

## UN ESTUDIO SOCIOEPISTEMOLÓGICO DE LAS NOCIONES INTERRELACIONADAS DE MEDIDA-MÉTRICA-DISTANCIA Y SU VÍNCULO CON LA TOPOLOGÍA.

Maximiliano Izzi Prato, Ricardo Cantoral Uriza  
Cinvestav – IPN, México  
maximiliano.izzi@cinvestav.mx, rcantor@cinvestav.mx

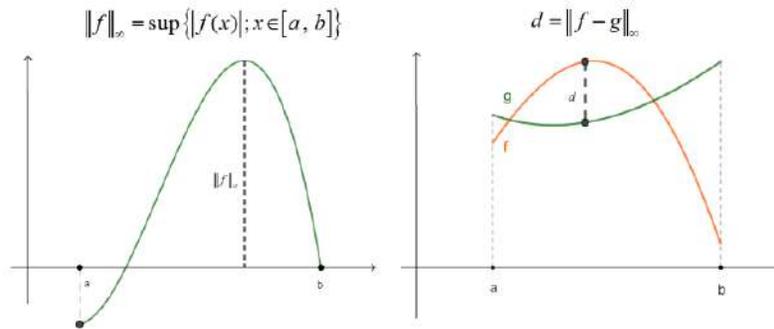
**Resumen.** Esta investigación consistió en una problematización del saber matemático en el sentido de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa sobre las nociones interrelacionadas de medida, métrica y distancia, según las dimensiones del saber: social, epistemológica, cognitiva y didáctica. Se reconocieron escenarios y epistemologías excluidas de la matemática escolar y se plantea que reconocer diferentes tipos de métricas provistas de un valor de uso contextualizado, sería un posible camino para resignificar la noción topológica de espacio métrico.

**Palabras claves:** Socioepistemológica, Topología, métrica, valor de uso.

### Introducción

En varios institutos de formación de profesorado de matemática y universidades pedagógicas de Latinoamérica, se imparten cursos de topología a los futuros profesores. Tomando como marco teórico a la *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME)* (Cantoral, 2016), se observó que estos usualmente se presentan con un grado alto de rigor matemático, centrado en los objetos y normados por un paradigma lógico deductivo, privando al saber de marcos de referencia que permitan posibles resignificaciones. En una primera revisión bibliográfica, se buscaron significados y funcionalidades en contexto, de conceptos protagonistas de la topología.

Raman-Sundstrom (2015) realiza un estudio histórico de la evolución de la noción de compacidad, que se origina en el Análisis Matemático, y se vuelve protagónica en la Topología. Se muestra cómo la noción evolucionó hasta una definición genérica funcional para cualquier *espacio topológico*, buscada por la comunidad matemática, siendo la mayormente divulgada en la actualidad. A partir del análisis de este documento se observó cómo el afán de la generalización sacrifica significados del concepto de compacidad que fueron importantes en la construcción social de dicha noción. Específicamente, la *compacidad* en *espacios métricos* tiene características particulares que pueden aportar significados que no se lograría únicamente con la definición general. Incluso en *espacios métricos* particulares, podrían aparecer significaciones y definiciones concretas al interpretar el concepto (figura 1). Esto es coherente con la misma evolución conceptual de la Topología, ya que los *espacios topológicos* se pueden considerar como una abstracción que generaliza las propiedades de los *conjuntos abiertos y cerrados* en *espacio métricos* (Márquez García, 2018).



**Figura 1.** Métrica del supremo entre funciones continuas en un intervalo cerrado, genera un espacio métrico en el cual un conjunto es compacto si y sólo si, es acotado, cerrado y equicontinuo (Raman-Sundstrom, 2015). Elaboración propia.

Por lo tanto, esta investigación focalizó la atención en el estudio de la noción de *espacio métrico*, que generalmente en la matemática escolar es reducida a escenarios de geometría euclidiana o tratamientos predominantemente axiomáticos. Desde un punto de vista metodológico, se considera la *problematización del saber*, de la TSME, buscando una descentración del objeto, desde las dimensiones *social, epistemológica, cognitiva y didáctica*, buscando escenarios de los distintos saberes (técnico, popular y sabio) (Cantoral, 2016).

Primeramente, se recuperaron textos escolares, tanto de Análisis Matemático, como de Topología, que plataran un tratamiento del *espacio métrico*, y que fueran representativos de distintas épocas. Se retomaron textos, desde el año 1955, hasta el 2021. Por ejemplo, algunos ellos son (Apostol, 2001; Hinrichsen & Fernández, 1977; Kelley, 1955; Mendelson, 1990; Munkres., 2002). A partir del análisis realizado se identificó de manera explícita, la relación conceptual que existe entre las nociones de *espacio normado, espacio métrico, y espacio topológico*, además de la conexión entre la noción de *continuidad* entre *espacios métricos* y la *de continuidad* entre *espacios topológicos*.

Al haber identificado significados de *medida* en el *espacio normado*, y significados de *distancia* en el *espacio métrico*, se continúa a problematizar estos conceptos desde la *dimensión social* del saber. Para esto, nos apoyamos en la obra (Kula, 1986), fuente de evidencia documental de que las diferentes maneras de *medir* distintos tipos de objetos han evolucionado de forma dialéctica junto con el desarrollo de las civilizaciones. Se evidencia cómo socialmente se producen consensos a partir de los usos de la *medida* en diferentes escenarios. Se busca reconocer y fundamentar que este tipo de prácticas podrían ser interpretadas desde la noción de *espacio métrico* en donde, se interrelacionan nociones de *distancia, medida y métrica*, promoviendo una descentración del objeto formal, permitiendo así su resignificación.

Desde el punto de vista epistemológico, Mari (2003, 2005) analiza el estado de la *medida* y la implicación que ha tenido en el desarrollo de la ciencia. Realiza un análisis histórico de las concepciones epistemológicas, y cómo han evolucionado desde una concepción como una propiedad inherente de los objetos medidos, hasta una visión con carácter social. En este sentido, una *métrica* puede ser concebida como una construcción de una comunidad que busca evaluar

determinado fenómeno o determinada característica de un objeto, generando técnicas que permiten obtener información empírica. En esta postura lo contextual se vuelve protagonista, incorporando de alguna manera una concepción epistemológica y racionalidades relativas a cada contexto.

### Resultados.

Se explicitan tres niveles de la práctica de comparar, con matices diferentes en cada uno. La primera comparación permite la construcción social de unidades de medida, la segunda permite la obtención de medidas de magnitudes, y el tercer nivel permite la expresión de la cercanía o lejanía en términos de la magnitud medida, es decir un concepto de distancia descentrado. En cada caso se explicitaron escenarios en donde se aprecian estas prácticas, que proveen significados de los saberes en función del contexto. Se dio evidencias de que la construcción social de métricas con mayor grado de complejidad, son producto de procesos de resignificación progresiva del saber, y que articulan y posibilitan la comparación específica de algunas magnitudes abstractas, como pueden ser: el valor productivo de terrenos de siembra. Por último, se planteó un análisis de los objetos *espacio normado* y *espacio métrico* en contexto de prácticas con *valor de uso*. Se reconoce una estructura en las prácticas equivalente a la estructura en los objetos. Se toma la postura de que los segundos son una abstracción de los primeros, y se plantea una Reconstrucción Racional Socioepistemológica que busca explicitar la relación entre medida-métrica-distancia y la Topología, planteando escenarios de posibles resignificaciones de los saberes.

### Referencias bibliográficas

- Apostol, T. M. (2001). *Calculus*. Editorial Reverté.
- Cantoral, R. (2016). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. Editorial Gedisa.
- Hinrichsen, D., & Fernández, J. L. (1977). *Topología general*. Pueblo Y Educación.
- Kelley. (1955). *General Topology*. Springer.
- Kula, W. (1986). *Measures and Men*. Princeton University Press.
- Mari, L. (2005). The problem of foundations of measurement. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 38(4), 259–266.
- Mari, L. (2003). Epistemology of measurement. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 34, 17–30.
- Márquez García, G. (2018). Una problematización del concepto de Topología en los inicios de la teoría de conjuntos abstractos de Fréchet. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.
- Mendelson, B. (1990). *Introduction to topology*. Dover publications.
- Munkres. (2002). *Topología*. Pearsons Education.
- Raman-Sundstrom, M. (2015). A pedagogical history of compactness. *American Mathematical Monthly*, 122(7), 619–635.