta forma generaliza (argumentando su decisión más allá de los datos de los que dispone) basándose en las muestras obtenidas en cada uno de los juegos.

Profesora: ¿Me puedes decir cuál fue la ranita que tú elegiste en el juego 1?

Oscar: la azul

Profesora: Ya y ¿por qué tú elegiste esa ranita?
 Oscar: porque algunas veces sale sello y cara
 Profesora: Vamos a revisar el otro juego que tu realizaste que fue el juego 4 ¿Qué ranita elegiste posible ganadora?
 O: La rosada
 Profesora: ¿y cuál fue la que ganó?
 O: La azul
 Profesora: y ¿qué paso cuando cambiaste de color?
 O: Perdí (no acierta en la predicción, contrasta)
 Profesora: y ¿quién ganó?
 O: La azul
 Profesora: Si jugaras más veces ¿Cuál ranita escogerías? ¿Por qué?
 Oscar: Escogería la azul. Porque hay más posibilidades que salga cara y sello más seguido.

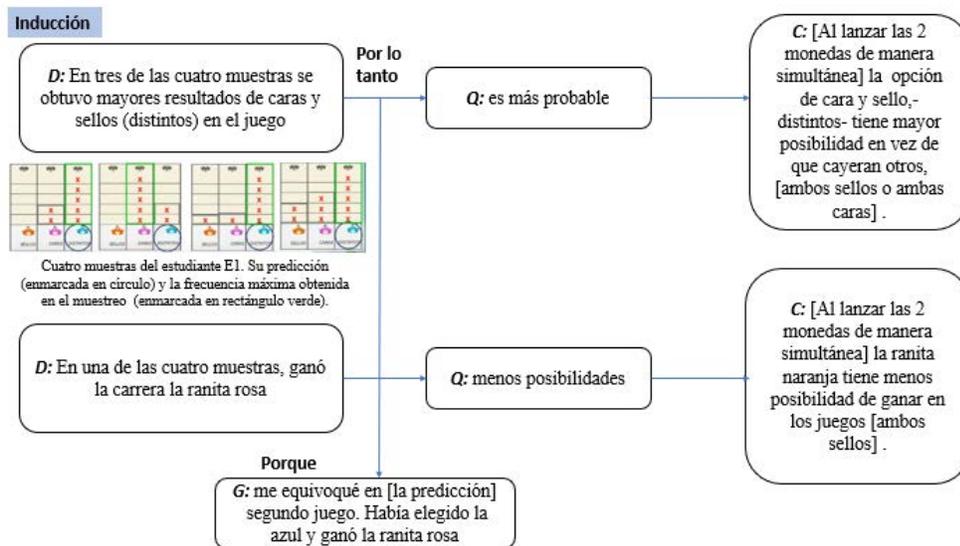


Figura 3. Aspectos estructurales manifestados en el razonamiento inferencial informal de Ana

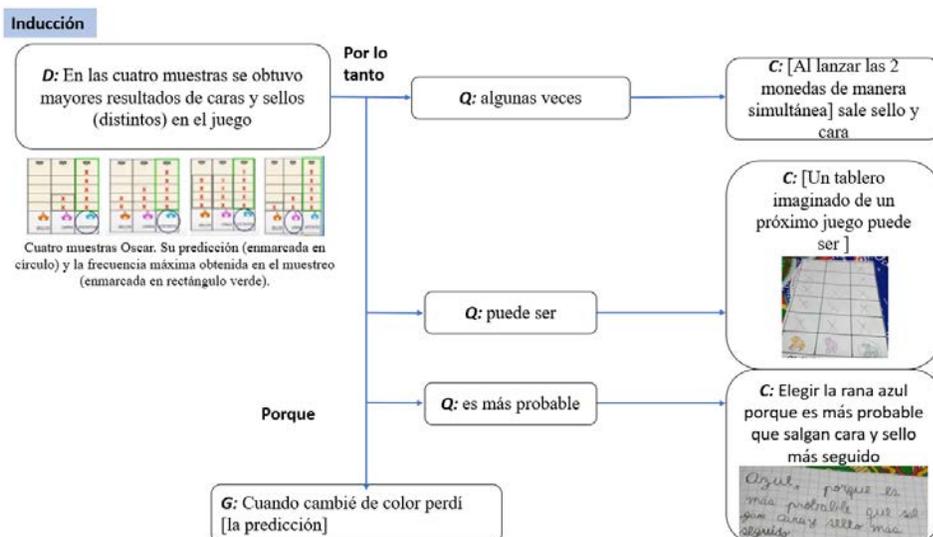


Figura 4. Aspectos estructurales manifestados en el razonamiento inferencial informal de Oscar

El aspecto estructural ha permitido analizar cada uno de los pasos elementales del razonamiento inferencial informal de los estudiantes, estos hallazgos se corresponden por los reportados en Jeannotte y Kieran (2017), y permite distinguir diversos pasos elementales del razonamiento. Desde un punto de vista commognitivo, destacan las reglas de construcción del discurso cuando se generan inferencias estadísticas informales; y acentúa en la naturaleza de la conclusión, el valor epistémico que se le atribuye a las conclusiones en situaciones de incertidumbre que requieren el uso de expresiones probabilísticas con modalizadores discursivos “*Q*” como los señalados en la figura 2.

Si bien es necesario analizar el aspecto estructural de las inferencias informales generadas por los estudiantes, este reporte sólo constituye un avance parcial en el análisis del razonamiento inferencial informal como actividad discursiva, se proyecta entonces profundizar en algunos aspectos procesuales ligados a las predicciones, conjeturas, hipótesis y generalizaciones derivadas del RII en ambientes de incertidumbre y toma de decisiones.

Referencias y bibliografía

- Abu-Ghalyoun, O. (2021). Pre-service teachers' difficulties in reasoning about sampling variability. *Educational Studies in Mathematics*, 108(3), 553–577. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10067-8>
- Aridor, K., & Ben-Zvi, D. (2017). The co-emergence of aggregate and modelling reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 16(2), 38–63. <https://doi.org/10.52041/serj.v16i2.184>
- Ben-Zvi, D., Aridor, K., Makar, K., & Bakker, A. (2012). Students' emergent articulations of uncertainty while making informal statistical inferences. *ZDM*, 44(7), 913–925. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0420-3>
- Ben-Zvi, D., Gil, E., & Apel, N. (2007). What is hidden beyond the data? Helping young students to reason and argue about some wider universe. In *Proceedings of the Fifth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy (SRTL-5)*. University of Warwick, UK.
- de Vetten, A., Schoonenboom, J., Keijzer, R., & van Oers, B. (2018). The development of informal statistical inference content knowledge of pre-service primary school teachers during a teacher college intervention. *Educational Studies in Mathematics*, 99(2), 217–234. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9823-6>
- Estrella, S., Mendez-Reina, M. & Vidal-Szabó, P. (2022b). *Online experiences with early statistics: third-graders' informal inferential arguments* [Manuscript submitted for publication]. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Estrella, S., Mendez-Reina, M., Olfos, R., & Aguilera, J. (2022a). Early statistics in kindergarten: analysis of an educator's pedagogical content knowledge in lessons promoting informal inferential reasoning. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 11(1), 1–13.
- Fischbein, E. (1987/2002). *Intuition in science and mathematics*. Springer. <https://doi.org/10.1007/0-306-47237-6>
- Gil, E., & Ben-Zvi, D. (2011). Explanations and Context in the Emergence of Students' Informal Inferential Reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1–2), 87–108. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538295>
- Gómez-Blancarte, A., & Tobías-Lara, M. G. (2018). Using the Toulmin model of argumentation to validate students' inferential reasoning. In M. A. Sorto, A. White, & L. Guyot (Eds.), *Looking Back, Looking Forward. Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-10)*, Kyoto, Japan. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

- Jeannotte, D. (2015). *Mathematical reasoning: a conceptual model for learning and teaching at the primary and secondary levels of schooling*. (Unpublished doctoral dissertation). Université du Québec à Montréal.
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1–12. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Kollosche, D. (2021). Styles of reasoning for mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 107(3), 471–486. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10046-z>
- Konold, C., Higgins, T., Russell, S.J., & Khalil, K. (2015). Data seen through different lenses. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 305–325. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9529-8>
- Langrall, C., Nisbet, S., Mooney, E., & Janssen, S. (2011). The role of context expertise when comparing groups. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1–2), 47–67. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538620>
- Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82–105.
- Makar, K., & Rubin, A. (2018). Learning about statistical inference. In D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 261–294). Switzerland: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_8
- Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2011). The reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1), 152–173. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538301>
- Pedemonte, B., & Reid, D. A. (2011). The role of abduction in proving processes. *Educational Studies in Mathematics*, 76(3), 281–303.
- Peirce, C. S. (n.d.). *The collected papers of Charles Sanders Peirce* (Electronic ed.). Charlottesville: InteLex Past Master. Retrieved from http://library.nlx.com/xtf/view?docId=peirce/peirce.00.xml;chunk.id=div.peirce.pmpreface.1;toc.depth=1;toc.id=div.peirce.pmpreface.1;brand=default&fragment_id=
- Pfannkuch, M. (2006, July 2–7). Informal inferential reasoning. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching of Statistics* (CD-ROM), Salvador, Bahia, Brazil.
- Pfannkuch, M., Wild, C., & Parsonage, R. (2012). A conceptual pathway to confidence intervals. *ZDM*, 44(7), 899–911. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0446-6>
- Rossman, A. (2008). Reasoning about Informal Statistical Inference: One Statistician's View. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5–19.
- Shaughnessy, J. M. (2019). Recommendations about the Big Ideas in Statistics Education: A Retrospective from Curriculum and Research. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 18, 44–58.
- Zieffler, A., Garfield, J., delMas, R., & Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 40–58.