ISBN: 978-980-7839-02-0

DIÁLOGO SOBRE AS CONCEPÇÕES DO CÁLCULO MENTAL

DIALOGUE ON THE CONCEPTIONS OF MENTAL CALCULUS

Danilene Gullich Donin Berticelli[1]
Universidade Federal do Paraná – Setor Palotina

Juliana Martendal Salla[2]
Universidade Federal do Paraná – Setor Palotina

RESUMO

Neste texto buscamos promover um diálogo entre diferentes autores de manuais pedagógicos que circularam na primeira metade do século XX em relação às concepções sobre o cálculo mental. Para apreender a concepção de cálculo mental, analisamos materiais produzidos por Leite (1927), Backheuser (1933, 1946), Aguayo (1935), Albuquerque (1951), cujas produções tiveram apropriação e circulação no período indicado. Nossa análise fundamenta-se na perspectiva da história cultural (Chartier, 1990), que busca identificar os modos como uma realidade social é pensada em diferentes lugares e momentos. A análise mostrou que a concepção de cálculo mental varia de acordo com o autor que o recomenda, perpassando por um entendimento que considerava o cálculo mental aquele realizado somente "de cabeça" para uma ideia que considerava que, qualquer cálculo realizado pode ser mental, inclusive aquele que utilizava o lápis e papel. Para além da concepção, os manuais trouxeram várias estratégias que podem ser utilizadas para estimular o cálculo mental, as quais são apresentadas e discutidas.
Palavras-chave: Cálculo Mental. Concepções. Estratégias.

ABSTRACT

In this text, we seek to promote a dialogue between different authors of pedagogical manuals that circulated in the first half of the 20th century in relation to conceptions about mental calculus. To apprehend the conception of mental calculation, we analyzed materials produced by Leite (1927), Backheuser (1933, 1946), Aguayo (1935), Albuquerque (1951), whose productions were appropriated and circulated in the indicated period. Our analysis is based on the perspective of cultural history (Chartier, 1990), which seeks to identify the ways in which a social reality is thought of in different places and moments. The analysis showed that the concept of mental calculation varies according to the author that considered mental calculation that performed only "in the head" to an idea that considered that any calculation perfumed can be mental, including the one who used pencil and paper. In addition to design, the manuals brought several strategies that can be used to stimulate mental calculation, which are presented and discussed.
Keywords: Mental Calculus. Conceptions. Strategies.

[1]Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR). Docente da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Palotina, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Pioneiro, 2153, Palotina, Paraná, Brasil, CEP: 85950-000. E-mail: danilene@ufpr.br https://orcid.org/0000-0003-3051-4750
[2]Acadêmica em Licenciatura em Ciências Exatas - habilitação em matemática, na Universidade Federal do Paraná (UFPR), Palotina, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Elis Regina 764, ap. 09, Jardim Dallas, Palotina, Paraná, Brasil, CEP: 85950-000. E-mail: juliana.salla@ufpr.br https://orcid.org/0000-0002-8567-3700

1 INTRODUÇÃO

O interesse pelo cálculo mental, desde sua presença na história educacional ou na vida cotidiana das pessoas, fez emergir diversos projetos de pesquisa e extensão nas nossas investigações. Um exemplo é o Projeto de Iniciação Científica intitulado Cálculo Mental em fontes documentais (1971-1980), que buscou olhar para livros didáticos em busca de vestígios sobre o cálculo mental. Outro projeto, no âmbito da extensão, está vigente e tem como objetivo aprimorar o cálculo mental no Ensino Fundamental I.

Nossa participação no Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática[3] (GHEMAT BRASIL), nos levou a desenvolver mais pesquisas no âmbito histórico, buscando compreender o cálculo mental, sua presença nos programas, nos livros didáticos, em manuais pedagógicos, cadernos de alunos investigando as permanências e mudanças e ampliando nossos estudos sobre este tema.

Nesta caminhada, avançamos o período temporal, ao longo do século XX, adentrando ao século XXI buscando compreender as transformações no ensino do cálculo mental, pois notamos que as pesquisas sobre este tema ainda são escassas. Ao olharmos para as fontes, seja em livros didáticos, manuais pedagógicos, revistas ou documentos oficiais, notamos que as concepções dos autores que tratam do cálculo mental, nem sempre são unânimes, há convergências e divergências que podem estar relacionadas ao período histórico em que o cálculo mental é referenciado.

O presente texto tem por objetivo proporcionar um diálogo entre diferentes autores que fizeram referência ao cálculo mental, buscando compreender a concepção destes em relação ao cálculo mental. Nossa leitura se dá em uma perspectiva da História Cultural (Chartier, 1990), entendida como "um campo do saber que busca identificar os modos como uma realidade social é pensada em diferentes lugares e momentos". Buscando analisar as representações produzidas historicamente olhamos para manuais pedagógicos[4] que circularam até meados do século XX e cujos saberes foram apropriados e mobilizados por professores que atuavam, dentre eles destacamos Leite (1927), Backheuser (1933, 1946), Aguayo (1935), Albuquerque (1951).

Considerando-os como fontes de pesquisa, olhamos para os manuais na busca de compreender aspectos relacionados à concepção do cálculo mental pelos autores. Para a análise, trouxemos ainda a concepção de cálculo mental presente nas diretrizes vigentes

[3] Site oficial do grupo em https://www.ghemat-brasil.com/.

[4] Os manuais pedagógicos serviram como modos de apropriações que criaram redes de relações significativas (Valdemarin, 2010) e, de certa forma auxiliaram na divulgação das concepções pedagógicas, (Silva, 2016) de modo que por meio destes, as concepções eram colocadas em prática.

no período em que os manuais circularam. É um estudo inicial que deverá ser ampliado, ao avançarmos no período e nas fontes na continuidade das pesquisas.

2 CONCEPÇÕES SOBRE O CÁLCULO MENTAL

Pais e Freitas (2015, p. 117) dizem que "embora o ensino do cálculo mental tenha sido objeto de maior valorização, a partir de 1870, no contexto da expansão da oferta de instrução primária e popular, sua presença na instrução elementar, já ocorria cerca de três séculos antes". Ao longo da história muitos pesquisadores[5] recomendaram o cálculo mental, seja em livros pedagógicos ou em textos acadêmicos, pautados em concepções diversas. Há aqueles que o descrevem como sendo unicamente feito de forma mental, sem o uso de nenhum material concreto, como lápis e papel por exemplo, e há aqueles que consideram que o cálculo escrito também é mental, ou seja, que o uso desses materiais, não alteram as características dos cálculos feitos com a mente. Alguns autores ainda, o descrevem como aquele cálculo feito com estimativas, assim este poderia não ser exato, mas sim um cálculo aproximado, e há ainda aqueles que sugerem o uso de materiais manipuláveis como auxílio para estimular o cálculo mental.

As Bases Educativas para a organização da Escola Normal Secundária do Paraná (Costa, 1923) recomendavam que "Em toda a Matemática o professor fará trabalhar (...) o exercício mental correspondente a matéria dada no dia, será realizado pelos alunos guiados pelo professor em cada lição" (p.17). O que nos permite inferir que o cálculo mental era recomendado para as atividades nas aulas de matemática. Esta recomendação não nos permite afirmar que era de fato trabalhado, mas percebemos que havia uma preocupação com o desenvolvimento do exercício mental.

Leite (1927, p. 116) traz uma concepção sobre o cálculo mental quando trata da Aritmética Preparatória, especialmente no desenvolvimento de operações. Chama de "Método de Pausas e Cálculo Mental". Para ele, na realização de todo e qualquer cálculo é necessário a máxima exatidão e máxima rapidez. Essa máxima rapidez do pensamento ou máxima rapidez de cálculo seria resultado do cálculo mental, obtido "mencionando unicamente os nomes dos números operados, ou somente o nome do primeiro deles, e o nome do resultado, com a supressão dos nomes dos números intermédios, substituindo-os por "pausas", ou mencionando somente o nome do resultado" (p. 116). Ao suprimir

[5] Backheuser (1933, 1946); Albuquerque (1951); Fontoura (1961); Beishuizen (1993); Thompson (1999); Threfall (2002); Humphreys e Parker (2019); Boaler (2020).

algumas palavras que poderiam gerar embaraço, obteria maior exatidão na realizado do cálculo. Esse processo deveria ser empregado quando o aluno estivesse perfeitamente corrente em operar com o mínimo de palavras. Leite (1927) entende que

> No cálculo oral, somente os nomes dos números são mencionados, no “cálculo mental” somente esses nomes são “pensados”, gastando-se assim o mínimo de tempo, ganhando-se consequentemente o máximo de rapidez e a máxima exatidão na realização do cálculo. (Leite, 1927, p. 116).

Observa-se que o autor, diferencia cálculo oral de cálculo mental, considerando o cálculo mental como aquele feito mentalmente, no menor tempo possível, prevalecendo a exatidão. Após o cálculo realizado mentalmente, realiza o cálculo oral, ou seja, fala sobre a operação realizada. A obra de Leite (1927) foi escrita com intenção de servir como um guia para o professor buscando remodelar o curso elementar de Aritmética.

A obra “A Aritmética na Escola Nova” de Everardo Backheuser (1933), possui um tópico específico que trata do Cálculo Mental, em que o autor considera o “cálculo mental como matéria muito aconselhável. Mais do que aconselhável – recomendada, exigível” (141). Segundo o autor, para o exercício de funções intelectuais, “todo cálculo aritmético é mental” (p. 141). Porém, adota a concepção que considera que somente exercícios feitos oralmente, “de cabeça” são considerados como cálculo mental (p. 141). O autor compreende que o *cálculo mental* e o *cálculo escrito* são ambos necessários, sendo que um auxilia o outro, se praticados de forma conveniente. Complementa que é fundamental que a criança exercite o cálculo escrito, não somente quando os cálculos se tornam mais complicados, mas com exemplos práticos, utilizando lápis. Porém, consideram que na “na vida prática, na vida de todos os dias, é ainda mais necessário o cálculo mental” (p. 142). Backheuser fundamenta-se na psicologia para justificar a necessidade de equilíbrio entre o cálculo escrito e o cálculo mental, tendo em vista de que os alunos aprendem de acordo com suas habilidades. Os visuais necessitam ver a conta escrita, os auditivos necessitam ouvir os números enunciados, enquanto os motores, necessitam escrever os algarismos. Considera que o uso do lápis é útil para o preparo do cálculo mental, especialmente quando a criança apresentar dificuldade de operar mentalmente, pode representar a operação, com esforço e atenção, acaba conservando-a de cor, ou seja, memorizando. Complementa que o cálculo mental auxilia o escrito, pois toda vez que a operação entre números dígitos não está “fresca” na memória, o trabalho escrito é lento, entorpecido, cheio de escolhas (p. 142).

Backheuser (1933) sugere que o trabalho de cálculo mental seja realizado em grupo, perguntando-se a cada aluno, pois com isso, o outros têm um ligeiro descanso, considerado indispensável a eficiência do exercício, que seria inibitivo se contínuo (p. 143). O autor entende que o objetivo do cálculo mental é segurança e rapidez na operação, "A certeza sobreleva a rapidez, mas a rapidez é indispensável" (p. 143). A marcha pedagógica no treino do cálculo mental é: 1) segurança, certeza, exatidão; conseguida por 2) rapidez. É uma marcha completamente análoga a que se usa na metodologia da leitura. "Ler depressa e mal, tropeçando, é pior que devagar e bem, mas o ótimo é ler bem e depressa" (p. 143).

Na recomendação, sugere que os exercícios de cálculo mental podem ser abstratos e concretos, sendo que os abstratos preparam os concretos. Os concretos são pequenos problemas cuja resolução não necessite do emprego de lápis e papel. O treino destes exercícios deveria seguir de modo a, 1) somente iniciar exercícios concretos depois de estar bem exercitado nos abstratos; 2) os exercícios concretos deveriam ser mais fáceis que o nível da classe, de modo que a dificuldade deveria estar no raciocínio adotado para resolver a operação e não na operação em si; 3) os exercícios deveriam versar sobre assuntos de interesse da classe, de caráter prático, mas aplicado ao dia a dia escolar; 4) não se deveria exigir uma resposta imediata, ao contrário, dever-se-ia deixar tempo para que a criança compreenda o que estava sendo solicitado; 5) instigar a classe a produzir problemas que envolvam cálculo mental.

Aguayo (1935) traz um tópico onde discute sobre o cálculo mental e o cálculo escrito. Em sua concepção não há diferença fundamental entre cálculo mental e cálculo escrito. "Ambos são feitos pelo pensamento" (p. 276). Dentre as diferenças entre eles, destaca que o cálculo mental não se serve de números escritos, diferente do cálculo escrito. Geralmente, no cálculo mental empregam-se números menores e no escrito números maiores. O cálculo mental favorece o desenvolvimento da atenção, o exercício da imaginação e da memória, independente do material que a escrita emprega. Já o cálculo escrito, favorece as operações com grandes quantidades numéricas, em que, segundo o autor, "a vantagem principal do cálculo escrito está na maior segurança e exatidão dos resultados" (p. 276).

Backheuser (1946) avança a discussão entre cálculo mental e tabuada. Segundo ele, os mesmos que gabam o "cálculo mental" condenam a "tabuada" (p. 91). E ainda nas palavras do autor, "tabuada inteligente" é o "cálculo mental" (p. 91), pois o cálculo mental repetido insistentemente como convém, resulta a tabuada. Sugere que a criança seja habituada a realizar os cálculos com facilidade e depressa, por meio dos cálculos mentais, “é preciso que uma soma ou um produto saltem prontos, rápidos, sem demora, logo que enunciadas as parcelas ou os fatores, e que o troco (subtração) seja achado desde que entregue a cédula para o pagamento depressa” (p. 91). Backheuser (1946) compreende a agilidade na resolução da operação condição necessária para a aplicação na vida prática, adquirida pela tabuada inteligente. Ainda sobre a tabuada, comenta que nas escolas estrangeiras que teve a oportunidade de visitar, os professores costumavam dedicar um tempo para o “cálculo mental repetido”, ou seja, a velha “tabuada” (p. 92). Graças a estes exercícios as crianças conseguiam fazer cálculos de “cabeça”, com rapidez até mesmo operações de somas de centenas e milhares, ou multiplicações de centenas por dezenas, incluindo cálculos de porcentagem e juros. Para ele a agilidade é resultado do exercício da tabuada.

Dentre as recomendações de Albuquerque (1951) destacamos seu entendimento sobre cálculos armados. Segundo ela, “Armar cálculos que a criança possa e deva fazer mentalmente é, ainda, exigência que demonstra falta de bom senso” (p. 28). Na proposta ela sugere o trabalho com problemas orais “cálculo escrito, com a resposta escrita ou com cálculo e respostas orais” (p. 48). Segundo ela esses problemas são muito úteis para o cálculo mental em qualquer série, por isso sugere que, sempre que possível trabalhar com problema orais. Além disso, chama atenção para o fato de que, na 1ª série este tipo de problema é necessário, tendo em vista que a criança ainda não sabe ler, e sugere que envolvam apenas uma operação, usando a linguagem própria das crianças. Ainda na resolução de problemas, ela sugere “Conferir, mentalmente, cada cálculo efetuado, antes de dá-lo por terminado” (p. 53).

Na concepção de Albuquerque (1951) a aprendizagem dos fatos fundamentais da adição e da subtração, assim como da multiplicação e divisão é considerada uma das etapas mais importantes na aritmética, pois é uma forma de consolidar a base para os conteúdos mais avançados. Segundo ela, um dos erros mais comuns verificados é a falta de segurança nas combinações dos números, o que pode ser evitado se o professor levar o aluno a formar “firmes conexões” (p. 80), que possibilitem que ele dê respostas imediatas, corretas, automáticas para as situações que envolvam tais combinações. Complementa “Nunca aceitar a respostas ‘quase certa’; considerá-la tão errada quanto outra qualquer” (p. 80).

No manual, traz um capítulo específico que trata do Cálculo Mental Abreviado, onde sugere que o cálculo mental abreviado deve ser progressivamente intensificado, por exercícios sistematizados de cálculo mental, onde os alunos empregam processos abreviados de cálculo que lhes foram ensinados. Sugere que "o cálculo mental pode ser dado apresentando a operação indicada por escrito e pedindo que o aluno coloque apenas o resultado sem efetuá-la" (p. 132). Também recomenda que o cálculo mental seja explorado por meio de pequenos problemas orais, e que os alunos treinem os resultados das operações em voz alta.

Em relação às concepções dos autores citados podemos perceber aproximações e afastamentos. Na perspectiva de Leite (1927) há diferença entre cálculo oral e mental, sendo que o cálculo mental é entendido por ele como aquele feito mentalmente, no menor tempo possível, com exatidão. Após esse exercício, realiza-se o cálculo oral, ou seja, verbaliza-se a operação realizada. O autor entende que é necessário realizar cálculos com máxima exatidão e máxima rapidez, sendo essas habilidades decorrentes da prática do cálculo mental.

Backheuser (1933) considera que, somente os exercícios feitos de "cabeça" são qualificados como cálculo mental. Defende que ambos devem ser trabalhados, o cálculo escrito e o cálculo mental, de forma equilibrada para contemplar os diferentes tipos de aprendizagens dos alunos. Em sua concepção o cálculo mental auxilia o escrito, na resolução de operações cujos resultados ainda não estão memorizados.

Diferente de Backheuser (1933), Aguayo (1935) compreende que não há diferença entre cálculo mental e escrito, pois ambos são feitos pelo pensamento. Albuquerque (1951) sugere que o cálculo mental pode ser explorado, mesmo em situações em que a operação aparece por escrito. Leite (1927) diferencia ainda o cálculo oral do cálculo mental. Percebemos aproximações e distanciamentos entre as concepções destes autores.

Assim como Leite (1927), Backheuser (1933) entende que o objetivo do cálculo mental é a rapidez e segurança na operação. Faz uma comparação com a leitura, mostrando a relevância de aprender o cálculo mental, pois a segurança, certeza e exatidão resultam em rapidez. Para Backheuser (1946) a agilidade na resolução de operações é condição necessária para aplicação na vida prática, sendo que esta agilidade é resultante da tabuada inteligente, que para ele é o próprio cálculo mental. Esta tabuada inteligente ou o cálculo mental repetido é o que leva as crianças a fazerem "de cabeça" as operações, cujo resultado é a rapidez e agilidade. Já para Aguayo (1935) a segurança e exatidão resultam do cálculo escrito, sendo que o cálculo mental favorece a atenção, o exercício da imaginação e da memória.

Nos trabalhos realizados envolvendo estratégias de cálculo mental (Berticelli & Zancan, 2021) percebemos que o cálculo mental leva o aluno a desenvolver estratégias, onde o caminho tomado é mais importante do que a resposta em si, e isso, nem sempre que dizer agilidade e rapidez, porém, o conhecimento da estratégia resulta em segurança.

A exatidão, apresentada por diversos autores é uma consequência de um cálculo mental apurado, mas a habilidade de fazer estimativas também é considerada uma característica do cálculo mental. Berticelli e Zancan (2021) entendem que a exatidão é resultado de conhecimento de estratégias e hábito de praticar o cálculo mental. Já a estimativa é uma forma de aproximar da resposta quando trabalhamos com valores mais altos ou com números cuja resposta não é exata, por exemplo um número decimal.

3 ARTIFÍCIOS DE CÁLCULO MENTAL NAS FONTES

Nas fontes consultadas, encontramos muitos vestígios do que chamamos de estratégias de cálculo mental e exemplos de como levar o aluno a realizar cálculos mentais. Backheuser (1933) considera que o cálculo mental emprega uma marcha diversa do cálculo escrito, "A regra geral das operações mentais é que se realizam da esquerda para a direita, ao passo que, quando há, a disposição, lápis e papel, as operações caminham às avessas, da direita para a esquerda" (p. 145).

Na soma mental, segundo Backheuser (1933) procede-se somando primeiro as unidades mais altas para só depois passar às menores. Por exemplo: 58+35 = ____, poderia ser resolvido como "58 e 30 – 88 e 5 – 93 ou 50 e 30 – 80; 8 e 5 – 13; 80 e 13 – 93" (p. 145).

Recomendava ainda que o treino das classes deveria começar por números cujas somas não dessem reservas, como por exemplo: 23 e 42; 344 e 525, para somente mais tarde passar aos casos mais complicados, que envolvessem reservas. Percebemos o cuidado do ensino das operações de forma gradativa, dos conhecimentos conhecidos para os desconhecidos.

Na soma e subtração, Backheuser (1933) recomendava que, sempre que possível deveria se aproveitar os números complementares, ou seja, aqueles que somados resultassem 10 (1 e 9; 2 e 8; 3 e 7; 4 e 6; 5 e 5). Isso facilitaria na resolução de operações como: 8+5+2, onde o aluno prontamente diria 15, pois a resposta 8+2=10 já estava pronta e bastava somar o cinco.

O autor recomendava ainda que, sempre que possível, deveriam utilizar os *números redondos* nas operações, aqueles terminados em zero. Por exemplo, para efetuar a operação 54 + 198 =___, ele sugeria arredondar o 198 para 200, e dizer 54 +200 igual a 254 menos 2 = 252. Da mesma forma, utilizar essa técnica para a subtração, então o pensamento para resolver a operação 320 – 98 = ____, poderia ser 320 – 100 = 220 + 2 = 222. Sugeria que somente se passasse para o treino de números com dezenas, centenas e milhares após a classe estar habituada aos exercícios de unidades, dezenas e centenas. Recomendava fortemente o preparo da classe para a resolução de exercícios envolvendo o cálculo mental. Para chegar a realizar com rapidez a operação 123 + 98, a classe deveria ser adequadamente treinada. Por exemplo: 123+3; 123+7; 123+9; 123+40; 123+90; 123+96; 123+37... até chegar ao 123+498. Esses treinos de fatos básicos, é o que entendemos por criar memórias a partir da compreensão das operações.

Backheuser (1933) compreendia que a decomposição e recomposição de números em várias parcelas era de grande utilidade para o cálculo mental. Por exemplo 8 = 7+1; 6+2; 5+3. De posse deste conhecimento, é possível compreender o que se deve juntar a um número para obter outro, dando assim a passagem para os exercícios de “subtração mental” (p. 147). Por exemplo: “Que é preciso juntar a 7 para ter 13?” (p. 147).

Na subtração mental, sugeria a seguinte marcha: 722-341=____, poderia ser resolvido por decomposições sucessivas: “722 menos 300 igual a 422; 422 menos 40 igual a 382; 382 menos 1 igual a 381” (p. 148). A decomposição do número é uma estratégia muito útil na resolução de operações de adição e subtração. Mas o aluno necessita ter este conhecimento para poder acioná-lo no momento da resolução.

Na multiplicação, sugeria usar expressões equivalentes. Por exemplo: multiplicar por 5 equivale a multiplicar por 10 (acrescentar um zero) e dividir por 2 (tomar a metade). Exemplifica: “73 vezes 5 é igual à metade de 730; logo 365” (p. 149). Já multiplicar por 4 é tomar a quarta parte do número acrescido de dois zeros. Por exemplo: “16 vezes 25 é igual a ¼ de 1600; logo 400” (p. 149). Essa estratégia era útil em operações quando o número dado era múltiplo de 4. Ao exercitar bem a classe nas multiplicações por 2 e 3, ficaria fácil desenvolver a tabuada, de modo que compreendesse que, multiplicar: por 4 – dobrando duas vezes; por 8 – dobrando três vezes; por 6 – dobrando depois de ter triplicado; por 12 – dobrando duas vezes depois de ter triplicado. Já a multiplicação por 9, recomendava acrescentar mentalmente um zero e subtrair o próprio número dado. Assim 104 vezes 9 = 1040 – 104 = 936 (p. 149). No material o autor sugeria ainda algumas sugestões de resolução de operações de multiplicação por 99, 999, 11, 15, algumas centradas em “macetes” outras em conhecimentos de estratégias. Por exemplo: para multiplicar por 21, 31, 41, sugeria multiplicar por 20, 30, 40 e acrescentar o resultado ao número dado: 43 vezes 21 = 43 vezes 20 mais 43 = 860 mais 43 = 903. O raciocínio semelhante poderia ser utilizado para a multiplicação a seguir: 42 vezes 19 = 42 vezes 20 menos 42 = 840 – 42 = 798, porém subtraindo o número dado. Entendemos esta última como uma estratégia, onde o aluno arredonda o número para a dezena mais próxima e compensa o valor que somado ou subtraído para o arredondamento.

Já a multiplicação 74463 vezes 11 era estimulada ao seguinte pensamento: indo da direita para a esquerda: 3; 3 mais 6; 6 mais 4, 10; escreve-se o 0 e guarda-se a reserva 1; 1 mais 4 mais 4, 9; 4 mais 7, 11; guarda-se 1 de reserva; 1 mais 7, 8, e portanto, resultado: 819093. No nosso entender esse processo é centrado em macete e leva o aluno a trabalhar com algoritmo e não com estratégias de multiplicação.

Na divisão Backheuser (1933) sugeria inicialmente treinar exercícios tomando a metade e a terça parte dos números dentro da centena. Somente passar para demais centenas após suficientemente treinados dentro da centena. Levar as crianças a perceberem que a metade de números pares resulta em números inteiros, enquanto a metade de números ímpares resulta dos pares imediatamente inferiores acrescidos de 0,5. O autor apresenta ainda algumas estratégias de resolução da divisão, como por exemplo, para dividir por cinco, basta tomar o dobro e separar a última casa a direita, pois a divisão por 5 equivale a dividir por 10 e multiplicar por dois. Ex.: 38:5 = 38 vezes 2 :10 = 7,6 (p. 151). Na mesma linha de pensamento, indicava a divisão por 4, 8, 16, pensando em tomar sucessivamente a metade do número duas, três, quatro vezes. Ex.: 44:4 = 22:2 = 11. Na divisão por 25, indicava-se multiplicar por 4 e separar duas casas à esquerda (ou seja, dividir por 100), ex.: 322:25 = 322 vezes 4: 100 = 12,88. Para dividir por 6 sugeria-se tomar a metade do número e a terça parte dessa metade. Por exemplo: 138:6 equivale a 138 :2 = 69; em seguida 69:3 = 23 (p. 152). Já a divisão por 15 era recomendada da seguinte forma: tomar a terça parte do número e depois a quinta parte. Para tomar a quinta parte, usar o mesmo raciocínio de dividir por cinco explicado anteriormente (pois a divisão por 5 equivale a dividir por 10 e multiplicar por dois), ou seja: 630: 15 equivale a 630 :3 = 210; o dobro de 210 é 420, separando a casa a direita: 42 (p. 152).

Albuquerque (1951) indicava o trabalho com fatos fundamentais, de adição, subtração, multiplicação e divisão, sendo que estes eram apresentados em forma de quadros ou tabelas contendo as combinações por exemplo: 1+1, 1+2, 1+3, 1+4, 2+1, 3+1, 4+1, 5+1, até chegar no 9+9. Esses fatos fundamentais eram conhecidos como a famosa tabuada, “cuja recitação constituía o pavor da escola antiga” (p. 81). Porém destaca a necessidade e importância da memorização desses fatos na escola moderna, sugerindo uma variação de métodos para minimizar o “pavor”. A mudança de métodos perpassava pela forma de apresentar um fato fundamental, buscando relacioná-lo a uma situação real, e não de forma isolada, desconectado da realidade do aluno, utilização de objetos e figuras que levassem à objetivação, que era por ela, considerada essencial para o cálculo. A adoção de novos métodos traria maior interesse, eficiência, agilidade e tudo isso com menor esforço.

Além disso, destacava a necessidade de, só passar a um novo conhecimento, quando ela já tivesse conhecimentos básicos para compreender o novo. Por exemplo, para ensinar o resultado de 3+3 era necessário que a criança conhecesse o seis e soubesse o valor do seis. Ressaltava a importância da compreensão do significado das operações em que a adição resolve situações em que temos que juntar, acrescentar; ao passo que a subtração leva ao pensamento de quanto ficou, quanto falta ou quanto um é mais do que o outro (p. 82).

Albuquerque (1951) traz sugestões de adição, subtração, multiplicação e divisão por meio do cálculo mental. Um dos métodos sugeridos é a soma na ordem em que os números são aprestados, primeiro as dezenas e em seguida as unidades, ou centenas, dezenas e unidades. Por exemplo: 91+40 = 90+40+1 desta forma o aluno somará mentalmente 130, 131. Da mesma forma 91+68 = 91+60+8 onde o aluno pensará mentalmente 151, 159. Observamos que este pensamento está em concordância com o de Backheuser (1933) em relação à marcha adotada na resolução de uma operação por cálculo mental. E ambos acionam a mesma estratégia, a de decomposição do número que será somado.

Na subtração, segue a mesma marcha, por exemplo 91 – 43 = 91- 40 = 51-3 = 48 (p. 130). A multiplicação trazia algumas sugestões úteis específicos, como podemos ver:

a) Multiplicar por 5 é o mesmo que multiplicar por 10 e dividir por 2: 36x5=360:2=180
b) Multiplicar por 25 é o mesmo que multiplicar por 100 e tomar a 4ª parte: 36x25 = 3600:4 = 900
c) Multiplicar por 4 é achar o dobro do número e depois o dobro do resultado: 32x4 = 64+64 = 128
d) Multiplicar por 11 um número de 2 algarismos é o mesmo que acrescentar entre os dois algarismos do número o algarismo igual à sua soma: 35x11 = 385. No caso em que os dois algarismos somem mais do que 9, a reserva será juntada ao algarismo das dezenas, formando as centenas do produto: 85x11 = 935 (Albuquerque, 1951, p. 131).

Para divisão sugeria alguns caminhos, por exemplo, dividir por 5 poderia ser resolvido multiplicando por 2 e dividindo por 10, por exemplo: 135:5 = 135x2 = 270 :10 = 27. Sugeria que estes casos fossem aplicados por múltiplos de cinco, pois diferente disso haveria resto, dificultando o cálculo. A divisão por 25 era compreendida como multiplicar por 4 e dividir por 100. Por exemplo: 350: 25 = 700+700 = 1400 :100 = 14. Da mesma forma, sugeria utilizar números múltiplos de 25. Na divisão por 20, 30 e 50 com números terminados em zero, era sugerido cortar o zero e dividir por 2, 3 e 5, conforme o exemplo: 500:20 = 50:2 = 25; 600: 30 = 60: 3 = 20.

Backheuser (1933) recomenda a abordagem de pequenos problemas cuja solução não necessita emprego de lápis e papel para exercitar o cálculo mental. Albuquerque (1951) concorda com o autor no sentido de trabalhar com problemas orais de cálculo, pois estes são muito úteis para o cálculo mental. Segundo ela, levar a criança a armar uma operação que pode ser resolvida mentalmente, traduz completa falta de bom senso. Sugeria ainda que os próprios alunos formulassem problemas para serem resolvidos mentalmente pelos colegas. Essa troca entre os alunos é uma característica interessante no trabalho com o cálculo mental, tendo em vista que cada pessoa pensa de uma forma, escolhe um caminho na resolução da operação. Neste sentido, essa socialização poderia ser uma forma de potencializar a aprendizagem.

Na concepção de Aguayo (1935) o cálculo mental emprega números menores e o escrito números maiores. Albuquerque (1951) considera essencial para o cálculo mental explorar fatos fundamentais, aqueles que compõem a base para o desenvolvimento do raciocínio aritmético. A criança somente conseguirá evoluir nos cálculos mentais quando os fatos fundamentais estiverem compreendidos e memorizados.

Backheuser (1946) apresenta uma compreensão diferente do cálculo escrito e mental no que diz respeito ao método de resolução. De fato, o método de resolução de uma operação usando cálculo mental ocorre da esquerda para a direita, enquanto no cálculo escrito ocorre da direita para a esquerda. Berticelli e Zancan (2021) perceberam essa diferença na marcha para resolver uma operação que depende inclusive da forma como ela é apresentada para o aluno. Ao apresentarmos uma operação na horizontal, por exemplo 35+12= _____ o aluno é instigado a buscar uma estratégia para resolver esta operação, por meio de cálculo mental. Então ele pode, decompor os números (30+10+5+2=_____), usar a ponte pelo 10 (35+5+7=____), memória de dobros (Berticelli & Zancan, 2021) ou ainda utilizar outra estratégia que conheça. O fato é que ele será levado a realizar a operação de forma mental e como apresentado por Backheuser, primeiro as centenas, depois as dezenas, depois as unidades, e tudo rapidamente. Isso mostra que o cálculo escrito também pode ser mental. Tudo depende da forma de realizar e das estratégias que serão acionadas. Ao apresentarmos uma operação "armada" ou "verticalmente" com um número abaixo do outro, por exemplo: $\underline{\begin{pmatrix} 35 \\ +12 \end{pmatrix}}$, já estamos induzindo o aluno a resolver por meio de algoritmo. Percebemos que este processo não leva o aluno a buscar estratégia e sim resolver olhando para os números de forma isolada e não para a operação como um todo.

Percebemos aqui que o cálculo mental pode ser acionado tanto para uma operação realizada de cabeça quanto para uma operação escrita. De qualquer forma, para realizar mentalmente temos que acionar estratégias conhecidas para resolver de forma mental e principalmente, para instigar o aluno a resolver mentalmente, a forma de apresentar a operação vai contribuir para o processo mental.

A prática dos fatos básicos é altamente recomendada por Backheuser (1933) e Albuquerque (1951). Berticelli e Zancan (2021) entendem este conhecimento como um dos mais necessários para o desenvolvimento do cálculo mental. Só se pode fazer uso de estratégias quando temos memórias dos fatos básicos.

O arredondamento de números sugerido por Backheuser (1933) é uma excelente estratégia na adição ou na subtração, porém só é possível utilizá-la quando os conhecimentos básicos necessários para isso já foram construídos. Por exemplo, em 54 +198 = 54+200-2, é necessário ter conhecimento que 198+2 = 200 ou que 200-2=198. Estes conhecimentos são os fatos básicos necessários para a adição e subtração.

O uso de expressões equivalentes, sugerido por Backheuser (1933) é altamente recomendável para o exercício do cálculo mental e, mais uma vez, reforçamos a necessidade de treinar o aluno com conhecimentos básicos para ele poder adotar essa estratégia. Por exemplo, quando Backheuser (1933) sugere que multiplicar por 5 é igual a multiplicar por 10 e dividir por 2, o aluno já deve ter sido treinado na multiplicação por 10 e na divisão por dois, caso contrário, não conseguirá resolver esta operação. Albuquerque (1951) traz sugestões de resoluções da multiplicação e divisão muito parecidas com as de Backheuser (1933).

Muito do que foi indicado pelos autores requer conhecimentos necessários para o desenvolvimento do cálculo mental. Porém, encontramos muitos "macetes" que não levam o aluno à compreensão, mas sim a uma memorização, talvez sem sentido ou significado nenhum, o que gera uma visão negativa da matemática.

Por exemplo a multiplicação de 74463 por 11, sugerida por Backheuseer (1933). Este processo por ele indicado, não leva o aluno à compreensão desta operação, e sim, uma memorização de regras usando algoritmos, sem sentido nenhum. Também faz uma pergunta emergir ao olharmos para essa operação: Qual a necessidade de realizar este tipo de operação mentalmente?

Albuquerque (1951) também traz exemplos de resoluções com memorização de macetes, que não levam ao entendimento. Por exemplo a multiplicação de um número de dois algarismos por 11, onde ela sugere que se acrescente entre os dois algarismos do número o algarismo igual a sua soma. No nosso entendimento é um caminho completamente sem sentido, que não leva o aluno à compreensão da estratégia adotada, e sim uma "decoreba" de macetes.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso intuito com este texto é compreender qual a concepção de cálculo mental de autores de manuais pedagógicos que circularam na primeira década do século XX.

Percebemos um ensino marcado pela memorização, em que a repetição resultava em agilidade, exatidão, destreza. A recomendação de determinados artifícios nos leva a ideia de que havia um movimento rumo à compreensão, pois para mobilizar esses artifícios (estratégias no nosso entendimento) era necessário ter conhecimento dos números, de suas conexões, da flexibilidade em realizar uma operação e mais do que isso, ter pronto na memória os fatos básicos. Percebemos que a memorização vai dando espaço para a compreensão na aprendizagem das operações e, para aquele momento, buscando atender as situações da vida prática, preparando o aluno para resolver operações no dia a dia. A psicologia contribui neste processo, afirmando a necessidade de considerar a graduação no processo de ensino das operações, partindo de fatos conhecidos para os desconhecidos, de modo que aqueles servissem de base para a escolha da estratégia ideal para resolver uma operação.

Para os autores do período a concepção de cálculo mental variou entre aquele concebido somente "de cabeça" para aquele realizado de cabeça ou de forma escrita. Na nossa concepção o cálculo mental é aquele realizado de mentalmente ou escrito (Berticelli, Zancan, 2021), exato ou aproximado, tudo vai depender do caminho tomado no momento da resolução, dos conhecimentos que acionamos na escolha da estratégia (Berticelli & Salla, 2021).

REFERÊNCIAS

Aguayo, A. M. (1935). *Didáica da Escola nova* (8ª ed., Vol. 15). (J. B. Penna, & A. d'Avila, Trads.) São Paulo: Companhia Editora Nacional.

Albuquerque, I. d. (1951). *Metodologia da Matemática.* Rio de Janeiro: Conquista. Recuperado de https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134314

Backheuser, E. (1933). *A Aritmetica na "Escola Nova" (A nova didática da Aritmetica).* Rio de Janeiro: Livraria Catolica. Recuperado de https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134889?show=full

Backheuser, E. (1946). *Como se ensina a Aritmética (fundamentos psicopedagógicos)* (Vol. 9). Rio de Janeiro - Porto Alegre - São Paulo: Edição da Livraria do Globo. Recuperado de https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134512

Berticelli, D. G. D., & Salla, J. M. (2021). *"Quadro de cem" e "Quanto falta para cem": saberes para ensinar aritmética.* XIX Seminário Temático Internacional. São Paulo: GHEMAT-Brasil. Recuperado de http://anais.ghemat-brasil.com.br/index.php/STI/article/view/5

Berticelli, D. G. D., & Zancan, S. (2021). *CalMe Pro – Cálculo Mental para Professores.* São Paulo: REnCiMa.

Chartier, R. (1990). *A História Cultural: entre práticas e representações.* (M. Galhardo, Trad.) Rio de Janeio: Bertrand Brasil.

Costa, L. F. (1923). *Bases Educativas para a organização da Nova Escola Normal Secundaria do Paraná.* Curitiba: Palacio da Instrucção. Recuperado de https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/123699

Leite, F. E. (1927). *Arithmetica Preparatoria: methodo brasileiro.* São Paulo: Irmãos Ferraz. Recuperado de https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160600

Pais, L. C., & Freitas, J. L. (2015). *Aspectos Históricos do Ensino do Cálculo Mental na Instrução Primária Brasileira (1848-1910).* Acta Scientiae, v.17 (Ed. Especial), 113-133. Recuperado de http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/1458

Silva, M. R. I. S. (2016). As orientações para o ensino de Cálculo no Instituto de Educação do Rio de Janeiro (1937): A nova metodologia da Aritmética de Thorndike. Anais do 14º Seminário Temático -Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890-1970): Sobre o que tratam os Manuais Escolares? Natal: Universidade Federal Rio Grande do Norte, Recuperado de: http://xivseminariotematico.paginas.ufsc.br/files/2016/05/SILVAM_T2_VF.pdf

Valdemarin, V. T. (2010). História dos métodos e materiais de ensino: a escola nova e seus modos de uso. São Paulo: Cortez.