



ISBN: 978-980-7839-02-0



**LIÇÕES DE COISAS: para o ensino de frações**

**OBJECT OF LESSONS: for teaching fractions**

**LECCIONES DE LAS COSAS: para enseñar fracciones**

**Edilene Simões Costa dos Santos**<sup>1</sup>

*Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) – Brasil*

**Denise Medina França**<sup>2</sup>

*Universidade Estadual do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) – Brasil*

**Késia Ramires**<sup>3</sup>

*Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) – Brasil*

#### RESUMO

Este texto, sob a perspectiva sócio-histórica, teve como objetivo apontar indícios da pedagogia moderna de uma matemática a e para ensinar frações no manual de Calkins. Para tal estudo foram analisadas a obra no original, edição de 1872 e a tradução realizada por Rui Barbosa, edição de 1886. Como conclusão, o texto evidencia as características gerais do método utilizado por Calkins. A partir de suas apropriações do método intuitivo, Calkins sistematiza orientações pedagógicas por etapas: observar, classificar e generalizar e, ainda aborda a ideia de frações de partes iguais de objetos, de números e de grandezas. Esses elementos são apontados como matemática para ensinar frações.

**Palavras-chave:** Método intuitivo. Calkins. Matemática. Fração. Saberes profissionais.

#### ABSTRACT

This text, under the socio-historical perspective, aimed to point out evidence of the modern pedagogy of a mathematics to and for teach fractions in Calkins' manual. For this study, the work in the original, 1872 edition and the translation made by Rui Barbosa, 1886 edition, were analyzed. In conclusion, the text highlights the general characteristics of the method used by Calkins. Based on his appropriations of the intuitive method, Calkins systematizes pedagogical guidelines in stages: observing, classifying and generalizing, and also addresses the idea of fractions of equal parts of objects, numbers and quantities. These elements are pointed out as math to teach fractions.

<sup>1</sup> Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). Professora e Coordenadora do Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática/ Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), Campo Grande, MS, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Parapuã, 170. Campo Grande, MS, Brasil. CEP: 79080 - 030 E-mail: [edilenesc@gmail.com](mailto:edilenesc@gmail.com)

<sup>2</sup> Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo (USP). Professora do programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (PROPED- UERJ), Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Av. Li eu de Paula Machado 104 AP. 302. Lagoa, RJ.CEP 22470040. E-mail: [denisemedinafranca@gmail.com](mailto:denisemedinafranca@gmail.com)

<sup>3</sup> Doutora em Educação para Ciência e Matemática pela Universidade Estadual de Maringá. Professora da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Brasil. Endereço: Rua Baltazar Saldanha, 610, Centro. CEP 79004-542 E-mail: [kesiaramires@hotmail.com](mailto:kesiaramires@hotmail.com)

**Keywords:** Intuitive method. Calkins. Math. Fraction. Professional knowledge.

## RESUMEN

Este texto, bajo la perspectiva socio histórica, tuvo como objetivo señalar evidencias de la pedagogía moderna de una matemática y enseñar fracciones en el manual de Calkins. Para este estudio se analizó el trabajo en el original, edición de 1872 y la traducción realizada por Rui Barbosa, edición de 1886. En conclusión, el texto destaca las características generales del método utilizado por Calkins. A partir de sus apropiaciones del método intuitivo, Calkins sistematiza pautas pedagógicas en etapas: observando, clasificando y generalizando, y también aborda la idea de fracciones de partes iguales de objetos, números y cantidades. Estos elementos se señalan como matemáticas para enseñar fracciones.

**Palabras clave:** Método intuitivo. Calkins. Matemáticas. Fracción. Saberes profesionales.

## 1 INTRODUÇÃO

No âmbito da história da educação matemática é crescente o número de projetos que visam problematizar a dinâmica de produção e caracterização de saberes matemáticos escolares em diversos períodos. Dentre as finalidades, há discussão sobre a cultura escolar, sobre a história de educadores matemáticos, sobre a composição e estruturação de saberes em livros didáticos, discussão sobre a própria história da matemática.

Em meio a essa gama de possibilidades, este texto traz ao debate outra temática em potencial: a história dos saberes profissionais docentes, os saberes denominados *saberes a ensinar* e *saberes para ensinar* (Hofstetter, Valente, 2017). Apropriando-se dos conceitos *saberes a ensinar* e *saberes para ensinar*, Valente (2020) discorre sobre a *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*, remetendo-se aos saberes característicos dos professores que ensinam matemática.

A matemática para ensinar caracterizando um saber que se objetiva, em cada tempo, por meio de dinâmicas e processos ligados ao saber sobre a matemática a ensinar, sobre o aluno e seu desenvolvimento, sobre as maneiras de se aprender matemática, sobre as práticas de ensino de matemática, sobre a instituição que define o campo da atividade profissional do professor que ensina matemática por meio de planos de ensino de matemática, referências oficiais para o curso de matemática e finalidades impostas pelo estado, para tal rubrica escolar, dentre outros elementos (Valente, 2020, p. 204).

Segundo o autor, a *matemática a ensinar* deriva do campo disciplinar matemático, sujeita "às finalidades da escola, passando por processos complexos até constituir-se como objeto do ensino, organizada na forma de matérias ou disciplinas escolares"

(Valente, 2020, p. 204). Como preocupação, ele questiona: "que matemática deve formar o professor de modo a que ele possa estar habilitado ao exercício da docência?" (ibid., p. 204).

Em síntese, os *saberes para ensinar matemática* dizem respeito a um rol de saberes de formação, por exemplo: Psicologia da Educação, Estrutura e Funcionamento do Ensino, Didática Geral etc. A *matemática para ensinar* refere-se à sistematização de uma ferramenta a ser utilizada pelo professor no ensino de matemática, um saber da docência em matemática.

Tendo em vista essas categorias teóricas, desenvolvemos um projeto intitulado **Uma caracterização da matemática a ensinar e para ensinar fração em diferentes vagas pedagógicas**<sup>4</sup> que visa compreender o movimento de produção e transformação de *saberes a e para ensinar* frações nas e entre vagas pedagógicas distintas, a saber: a pedagogia moderna, a escola nova e a matemática moderna.

No projeto, pretendemos caracterizar os saberes sistematizados sobre o ensino de frações em cada uma dessas vagas; realizar análise comparativa das experiências docentes sobre o ensino de frações em cada período; verificar a circulação da sistematização desses saberes e, ao final, produzir textos para a socialização dos resultados obtidos. Em resumo, realizar um processo de cientificação dos saberes profissionais para o ensino de frações.

Dessa forma, nossa problemática volta-se à cientificação e à sistematização de saberes sobre frações, o que nos conduz, por conseguinte, a uma matemática para ensinar frações, a uma objetivação sobre o saber frações. Aqui, cabe mencionar que a sistematização é um processo e a objetivação o resultado dele. Quanto ao assunto matemático selecionado, as frações, há muito tempo fazem parte dos currículos, perpassando todos os níveis de ensino, mas pouco se encontra, publicado, sobre a história e a epistemologia do saber docente sobre o ensino de frações?

Ainda é incipiente, na literatura existente do campo da história da educação matemática, um debate sobre como as frações foram se constituindo e se apresentando em meio a uma matemática para ensinar; ou como elas se transformaram e se apresentaram à prática docente em determinados períodos, ou seja, há um campo promissor de estudos a tratar da história do ensino das frações.

Outras pesquisas, por exemplo, no que diz respeito às frações, focalizam os seus diferentes significados na prática de ensino atual, abordando o significado de *ponto*

---

<sup>4</sup> Projeto coordenado pela professora Edilene Simões Costa dos Santos – UFMS

*racional, de operador multiplicativo, de razão, de fração parte-todo e como medida, etc..* Em geral, fundamentam-se na teoria dos campos conceituais, evocando Vergnaud (1998), Kieran (1988), Nunes (2003) e Campos, Magina e Nunes (2006). Porém, quais seriam os significados das frações que foram mobilizados em períodos anteriores, ou em livros didáticos ou manuais pedagógicos dos anos 1890, 1930, 1950, 1970?

Mas, sendo esse assunto ainda frutífero dentro da história da educação matemática, este artigo problematiza sobre a caracterização de saberes para ensinar no período da vaga pedagógica intuitiva. O termo vaga pedagógica é usado como sinônimo de movimento, de fluxo, de transformação de um dado tempo por meio da propagação e ampla aceitação de doutrinas, ideais, filosofias pedagógicas, estas que são analisadas, sobretudo, pelos historiadores da educação resultando no estabelecimento de marcos cronológicos que identificam a prevalência da divulgação destes movimentos, carregados do espírito de transformação (Ghemat-Brasil, 2016).

Neste sentido, para melhor compreensão do estudo, é necessário, mesmo que de forma resumida, discutirmos sobre algumas características da vaga intuitiva que perpassam e disparam ideias que possivelmente transformaram e nortearam as propostas sobre o ensino de frações no período estudado: a pedagogia moderna ou ensino intuitivo ou método de ensino intuitivo.

O método de ensino intuitivo, popularizado também sob a denominação de lições de coisas e método objetivo, pode ser caracterizado como a prática pedagógica que faz uso de objetivos didáticos, conhecidos ou semelhantes àqueles conhecidos pelos alunos, para promover a aprendizagem (Valdemarin, 2014, p. 161).

Guimarães, França e Silva (2020), afirmam que o método de ensino intuitivo mostra-se como núcleo principal da renovação pedagógica do final do século XIX, anunciando-se como uma ruptura ao modelo de ensino formal e tradicional centrado no professor e na memorização de processos repetitivos.

Podemos dizer que o método ganhou expressão a partir da difusão de um movimento de escolarização em massa, oportunizando formar alunos mais qualificados para as transformações políticas e econômicas em curso naquela época (Valdemarin, 2004).

Oliveira e Valente (2014) alegam que o método pretendia romper com qualquer máxima da aprendizagem memorizada. Para isso, o uso de objetos concretos, o estudo sobre os mapas de números, o cálculo mental e o golpe de vista são alguns dos recursos e processos pedagógicos trazidos da vaga intuitiva. Neste período, o recurso às ilustrações

para o ensino de aritmética foi algo considerado por Pinheiro e Valente (2013, p. 9). Essas ilustrações/imagens em livros didáticos cumpriam o papel de facilitar a compreensão das definições e dos exercícios, tentando comunicar a realidade vivenciada por crianças. Em síntese, no ensino intuitivo, a partir de ilustrações e problemas, o aluno era levado às definições e regras. O entendimento era de que as ilustrações e problemas funcionavam como a abordagem concreta e permitiam ao aluno avançar no conhecimento, rumo à abstração.

Desse modo, partimos do método intuitivo posto na pedagogia moderna e elegemos como estandarte o manual *Primeiras Lições de Coisas* (1861), de Norman Allison Calkins. Os manuais de Calkins são dirigidos principalmente aos professores, estendendo-se aos pais, dirigentes, gestores e a todos os envolvidos no processo de ensino aprendizagem. Algumas dessas produções são: *Primary object lessons for a graduated course of development: a manual for teachers and parents, with lessons for the proper training of the faculties of children and programmes of the grades and steps* (1862, 5ª ed.); *Manual the object – teaching with illustrative lessons in methods and science of education* (1881), e uma publicação conjunta entre Calkins, Henry Kiddle e Thomas F. Harrison<sup>5</sup>, o manual *How to teach: a manual of methods for a graded course of instruction* (1875).

Durante a escrita do *Primeira Lições de Coisas*, Calkins mantém um diálogo com os professores sobre suas responsabilidades de provocar a aprendizagem: saber o que é necessário aprender, o que deve ser ensinado e como ensinar. Assim, orientar o futuro docente determinando os caminhos corretos, torna-se um dos objetivos de seus manuais, os quais fornecem os meios disponíveis para o trabalho com o método intuitivo, atendendo a realidades e suas relações, em vez de ideais e suas representações. Exemplifica situações e etapas de como alcançar ideias claras de objetos e eventos distantes por meio daqueles que estão próximos e são conhecidos. Afirma que, deste modo, “o ensino de objetos por meio de lições” prepara a mente do aluno a partir do desenvolvimento iniciado através das percepções dos sentidos e continua por meio da observação e reflexão necessárias à compreensão dos fatos importantes, os quais dizem respeito às coisas e atos e suas relações com a linguagem falada e escrita.

---

<sup>5</sup> Esses três autores foram superintendentes de escolas nova iorquinas, sendo Harrison e Calkins também professores de **Métodos e Princípios de Ensino da Escola Normal**. Ao que tudo indica, havia uma concordância entre Calkins e seus colegas ao ponto de publicarem uma obra conjunta para circulação nos Estados Unidos.

Destacamos a contribuição desta obra porque foi amplamente utilizada no Brasil por meio da tradução de Rui Barbosa de Oliveira, tradução realizada em 1881 e publicada em 1886.

No Brasil, Rui Barbosa não foi o primeiro a citar a aplicação do método intuitivo. Como já mencionamos, vê-se referência a esta maneira de conceber o ensino em fontes como o relatório de 1870<sup>6</sup> do Diretor do Instituto de Surdos-Mudos, Dr. Tobias Rabello Leite ou no anúncio do Collegio Menezes Vieira, publicado em 1875. No entanto, ao que tudo indica, Rui Barbosa foi o autor mais significativo sobre o pensamento pedagógico intuitivo no Brasil (Carneiro & Villela, 2019, p. 248)

Além disso, com a estima de Barbosa entre a classe política e de educadores da época, e também pelo conhecimento que detinha sobre os avanços educacionais de outros países – fato esse que pode ser lido pelos *Tomos* assinados por ele –, o livro traduzido por ele ganhou espaço para circulação em nosso país. O comentário seguinte demonstra a notabilidade internacional da obra dentre aquelas elaboradas com a mesma finalidade: [...] "*quadragésima edição* americana, encerra em honra deste livro a consagração da mais alta superioridade possível" (Barbosa, 1886, p. V).

## **2 SABERES A ENSINAR E SABERES PARA ENSINAR NA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Sob a perspectiva sócio-histórica, esses dois conceitos, saberes a ensinar e saberes para ensinar (Hofstetter, Schneuwly, 2017), são tomados como saberes objetivados. Valente (2019, p. 13), ao traduzir Barbier (2014, p. 9), apresenta:

[...] os saberes objetivados podem ser definidos como enunciados de proposições [...] de uma parte eles formalizam uma representação do real (eles dizem ‘alguma coisa’ sobre o real), de outra parte eles enunciam uma correspondência, uma ligação entre essa representação e o objeto representado.

Constituídos historicamente, os saberes a e para ensinar possuem articulação estreita entre si, dados a ler no ensino e na formação de professores de certo período. São saberes referentes à profissão do professor e, por isso, também constitutivos dos saberes profissionais dos professores que ensinam matemática.

---

<sup>6</sup> Relatório apresentado a Assembleia Geral na Segunda Sessão da Decima Quarta Legislatura pelo Ministro e Secretario dos Negocios do Imperio, Paulino José Soares de Souza, 1870 (Carneiro & Villela, 2019, p. 248).

Neste trabalho, consideramos esses conceitos sendo articulados à questão formulada: que indícios de uma matemática a e para ensinar frações são apontados no livro Lições de Coisas de Norman Calkins? Adiante, apontamos as considerações de uma análise realizada segundo essa perspectiva.

### 3 VESTÍGIOS DE UMA MATEMÁTICA A E PARA ENSINAR FRAÇÕES EM CALKINS

Retomando nosso objetivo, procuramos apontar indícios da pedagogia moderna de uma *matemática a e para ensinar frações*, indícios investigados junto ao manual Primeira Lições de Coisas, de Calkins. Para isso, tomamos algumas questões norteadoras: (a) quais as orientações metodológicas propostas por Calkins para o ensino? (b) Como Calkins apresenta a ideia de fração? (c) Como desenvolve a explicação didático-pedagógica sobre o ensino de fração?

O manual de Calkins orienta, pais e professores, a propor situações com uma variedade de objetos a serem contados e manipulados, obedecendo algumas etapas, tais como: observar, classificar, generalizar. No assunto de fração, recomenda o uso de pauzinhos, cordões, fita de papel de mesmo comprimento e o contador<sup>7</sup>, com atividades que possam introduzir a ideia de metade, terços, quartos.

As lições da primeira escola da criança, conforme o método intuitivo, deveriam ser conversacionais e ministradas da maneira mais simples, com o objetivo de despertar a mente, desenvolver hábitos de observação e treinar os alunos no uso da linguagem. Este trabalho deveria ser preparatório para um conhecimento mais definido da forma, da cor, do número e das palavras impressas.

Na esfera do ensino, é o **ver**, **comparar**, **grupar**, e não a nua repetição de vocabulos, o que determina o conhecimento exacto das coisas. Não omittaes nenhuma dessas applicações: sollicitae a crença a **ver**, ensinae-a a **comparar**, adestrae-a em **executar**, ou **produzir**, exigindo, afinal, que **descreva** o que tiver **percebido**, e **feito** (Calkins, 1886, p. 49-50).

Sobre as frações, a obra traz o capítulo “Lições para desenvolver as idéas de partes eguaes, ou fracções” (Calkins, 1886, p. 323). O objetivo desta lição é de trabalhar com partes iguais de objetos, de números e de grandezas.

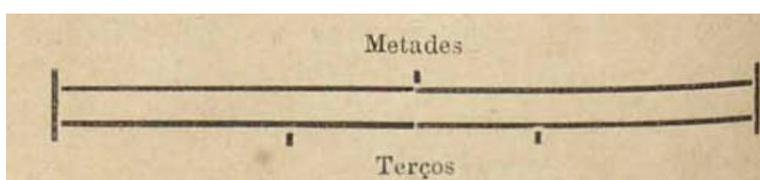
---

<sup>7</sup>O contador era um material para se introduzir os assuntos no ensino. O dispositivo deveria ser empregado como meio de ilustração, como uma alegoria, e não como algo a ser ensinado.

Para a explicação de divisão de objetos inteiros (maçã, folha de papel), inicia assim: dividir uma “coisa” (uma unidade) em duas partes iguais, depois em quatro partes iguais. Justifica que essas noções precisam ser familiares às crianças. Podemos dizer, neste caso, que a fração é considerada como parte de uma unidade.

Em seguida, trata a fração como parte de um número (representado por um conjunto de coisas), utilizando o contador com esferas. A ideia explorada é de "retirar" e, para isso, faz perguntas com o objetivo de concretizar a divisão de uma quantidade de coisas em partes iguais. Ao que tudo indica, essa foi uma maneira de trabalhar as frações, indo do concreto para avançar ao abstrato. Por exemplo, para responder às perguntas, as crianças deveriam retirar **uma parte** da quantia que representa o **todo**, ficando com duas partes de quantidades iguais: “das quatro esferas, quanto devo apartar, para que fiquem metade?”; “Metade de seis esferas quantos vêm a ser?”; “Em seis, quantos três?” (Calkins, 1886, p. 323, 324). Essa abordagem remete aos princípios do método intuitivo do concreto ao abstrato. Finalmente, tomando ideias de partes iguais, Calkins trabalha a comparação de grandezas de mesma espécie (Figura 1): o "tamanho comparativo de metades e terços pode ser facilmente ilustrado com retas paralelas, como o diagrama a seguir, dividindo uma das linhas em partes iguais ou metades e a outra em três iguais ou terços" (Calkins, 1872, p. 259 - tradução nossa).

**Figura 1** – Comparação entre frações



**Fonte:** Calkins (1886, p.324)

Essa ideia tinha como objetivo mostrar que quanto maior fosse o número de frações de uma coisa, tanto menor seria cada uma delas. O intuito do autor, pelo que supomos, era de poder tratar da comparação, ou seja, uma “relação entre os números” (Calkins, 1886, p. 326): 2 é maior que metade; metade é maior que terço; três quartos é maior que dois terços, etc.

Após essa explanação das ideias sobre as frações, que demonstram como dividir o todo, os números e as grandezas, e considerando alguns princípios do método intuitivo, como: ensinar do “particular ao geral”, "do concreto ao abstrato", também há outros elementos a considerar a partir da obra. Podemos elencar algumas instruções (para lidar

com as crianças), tais como: do observar, do classificar e do generalizar, as quais explicaremos com uma abordagem didático-pedagógica sobre as frações.

No manual, a lógica de construção dos conhecimentos pela criança, quando afirma que essas precisavam **observar, classificar ou agrupar** a partir da comparação, percepção ou associação, tinha como pretensão à **generalização** dos saberes. No que diz respeito às frações, compreendemos esses comandos da seguinte forma:

(a) **Observar** a repartição de objetos em partes iguais: como isso acontece, no que isso resulta? Como exemplo, seria dada à criança a seguinte sequência de atividades de **reconhecimento da qualidade** "metade de algo", assim: "Das duas esferas, quantas hei-de mover, para deixar *metade*? Das quatro esferas, quantas devo apartar, para que fique *metade*? Quantas, d'entre seis esferas, separarei, para as reduzir a *metade*?" (Calkins, 1886, grifos do autor, p. 323). Logo depois, para estimular a observação e o entendimento da **qualidade** "quarta parte de algo", ele ainda pergunta: "Aqui estão, neste arame, quatro esferas. Desejo diminuir *um quarto* dellas. Quantas hei de afastar? Aqui tendes oito esferas. Quero tirar *uma quarta parte* dellas. Quantas devo arredar?" (p. 324). Nessa ocasião, esperar-se-ia que a criança entendesse o que são as metades ou quartos das coisas, entenderia as qualidades ou propriedades possíveis dos objetos manipulados. Para isso, vemos que a forma de ensinar a divisão e as frações de partes iguais dispunha de palavras diferenciadas: mover, apartar, separar, o que pode levar a compreender os saberes matemáticos pelas qualidades ou contextos.

(b) **Classificar ou agrupar** repartindo coisas com o mesmo parâmetro. Esse passo pressupunha a percepção das características principais dos objetos e que, a partir disso, pudesse classificá-los dentro de um conjunto. Exemplos: "Metade de dois quanto é? Quanto é metade de quatro? Quanto é metade de seis?" (p. 323 - grifos do autor); "*Um quarto* de quatro quanto é? Quanto vem a ser *um quarto* de oito? [...] Quanto é um quarto de doze?" (p. 324 - grifos do autor). As respostas a essas perguntas seriam: o conjunto das metades resulta na sequência 1, 2, 3,... assim como o conjunto da quarta parte. Ou ainda, **classificar** de outro modo, ou seja, a partir de perguntas em que se obtivesse a mesma resposta (como lembram as frações equivalentes no ensino mais atual): "Em quatro quantos dois se contêm? Em seis, quantos tres? Em oito, quantos quatro? Em dez, quantos cinco?" (p. 324); "Quantos *dois* ha em oito? Quantos tres, em doze?" (p. 324).

(c) **Generalizar** a partir de procedimentos similares que foram executados, anteriormente, com objetos distintos e variações quantitativas também distintas. Vejamos que Calkins, para o que supomos como passo da generalização, presumia o ensino do

concreto ao abstrato. A recomendação para a passagem da generalização era feita ao fim da lição de frações:

Tornem-se palpaveis as idéas de terço por um modo semelhante ao esboçado em relação aos quartos. Juntem-se seis esferas, ou outros objectos, em grupos de dois cada um; depois nove objectos em grupos de tres, etc. Eis ahi maneiras de exemplificar as idéas de partes eguaes dos numeros (Calkins, 1886, p. 324).

Ao analisar as três ações, *observar*, *classificar ou agrupar* e *generalizar*, Calkins partia de um tipo de revisão, ou de uma avaliação, algo que permitisse ao professor obter certo parâmetro dos conhecimentos prévios dos alunos e, poder, então, caminhar rumo ao abstrato (às ideias), à generalização, com a possibilidade de uniformizar raciocínios e modos de pensar.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De alguma maneira, podemos dizer que Calkins produz saberes para a docência a partir de formulações teóricas sobre o conhecimento que fundamentam o método intuitivo, traduzindo-as em orientações metodológicas, inclusive, uma matemática a e para ensinar frações.

Pensamos que “lições de coisas” proposto por Calkins, traz orientações para os professores sobre a organização das lições em etapas: primeiro as coisas, depois as palavras. As lições propostas partem sempre do concreto para o abstrato, do particular para o geral, da síntese para a análise, do conhecido para o desconhecido, das coisas para as palavras, em uma nítida valorização do saber vinculado a resultados práticos e concretos. A mediação é realizada por meio de perguntas que auxiliam e conduzem a observação de um objeto distinguindo propriedades. Nas primeiras lições, a conversa desenvolve-se com a maior simplicidade, a fim de despertar e desenvolver os hábitos de observação, e emprego da linguagem.

Quanto ao ensino de frações, concluímos que Calkins sistematizou uma matemática a e para ensinar frações. Respectivamente, abordou a divisão de partes iguais de um objeto, de números quaisquer e de grandezas variadas (tomando objetos distintos). Para a matemática para ensinar frações, trabalhou também com as etapas: observação, classificação e generalização.

De modo geral, podemos dizer que as etapas utilizadas por Calkins confirmam sua perspectiva de caminhar do simples para o complexo, ou seja, de “coisas” observadas,

sentidas, para a compreensão e abstração. Seus princípios corroboravam com o ideário do método intuitivo, que em grande medida era caracterizado a partir da introdução diversificada de novos conceitos por meio de situações ilustrativas, as quais tinham o objetivo de assegurar às crianças, por meio da observação e da experimentação, o conhecimento das coisas e do mundo material.

Então, cabia ao professor abranger exercícios que trouxessem à tona respostas daquilo que fora observado, apreendido, daquilo que já era conhecido dos alunos sem que recorressem à memorização ou ao automatismo ou à lousa. Assim, os conceitos eram abstraídos para serem sucedidos por aqueles assuntos e métodos que dispensavam os próprios objetos reais, e apelavam para as novas percepções e conhecimentos sobre o mesmo; corrigindo e ampliando as impressões; substituindo as ideias anteriores por ideias mais claras e exatas sobre o objeto de estudo.

Diante do exposto, é possível observar nas orientações curriculares de hoje, vestígios de apropriação das ideias de Calkins sobre o ensino de fração. As etapas sugeridas por ele percorrem o Ensino Fundamental I à medida que as atividades exploram a comparação entre grandezas, a composição e decomposição de figuras geométricas recortadas e a divisão em partes iguais e as relações numéricas.

## 5 REFERÊNCIAS

- Bertini, L. F.; Morais, R. S.; Valente, W. R. (2017). *A Matemática a ensinar e a Matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores*. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Calkins, N. A. (1872). *Primary Object Lessons: For Training the Senses and Developing the Faculties of children*. 18 edition. New York: HARPER & BROTHERS.
- Calkins, N. A. (1886). *Primeiras Lições de coisas: manual de ensinamento elementar para uso dos pais e professores*. 40 ed. Tradução Ruy Barbosa de Oliveira. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional.
- Valdemarin, V. T. (2014). Os sentidos e a experiência: professores, alunos e métodos de ensino. In: Saviani, Dermeval et al. *O legado educacional do século XX no Brasil*. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, p. 163-205.
- Valente, W. R. (2019). Saber objetivado e formação de professores: reflexões pedagógico-epistemológicas. *Revista História da Educação (Online)*, v. 23, 1-22.
- Valente, W. R. (2020) Matemática, Educação e História da Educação Matemática: campos disciplinares e o saber profissional do professor que ensina matemática. In: Valente, Wagner Rodrigues (org.). *Ciências da Educação, Campos Disciplinares e*

*Profissionalização: saberes em debate para a formação de professores.* 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física.