

DUPLA GEOMETRÍA-ÁLGEBRA EN LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

Marcela Ferrari Escolá; José Antonio Bonilla Solano; Ramiro Cruz Olayo

Universidad Autónoma de Guerrero

México

mferrari@uagro.mx, jbonillasolano@gmail.com, 22250538@uagro.mx

Temática de la propuesta: Pensamiento aritmético y algebraico

Nivel educativo de la propuesta: Secundaria (12 a 15 años) - Medio: (16–18 años).

Resumen: Proponemos en este taller, discutir sobre el desarrollo del pensamiento algebraico, basándonos en principios socioepistemológicos, e involucrando el enfoque de la génesis instrumental al diseñar recursos digitales extendiendo el aula a actividades asíncronas autoevaluables. Compartiremos el diseño de libros de GeoGebra, regresando a argumentos primigenios del siglo IX para resignificar la resolución de ecuaciones cuadráticas desde la geometría, extendiendo las ideas en el plano de Argand para discutir sobre raíces complejas.

Palabras claves: Ecuaciones cuadráticas, raíces reales y complejas, GeoGebra

La enseñanza del Álgebra, según da Ponte y Guimarães (2014), ha provocado diferentes dicotomías en la comunidad educativa: explicar mecanizando procesos o resolver problemas; considerar el álgebra para y en matemáticas o desde su relación con otras disciplinas; desarrollar un enfoque sintético o uno analítico, entre otras dicotomías que fueron derivando hacia la génesis de obstáculos para su aprendizaje. Para estos investigadores, en el siglo XVII “el álgebra comenzó a constituir una generalización de los métodos de la aritmética, permitiendo resolver clases de problemas más amplias” (p. 460); concepción que según Cajori (1890, citado en Kanbir et al 2018) prevaleció gran parte del siglo XIX y que fuera cuestionada a finales de ese siglo, en particular por Perry, quien popularizó el concepto de laboratorios de matemáticas. Su idea fue que los estudiantes recopilaran datos, los graficaran y luego intentaran hacer generalizaciones y predicciones aprovechando los desarrollos tecnológicos asociados con el uso del papel cuadriculado para gráficos y el uso de reglas de cálculo. Época en la que, como contrapunto, comienza a consolidarse una mirada estructural del álgebra como la de Smith que consideraba que los estudiantes debían amar las matemáticas por sí mismas, es decir, desarrollar laboratorios de matemáticas puras en los que la actividad de los alumnos tuviera lugar en la mente en lugar de usar aparatos físicos (Kanbir et al. 2018).

En la actualidad, según Hu, Son y Hodge (2021) los métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas se suelen introducir mediante el uso de algoritmos simbólicos a través de la factorización, la fórmula cuadrática, así como completar cuadrados, propiciando que los estudiantes sigan las reglas de procedimiento aprendidas de memoria sin prestar atención a la estructura y el significado conceptual del método generándose varias concepciones

erróneas; entre ellas la refactorización redundante, la confusión entre "y" y "o" para conectar dos soluciones de ecuaciones cuadráticas y la comprobación de soluciones de ecuaciones cuadráticas simultáneamente. Por otro lado, Wilkie (2020) considera que el crecimiento cuadrático puede ser explorado con diferentes representaciones donde problemas creativos que requieren visualización tienen el potencial de estimular el entendimiento conceptual de los estudiantes a través del razonamiento estructural y donde la incapacidad de algunos alumnos para ver el "sentido de la estructura" de una ecuación algebraica da lugar a una solución ambigua que conduce a una respuesta incorrecta.

Los ambientes virtuales nos desafían a reflexionar sobre el diseño de actividades cuestionándonos sobre ¿cómo propiciar el desarrollo del pensamiento algebraico en ambientes digitales? y en particular, ¿cómo diseñar actividades sobre resolución de ecuaciones cuadráticas para el trabajo asíncrono de estudiantes? cuestionamientos que deseamos compartir y discutir con los participantes del taller.

Marco Teórico y metodológico

El diseño de objetos de aprendizaje como recursos digitales no es un proceso neutral, en el sentido de que refleja ciertas visiones sobre la enseñanza y el aprendizaje, que pueden verse afectadas por las nuevas oportunidades que ofrece la tecnología; considerando que el diseño del profesor puede describirse como la creación de "algo nuevo" (por ejemplo, combinando elementos existentes y novedosos) como un acto deliberado para alcanzar un determinado objetivo (Donevska-Todorova, Trgalová, Schreiber y Rojano, 2021).

Bajo una perspectiva de construcción social de conocimiento, adoptamos la Socioepistemología como sustento teórico de los diseños de aprendizaje que proponemos para este laboratorio, en búsqueda de propiciar la confluencia y relación dialéctica de aspectos que consideramos fundamentales al abordar un fenómeno didáctico, tal como la mecanización de la resolución de ecuaciones cuadráticas que aún percibimos en nuestras aulas. Contemplar y analizar el devenir de una noción a un objeto de saber; caracterizar las concepciones de los alumnos; dar cuenta de cómo vive una noción en las aulas y el discurso matemático escolar que se genera, así como ser conscientes que la matemática es un bien cultural inmerso en una sociedad y tiempo determinados que condicionan su comunicación y apropiación (Cantoral, 2013); esto nos invita a profundizar sobre cómo impactar propositivamente en el sistema educativo impactado por la evolución tecnológica que vivimos.

En esta investigación, involucramos el enfoque instrumental (Rabardel 2002, citado en Trgalova, et al., 2011) al considerar que un recurso (o un conjunto de recursos) es un artefacto que tiene que ser transformado en un instrumento (o un documento) por un profesor en un proceso que incluye su uso en el aula. Esta conceptualización confiere a los recursos un carácter evolutivo; es decir, se consideran entidades vivas en continua transformación a través de sus usos.

En este taller deseamos discutir un acercamiento geométrico a la resolución de ecuaciones de segundo grado, en un ambiente digital libre como lo propone la comunidad de GeoGebra

donde reflexionaremos sobre recursos digitales, siendo la metodología que nos guía, la investigación basada en diseño que implica procesos de iteración y bucles de retroalimentación, de manera que el desarrollo de la investigación tiene lugar a través de ciclos de diseño, análisis y rediseño (Confrey, 2019),)

Reflexión sobre argumentos primigenios fundantes del recurso digital compartido

Al-Khwarizmi escribió, en el siglo IX d.C., lo que se considera como el texto fundador del álgebra (da Ponte y Guimarães, 2014; Puig, 2011), dedicado a la solución de ecuaciones de segundo grado. En él se encuentran explicaciones sobre cómo resolver seis combinaciones de los tres tipos de números de la época: la *raíz* como cualquier cosa que se multiplica por sí misma; el *tesoro* como todo lo que resulta de la raíz multiplicada por sí misma; y el *número simple* como todo lo que es expresable y que no se relaciona con raíz ni con tesoro.

En este taller, al igual que Al-Khwarizmi, no buscamos “demostrar” sino resignificar geoméricamente la resolución de ecuaciones cuadráticas mediante el diseño de un libro de GeoGebra que invita a trabajar de manera síncrona o de manera independiente. Esperamos compartir nuestros recursos digitales diseñados para desafiar nuestros conocimientos sobre raíces reales y complejas en un ámbito geométrico, conscientes de que fortalecer nuestras propias reflexiones y construir saberes es algo que se logra en comunidad.

Referencias

- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.
- Confrey, J. (2019). Leading a Design-Based Research Team Using Agile Methodologies to Build Learner-Centered Software. En K. R. Leatham (ed.), *Designing, Conducting, and Publishing Quality Research in Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/978-3-030-23505-5_9
- da Ponte, J.P. y Guimarães, H. M. (2014). Notes for a history of the teaching of algebra. En A. Karp y G. Schubring (Eds.), *Handbook on the history of mathematics education* (pp. 459-472). New York, NY: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-9155-2_22
- Donevska-Todorova, A., Trgalová, J., Schreiber, C. y Rojano, T. (2021). Quality of task design in technology-enhanced resources for teaching and learning mathematics. En A. Clark-Wilson, A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, J. Trgalova y H. G. Weigand (Eds.) *Mathematics Education in the Digital Age Learning, Practice and Theory* (pp. 62-92). New York, NY: Taylor & Francis Group.
- Hu, Q., Son, J.W. y Hodge, L. (2021). Algebra Teachers' Interpretation and Responses to Student Errors in Solving Quadratic Equations *International Journal of Science and Mathematics Education* <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10166-1>

- Kanbir, S., Clements, M.A. y Ellerton, N. (2018). *Using Design Research and History to Tackle a Fundamental Problem with School Algebra*, https://doi.org/10.1007/978-3-319-59204-6_1
- Puig, L. (2011). Historias de al-Khwārizmī (7a entrega). Figuras y demostraciones. *Suma* 68, 93-102
- Trgalova, J., Soury-Lavergne, S. y Jahn, A.P. (2011). Quality assessment process for dynamic geometry resources in Intergeo project. *ZDM Mathematics Education* 43, 337–351. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0335-4>
- Wilkie, K.J. (2020). Seeing quadratics in a new light: secondary mathematics pre-service teachers' creation of figural growing patterns. *Educational Studies in Mathematics* <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09997-6>