



Una aproximación al docente para el tratamiento de curso electivo: Límites, Derivadas e Integrales

Erich **Barrueto** Gonzalez
Universidad Metropolitana de ciencias de la educación
Chile
erich.barrueto2019@umce.cl
David **Álvarez** Serrano
Universidad Metropolitana de ciencias de la educación
Chile
david.alvarez2019@umce.cl

Resumen

Esta propuesta tiene como objetivo analizar reflexiones sobre prácticas de los profesores al enseñar el curso electivo de cálculo, propuesto por el Ministerio de Educación en el año 2020, de Límites, Derivadas e Integrales para estudiantes de últimos años de secundaria (16 y 17 años). Se utiliza una metodología cualitativa a través del estudio de caso por medio del Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) para observar el conocimiento docente. Dentro de los resultados se observa que los profesores observan que los estudiantes tienen débiles los conocimientos previos para implementar el curso y se destaca la necesidad de formación continua para el cumplimiento de los estándares de formación docente.

Palabras clave: cálculo, prácticas pedagógicas, conocimiento docente, estándares de formación docente.

Introducción

En Chile, a partir del año 2020 se ha introducido en el currículum de enseñanza secundaria cuatro electivos de matemática para los últimos años de Educación Secundaria (16 y 17 años), uno de ellos es el Electivo de Límites, Derivadas e Integrales, el cual es el objeto de estudio de esta comunicación, que presenta el estudio de una investigación pretende analizar las reflexiones que realizan docentes de matemática al implementar el electivo y su percepción de logro comparado con los estándares entregados por el Ministerio de Educación (2021).

Considerado lo anterior, se responde a la pregunta de investigación ¿Cómo evalúan los profesores de matemática sus implementaciones del curso electivo de límites, derivadas, integrales? Un profesor en ejercicio, que el presente año ha dictado el curso, responde una entrevista estructurada que lo invita a reflexionar sobre su quehacer docente en el curso.

Planteamiento del problema

Es común que cuando se decide estudiar alguna carrera universitaria o técnico profesional relacionada con alguna de las áreas de la matemática, los y las estudiantes dentro de su malla curricular se verán enfrentados al ramo de cálculo. Un curso que poco a poco ha sido un tema de debate, al ser catalogado como uno de los más complicados y que, además, presenta altas tasas de reprobación.

Esta asignatura se imparte en diversas carreras y de diferentes formas, por lo que, durante la formación docente de los investigadores, se ha consultado a diferentes personas que estudian carreras vinculadas con matemática (por ejemplo, contabilidad, comercio exterior, pedagogía en matemáticas, entre otras) sobre qué es lo que entienden por límites, derivadas e integrales. La gran mayoría solo conoce el cálculo mecánico, sin entender la interpretación de los resultados obtenidos, generando que, en cursos más avanzados, enfrenten mayores dificultades para aprobar.

Bustos y Ramos (2021) mencionan que “en Chile, a partir del año 2020 se ha introducido en el currículo de enseñanza secundaria, algunos conceptos del cálculo, entre ellos el de límite de sucesiones, que antes eran exclusivos para la enseñanza superior. En este contexto, los profesores en formación y en servicio chilenos se han enfrentado a considerar este tema dentro de los que debe enseñar” (p.2). Además, se apoyan de la idea de Hitt (2003), en relación a que el contenido resulta ser complejo, pues, muchas de las dificultades que enfrentan los estudiantes son reforzadas por la manera en que el profesor de matemática introduce dichos temas.

Considerado lo anterior, resulta un desafío para los y las docentes la asimilación del contenido de cálculo dentro del aula, pues si ya es un problema notorio por parte de los estudiantes universitarios que en su mayoría eligieron una carrera con afinidad matemática, puede tener una mayor complicación para estudiantes secundarios, debido a su diversidad de gustos, intereses y afinidades con las distintas asignaturas escolares.

Desde la formación docente, uno de los problemas que se visualiza es la falta de escolarización de los contenidos de cálculo. Para Chevallard (1997) el saber sabio debe de interiorizarse por parte de los docentes con el propósito de generar la transposición didáctica hacia el saber enseñar, pero, la interiorización puede resultar difícil de alcanzar para aquellos profesores y profesoras con más años de experiencia, ya que probablemente en los años que estudiaron cálculo no le consideraron gran importancia por no ser contenidos de secundaria.

Referentes Teóricos

En las escuelas se evidencia que “a pesar del esfuerzo realizado para reducir los contenidos y hacer posible la exposición de éstos en un periodo de tiempo tan corto, la forma

clásica de impartir la docencia se ha hecho ya inviable. El alumno, sigue dedicando la mayor parte del tiempo en el aula a tomar notas de los resultados que expone el profesor. Esto le hace restar tiempo a la atención a las explicaciones y el alumno sale de la clase con unas notas de las que no entiende el significado y que, en muchos casos, contienen erratas que le conducirán a no poder comprender en ningún momento los resultados” (Martín et. al, 2005, p.6).

En este sentido, las relaciones entre el estudiante, profesor y contenido pueden influir directa o indirectamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo y de cualquier otra asignatura. Las creencias juegan un papel importante en la enseñanza, el “National Council of Teachers of Mathematics” (2015) menciona que la cultura dominante concernientes a la enseñanza y el aprendizaje continúan siendo un obstáculo para la sólida implementación en el salón de clases de la enseñanza y el aprendizaje eficaces de las matemáticas, padres y docentes creen que a los estudiantes debería enseñarles como a ellos les enseñaron, mediante la memorización de hechos, fórmulas y procedimientos para luego practicar habilidades, o sea, enfatizando un paradigma bajo la enseñanza del método tradicional.

Tal como menciona Montoya (2018) “La formación de profesores en Chile está dada por todo tipo de establecimiento de educación superior tales como Universidades públicas y privadas e Institutos profesionales. Generalmente en el proceso de formación, el aspecto didáctico está dado por una Facultad de Educación y en lo que respecta a la especialización, esta es de responsabilidad de una facultad competente en el área del conocimiento disciplinar. Este último aspecto conlleva a que la formación del futuro profesor no esté ceñida al currículum nacional, sino más bien a la ciencia en sí misma” (p.29).

Entonces, a modo de síntesis, un profesor que se forma en Chile adquiere conocimientos tanto didácticos como propios de su disciplina dentro de una universidad o instituto profesional que, además, en lo disciplinar profundizan más contenidos de los que aparecen descritos en el currículum nacional. En opinión de los investigadores, consideran que lo último ayuda a los y las profesoras en formación en que puedan estar más familiarizadas con lo que indica el currículum nacional, pues, puede ocurrir que los contenidos a enseñar vayan recibiendo modificaciones por lo que se debe estar preparado para esa ocasión.

Según Thompson (1992) citado por Velásquez (2019) “la mayoría de profesores poseen una concepción acerca de la matemática como un cuerpo inerte de conocimientos, normas y procedimientos que son utilizados para enunciar una respuesta adecuada” (p. 10). En relación a esto, Freitas et al (2004), recalcan que los profesores que tienen experiencia a diferencia de los que no la tienen, suelen ser más innovadores en lo que hacen en el aula que lo que dicen en sus concepciones, por lo que, se evidencian distintos aspectos que influyen en la implementación del conocimiento matemático.

Por lo expuesto anteriormente es necesario encontrar un referente que hable sobre el conocimiento del profesor de matemáticas. Según Montes *et al* (2013) el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) tiene seis subdominios que permitirán comprender aspectos que involucran el conocimiento práctico y didáctico del profesor. En nuestro caso, será el modelo en el electivo de límites, calculo e integrales.

Tabla 1

Conocimientos del profesor de matemática según MTSK

Subdominio	Descripción	Conocimiento esperado que movilice el docente
KoT	Referirse al conocimiento matemático según lo que se encuentra en textos o manuales matemáticos.	Dominio de los fenómenos de estudio y de su rigurosidad matemática, en este caso el dominio de Límite infinitesimal, Derivada e Integral.
KSM	Unión de los conceptos con conexiones entre ellas para dar un sentido lógico al conocimiento matemático.	El orden lógico emplea el tránsito desde funciones, sucesiones, límites, derivadas e integrales.
KPM	Conocimiento basado en la práctica docente para representar de forma asertiva el concepto matemático	El docente debe adecuar los contenidos que tienen su predominancia en la educación universitaria
KMT	Estrategias de enseñanza que fomenten el desarrollo de capacidades procedimentales o conceptuales	El docente arma estrategias de planificación con el fin de desarrollar los objetivos de aprendizaje, actitudes y habilidades necesarias para el electivo de Límites, derivadas e integrales.
KFLM	Conocimiento del proceso de comprensión de los estudiantes de los distintos contenidos, los errores, dificultades, y obstáculos asociados a cada concepto.	El docente conoce las debilidades y fortalezas de sus estudiantes y apoya su implementación usando de forma efectiva este conocimiento.
KMLS	Conocimiento del profesor sobre los estándares del currículo institucional para saber que se prescribe en cada etapa	El profesor conoce los Objetivos de aprendizaje, los indicadores de evaluación y tiene conocimiento de los programas de estudio entregados por el ministerio de educación.

Nota. Esta tabla entrega la descripción de los subdominios del MTSK y su adecuación para el curso electivo de Límites, Derivadas e Integrales.

Estándares del MINEDUC para la implementación actual

Para la implementación del electivo los objetivos de aprendizaje son como la siguiente tabla:

Tabla 2

Objetivos de aprendizaje durante el año del electivo Límites, Derivadas e Integrales

Unidad 1: Funciones	Unidad 2: Límites	Unidad 3: Derivadas	Unidad 4: Integrales
OA 1. Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.	OA 2. Argumentar acerca de la existencia de límites de funciones en el infinito y en un punto para determinar convergencia y continuidad en contextos matemáticos, de las ciencias y de la vida diaria, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas digitales.	OA 3. Modelar situaciones o fenómenos que involucren rapidez instantánea de cambio y evaluar la necesidad eventual de ajustar el modelo obtenido. OA 4. Resolver problemas que involucren crecimiento o decrecimiento, concavidad, puntos máximos, mínimos o de inflexión de una función, a partir del cálculo de la primera y segunda derivada, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas digitales.	OA 5. Modelar situaciones o fenómenos que involucren el concepto de integral como área bajo la curva en contextos matemáticos, de las ciencias y de la vida diaria, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas digitales, y evaluar la necesidad eventual de ajustar el modelo obtenido.

Nota. MINEDUC (2021, p. 31)

Según MINEDUC (2021) el propósito formativo se enfoca en la aproximación intuitiva, el uso abundante de ejemplos y situaciones concretas buscan formalizar las nociones matemáticas del electivo las cuales buscan ser de utilidad a los estudiantes para sus estudios superiores, técnicos o universitarios, especialmente para el Cálculo de la enseñanza superior. Así mismo las orientaciones de actividades principales buscan a través de actividades explicar los conceptos necesarios para el estudio de Límites, Derivadas e Integrales. Entre las actividades principales observadas en el programa de estudios del electivo encontramos: Representar las sucesiones como patrones infinitos, Describir la derivada como función de rectas tangentes, Aplicando la derivada para detectar máximos y mínimos, Describiendo la integral definida como área bajo la curva y Aplicación de la integral definida a la geometría.

Con esto se puede contrastar que la implementación que ofrece el Ministerio de Educación tiene un propósito de conceptualización y aplicación para facilitar la inserción en la educación superior donde sus orientaciones no se centraran en lo teórico, por ejemplo, al observar que no se detiene el programa de estudios a hablar sobre conceptos abstractos de Cálculo, de hecho se menciona que las orientaciones deben buscar en el estudiante que desarrollen el pensamiento matemático, en lugar de retener fórmulas u otro tipo de información que carece de utilidad presente y futura si no las entienden. Por ende, los logros de aprendizaje esperados estarán orientados en la utilidad de esta asignatura electiva para entender el objeto matemático estudiado.

Según Ayzum (2011) la autoevaluación docente se concibe como una instancia formativa, en donde se desvelan conductas o aspectos que pueden presentar una propuesta para mejorar la práctica pedagógica, su objetivo de evaluación es de carácter formativo. bajo ninguna circunstancia dan la instancia para poder remediar las deficiencias detectadas.

Metodología

Para la realización de esta investigación se utilizó una metodología de investigación cualitativa, a través de un estudio de caso para indagar y describir las prácticas de los docentes y sus percepciones de logro del electivo.

Para recolectar la información y a modo de experiencia piloto, se optó por una entrevista semi estructurada a un docente que había dictado el electivo en un colegio particular subvencionado, de la comuna de Quilicura, en Santiago de Chile. Se busca entender y orientar las respuestas del docente para describir sus conocimientos prácticos y didácticos (según la perspectiva del MSTK) para posteriormente efectuar un contraste con lo que se plantea en los estándares del Ministerio de Educación (2021), a fin de generar un análisis que entregue evidencias con respecto a la implementación de este electivo.

Las preguntas son elaboradas considerando los 6 subdominios del MTSK y la identidad docente. Para cada subdominio se elaboran dos preguntas exceptuando el dominio KPM que se elaboró cuatro preguntas, además, en el inicio y final de la entrevista se realizó dos preguntas relacionadas a la identidad docente y dos preguntas relacionadas al perfeccionamiento del electivo respectivamente.

Análisis de Resultados

Por un lado, desde una mirada específica de los aprendizajes logrados y no logrados, el docente considera que dentro de las debilidades presentadas por los y las estudiantes, se encuentra la falta de conocimientos previos, los que “modelan y activan su aprendizaje” (Formando Profesores, s.f, p.2). Lo cual, dificulta su implementación de manera íntegra dentro del electivo Límites, Derivadas e Integrales, y trae como respuesta inmediata tener que reforzar contenidos necesarios de álgebra como lo son raíces, logaritmos y funciones, que se han visto afectados por la disminución de horas pedagógicas dedicadas a este eje temático dentro del currículo escolar. Por esta razón, el entrevistado afirma que es de vital importancia comprender conceptos matemáticos fundamentales del álgebra antes de comenzar el trabajo con el objeto matemático en cuestión.

Por otro lado, el docente se siente seguro con su manejo en el área del cálculo universitario al afirmar que “llevo haciendo cálculo hace años de forma independiente”, donde se aprecia un buen dominio del KoT, siendo su prioridad enseñar el electivo en base a la rigurosidad matemática, es decir, a una correcta escritura de símbolos en demostraciones y cálculos.

Sin embargo, el propósito del electivo descrito por el MINEDUC (2021), consiste en dar respuesta al entendimiento del objeto matemático por medio de la práctica, lo que puede estar

diferiendo con los estándares propuestos, pero que le ayudan al docente a mantener un orden respecto a la enseñanza del saber matemático, tanto para planificar como para hacer las adecuaciones que él estime conveniente al pasar el contenido, pero en este caso, siempre desde lo que el docente entiende o conoce y, no desde lo que el o la estudiante sabe.

A la hora de analizar el cumplimiento de los objetivos de aprendizaje, el docente es consciente de que algunos de los alumnos(as) presentan dificultades en la adquisición de conceptos, como, por ejemplo: la sumatoria telescópica, la resolución de problemas reales y los límites con raíces en el denominador, sin embargo, también destaca en el resto de los y las estudiantes su dominio al derivar e integrar. En suma, a la perspectiva que tiene el docente sobre los objetivos de aprendizajes entregados por el MINEDUC (2021) menciona que son muy amplios para lo que necesitan los estudiantes en la realidad. Por lo que, es necesario que en la implementación de los programas de estudio del electivo Límites, Derivadas e Integrales, exista una capacitación para los y las docentes sobre cómo abordar los contenidos que se plantean desde una mirada didáctica, con el fin de no perder los estándares y objetivos que busca el MINEDUC con el electivo, dando ideas sobre las metodologías y recordando el propósito de su implementación. Dado que, la matemática es una ciencia exacta y universal, lo que cambia es la metodología de enseñanza, o sea, la didáctica. Lo anterior, concuerda con Peralta (2020) “Para el ejercicio de la profesión docente se requiere capacitación en servicio y desarrollo profesional. La primera está relacionada con la mejora en el ejercicio docente, con la práctica diaria en el salón de clases y la segunda con las oportunidades para que los educadores puedan seguir progresando en otras áreas de su desarrollo profesional” (p. 32).

Por consiguiente, al preguntar sobre los resultados obtenidos por los y las estudiantes en el electivo de cálculo, se menciona que, a pesar de las dificultades señaladas anteriormente, se siente satisfecho de sus implementaciones, destacando la importancia que tiene el electivo y la ventaja que les otorga cuando ingresan a la universidad. Sin embargo, el modelo que busca entender estándares curriculares antes de entender el objeto matemático puede alejarse del propósito formativo esperado por las bases curriculares.

Conclusiones

En este estudio hemos observado en la autoevaluación docente una separación entre el propósito formativo del docente en el electivo Límites, Derivadas e Integrales y el propósito formativo formulado por el Ministerio de educación (2021), de esta forma, el objetivo propuesto en el currículum para desarrollar las habilidades matemáticas que favorecen el entendimiento del objeto matemático es reemplazado por el desarrollo de habilidades que favorecen la rigurosidad matemática. En este caso el electivo implementado por el docente es muy propenso a funcionar desde un paradigma positivista, el que tal como menciona Del Valle (2013) pone su acento en lo observable y medible, en donde subyace la cuantificación (p. 115), es decir, está muy limitado en las habilidades, destrezas y actitudes que pueden ser desarrolladas por los estudiantes.

Para finalizar, tomando la idea del docente entrevistado sobre que los profesores han tenido que perfeccionarse en este nuevo electivo, los más adultos para pensamiento computacional y estadística y los más jóvenes para cálculo y geometría 3D. Se puede mencionar que, el hecho de haber obtenido el título profesional no es suficiente para impartir una clase del electivo, o sea, un profesor o profesora nunca debe dejar de aprender ni formarse, lo que

concuera con lo que menciona El Colegio de Profesores de Chile (2016) en que “el docente no solo es un profesional que construye situadamente, día a día, los procesos de enseñanza-aprendizaje, sino también en directo conocedor de las necesidades de las escuelas y de los estudiantes, y actor fundamental de cualquier proyecto de transformación del sistema educativo.” (p.26), buscando que los y las estudiantes analicen, experimenten y comprendan la naturaleza de conceptos matemáticos y las diferentes formas de poder aprender límites, derivadas e integrales. Constantemente los docentes se autoevalúan, comprendiendo que educar es un proceso de reconstrucción, donde los y las docentes no solo deben cumplir con lo que impone el sistema educativo, sino que piensen y sientan que tienen una trascendencia en sus estudiantes.

Referencias y bibliografía

- Ayzum, J. (2017). *La autoevaluación docente de aula: un camino para mejorar la práctica educativa*. Revista Electrónica Diálogos Educativos. REDE, 11(22), 183-196. Recuperado a partir de <http://revistas.umce.cl/index.php/dialogoseducativos/article/view/1074>
- Bustos-Tiemann, C. y Ramos-Rodriguez, E. (2021). *Conocimiento de los temas (KOT) de futuros profesores sobre Limite de Sucesiones*. Congreso Iboamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas.
- Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica. Del Saber Sabio Al Saber Enseñado* (1ra Ed.). Ed. Aique.
- Colegio de Profesores de Chile. (2016). *Saberes de la experiencia. Relatos pedagógicos de docentes de Chile*. Consuelo Hayden G.
- Freitas, I. M., Jiménez, R. & Mellado, V. (2004). *Solving Physics Problems: The Conceptions and Practice of an Experienced Teacher and an Inexperienced Teacher*. Research in Science Education, 34(1), 113-133.
- Hitt, F. (2003). *El concepto de infinito: obstáculo en el aprendizaje de límite y continuidad de funciones. Matemática Educativa: Aspectos de la Investigación Actual* (pp. 91-111). Fondo de Cultura Económica.
- Martín, P., Álvarez, J., García, A., Getino, J., González, A. y López, D. (2005). *Cálculo*. Delta Publicaciones. <https://elibro.net/es/ereader/umce/169241?page=1>
- Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC]. (2021). *Programa de estudio Tercero o Cuarto medio. Formación Diferenciada Matemática, Límite, Derivadas e Integrales*. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140143_programa_feb_2021_final_s_disegno.pdf
- Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC]. (2019). *Bases Curriculares Tercero y Cuarto medio*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-91414_bases.pdf
- Montes, M. A., Contreras, L. C. y Carrillo., J. (2013). *Conocimiento del profesor de matemáticas: enfoques del MKT y del MTSK*. Universidad del País Vasco.
- Montoya, J. (2018). *Propuesta de trabajo para el estudio del concepto de derivada en educación media*. [Seminario]. Universidad de Concepción.
- NCTM. (2015). *De los principios a la acción. La adopción generalizada de los estándares para la educación para garantizar el éxito matemático para todos*. 3D.
- Stewart, J. (2012). *Cálculo de una variable. Trascendentes Tempranas* (7ma ed.). Santa Fe, México: Cengage Learning Editores.
- Velásquez, F. (2019). *Relación entre las concepciones de enseñanza y las prácticas docentes en el tema de las derivadas en la asignatura de Cálculo I*. [Tesis de Doctorado, Universidad San Martín de Porres]. Lima.