XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CIAEM 2011
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil
50 anos do Comitê Interamericano de Educação Matemática

Os Por Quês Matemáticos dos Alunos na Formação dos Professores

Edson Pereira **Barbosa**
UFMT e UNESP/ Rio Claro
Brasil
edsonpb@ufmt.br

Neste texto apresentamos e discutimos a inclusão dos questionamentos matemáticos dos alunos da educação básica, os POR QUÊS, na formação de professores de matemática. Ancorado na teoria do Modelo dos Campos Semânticos de Lins (1997, 1999, 2004), procuramos apresentar uma *leitura plausível* dos processos de produção de justificações produzidas nos contextos de formação inicial e continuada de professores. Ao final consideramos que os professores, ao produzirem e legitimarem as justificações dos POR QUÊS, além dos aspectos relativos a coerência matemática consideram, principalmente, aspectos inerentes a leitura que fazem de seus alunos, para avaliar a possibilidade dessa justificação estabelecer ou não uma *interação produtiva* no ambiente de sala de aula. Finalmente, a partir das análises das justificativas dos professores identificamos um modo próprio de ser da matemática do professor de matemática, que defendemos como perspectiva para a inclusão do processo de produção de PORQUÊS na formação docente.

Palavras-Chaves: Formação de professores, Matemática, Leitura Plausível, Interação Produtiva, Campos Semânticos.

1- Introdução

Este trabalho tem origem no seguinte questionamento, *quais são os problemas matemáticos dos professores de matemática e como eles os resolvem?* Para identificar estes problemas realizamos várias conversas com professores em situação de formação continuada e inicial.

Ao realizarmos a revisão bibliográfica nos deparamos com um sugestivo artigo, ñOs POR QUÊS Matemáticos dos Alunos e as Respostas dos Professoresò, no qual Lorenzato (1993), define *POR QUÊ como procedimento matemático ou seu significado* e *PORQUE como a <u>resposta correta</u> ao POR QUÊ e o saber ensiná-los*.(p. 73) [grifo nosso] e, apresenta uma síntese de um estudo realizado com 1700 professores abrangendo 9 países, e 18 cidades de 14 estados brasileiros, afirma que os ños PORQUÊS não estão presentes nos cursos de formação de professoresò.

Além disso, autores como Bicudo & Garnica (2001), Lins (2004), Moreira & David (2005), Yee (2006), Linardi (2006), Castro (2006), Francisco (2009), nos indicam que os problemas matemáticos encontrados na sala de aula, pelos professores de matemática, não são do mesmo tipo dos apresentados nas disciplinas ou cursos cânones da formação inicial.

Neste trabalho temos como objetivo descrever e analisar uma experiência com a inclusão dos POR QUÊS na formação continuada e inicial de professores de matemática e, apresentamos argumentos a favor de que esta inclusão seja realizada em contextos de aprendizagem sobre a prática do professor de matemática.

As situações de formação inicial foram organizadas como atividade de prática como componente curricular, junto a doze alunos do curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática ï LCMN, Campus de Sinop/UFMT, no primeiro semestre de 2010. As discussões de formação continuada são oriundas de dois contextos: um no qual seis professores de ensino fundamental e médio participam de um grupo de estudo que se reúne, às segundas-feiras, para discutir sobre matemática escolar no Laboratório de Ensino de Matemática da UFMT/Sinop, e outro, numa escola estadual da cidade de Sinop na qual desenvolvemos, com mais de vinte professores, durante o ano de 2009, um projeto de extensão[1] com objetivo de contribuir na formação continuada dos professores no ambiente da escola, que aqui será denominada Escola XXI.

Os dados, a discussão/interpretação e reflexão, aqui apresentados, são baseados em registros de nossa prática como formador de professores que investiga sua própria prática: caderno de campo, notas e relatórios de atividades, pois corroboramos com Paulo Freire ao afirmar que é impossível separar a pesquisa do ensino visto que,

> ñensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo, educo e me educo. Pesquiso para conhecer e o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidadeò. Freire (1996, p. 16)

2- A Perspectiva que Orienta o Presente Trabalho

Nossa visão estará pautada na concepção de que não há uma matemática única, como destacam Moreira & David (2005) há distinção entre os modos de conhecer os objetos matemáticos quando se pretende trabalhar na fronteira da teoria matemática e o modo de conhecer quando o objetivo é a formação profissional para o trabalho educativo, no processo de escolarização básica. Bicudo & Garnica (2001) ao discutirem processos de argumentação e provas matemáticas, apontam para a existência de uma forma de ser da matemática escolar, na qual predominam as argumentações semi-formais, em que é possível se notar uma participação orgânica, essencial, da linguagem natural e de elementos do dia-a-dia dos argumentadores.

Organizamos atividades de formação de professores nas quais os questionamentos dos alunos, os POR QUÊS, tivessem origem, fossem identificados e discutidos no contexto dos participantes da atividade formativa: pergunta de professores, pergunta de alunos, ou questão levantada no ambiente de formação inicial ao discutir preparação de aulas. Procuramos promover uma postura que superasse a imagem de uma matemática única e, por si só, pedagógica, mas que problematizasse práticas instauradas pelos diferentes jogos que ao serem explicitados através dos textos, os PORQUÊS, indicassem uma prática matemática não neutra, não isolada de outras práticas, mas que possui características que nos possibilitam compreender regras que dimensionam seus usos. De modo que possamos, ao analisar um conjunto de justificativas, compreender as formas de argumentação enunciadas por professores relativas aos conteúdos matemáticos que, efetivamente, ocorrem em sala de aula.

Nas discussões os porquês são contextualizados, se apresentam ao professor nas situações reais de sua prática profissional. Pois, Segundo Ball (2005), os problemas matemáticos com os

---

[1] Projeto de extensão universitária: ñSala do professor ambiente de diálogo entre escola e universidade,ò sob a coordenação da Prof. Drª Rute da Cunha Pires e com nossa colaboração.

quais os professores se deparam em sala de aula, não são previsíveis e recorrentes, mas estão profundamente entrelaçados com a matemática e o raciocínio matemático, em descobrir e analisar um erro cometido por um aluno, ou um questionamento de um aluno sobre a base para compreensão de um algoritmo. Por isso, consideramos importante que os envolvidos tivessem referências da origem e motivação para aquela atividade, cujo desafio era responder às questões e fazer as justificações na direção em que a pergunta foi elaborada. Logo, não fazia sentido elaborar de forma prescritiva uma lista de POR QUÊS, bastava discutir os apresentados pelos professores, desenvolvendo como formador a tarefa de, nos termos de Freire (1996, p. 21), ñinteligir, desafiar o professor com quem se comunica e a quem comunica, produzir sua compreensão do que vem sendo comunicado.ò

Para possibilitar uma *leitura plausível* do processo de elaboração de PORQUÊS, tomamos a compreensão de que o POR QUÊ em discussão naquela atividade é um texto, a partir do qual os professores envolvidos produzem conhecimentos. E que conhecimento é produzido no interior da atividade. Nesse sentido nos valemos do Modelo dos Campos Semânticos ï MCS, proposto por LINS (1999, 2004), no qual ñconhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação que autoriza [o sujeito] a produzir aquela enunciaçãoò (Lins, 1999, p. 88). Conforme nos esclarece LINARDI (2006, 33).

> Produzir conhecimento, então, é produzir uma enunciação, de uma proposição, na qual o sujeito acredita e para a qual tem alguma justificação. Como toda proposição (afirmação) é sobre alguma coisa, essa coisa é constituída em *objeto* (porque dela se diz algo), e o que se diz desse objeto é um *significado* produzido para esse objeto. Então, diretamente associadas à noção de *conhecimento*, estão presentes as noções de *objeto* e de *significado*, no MTCS.

Temos, ainda, nessa perspectiva a noção de interlocutor. Ela se refere à direção em que o sujeito fala quando produz uma enunciação. Ao dizermos que, nesse ambiente os sujeitos falam, elaboram, testam, refutam e justificam hipóteses sobre determinado POR QUÊ, estamos afirmando que essa justificativa é produzida em direção a interlocutores constituídos pelo sujeito da enunciação, no contexto de uma atividade. Nesse caso, estamos interessados em verificar para quais direções são elaboradas as justificativas, em apresentar situações em que há mais de um PORQUÊ (justificativa) para um mesmo POR QUÊ (pergunta), e também, identificar usos que caracterizam a matemática do professor de matemática ao preparar um texto, justificativa matemática, para interagir com seus alunos.

Assim, na perspectiva do MCS, a relação entre os PORQUÊS e as justificativas matemáticas são explicitadas à medida que os envolvidos falam, que elaboram seus PORQUES, pois, ño que se diz a respeito desse objeto é um significado para esse objetoò, como na atividade analisada os professores respondem a questões de matemática, em nosso entendimento, estão produzindo significados matemáticos. Pode ser que nesse contexto ocorram e sejam legitimados enunciados que não seriam em outros contextos, a matemática praticada na escola tem uma forma própria de ser matemática, distinta da matemática da rua e da matemática do matemático.

A matemática do matemático segundo Linardi (2006) e Lins (2004) tem como características ser definicional, internalista e simbólica.

Definicional e internalista porque,

> tão logo as coisas são definidas, isto é o que elas são e serão até que se decida mudar as definições. Portanto ao definir um objeto, não cabe a discussão dessa definição em outras áreas (fora da própria matemática) isto é feito apenas para

> se discutir se ela ajuda outras áreas de interesse ou se ajuda a resolver ou esclarecer problemas já postos. (Linardi, 2006, p. 27).

Simbólica ñquer dizer que os seus objetos são conhecidos não no que eles são, mas apenas em suas propriedades, no que deles se pode dizer" (LINS, 2004b, p. 96).

> O termo matemática da rua diz respeito ao conhecimento matemático extra-escolar, isto é, àquele que se manifesta nas situações da vida cotidiana (cozinha, deslocamentos, situações do trabalho, alimentação, lazer, etc.), ou de atividades comerciais de vendedores ambulantes, comércio informal, etc.(Vilela, 2007, p.98),

Ou seja, existem outros usos da matemática extra-escolar que vêm sendo descritos e explicitados, por exemplo, em trabalhos de pesquisa em Etnomatemática.

Já a matemática do professor de matemática é caracterizada por nela serem aceitos, além dos significados matemáticos, significados não matemáticos para coisas que poderiam ser de outra maneira chamada ñmatemáticaò, por exemplo, ñnúmeros negativos são dívidasò, ñfrações são pedaços de pizzasò ou ñequações são balanças de dois pratosò, e usados para (supostamente) facilitar a aprendizagem. Para Lins (2004)

> Isto não basta, porque o professor não tem que dar conta apenas do que concorda com o que ele diz, com o que está 'certo'. O professor precisa ser capaz de ler o que seu aluno diz, mesmo que esteja 'errado', tanto quanto como quando está 'certo'. (LINS, 2004a, p.3) [Grifo nosso].

Adotaremos uma perspectiva da matemática do professor de matemática, conforme proposto por Lins (2004) que o centro da prática do professor seja a "leitura do que os alunos estão dizendo/fazendo de modo que a interação possa acontecer" (LINS, 2004c, p.14).

Nas conversas com e entre os professores foi comum ouvirmos frases como ñdevemos elaborar a explicação [justificativa] a partir do conhecimento do alunoò, ñé preciso falar a linguagem do alunoò, ñtemos que falar numa língua que o aluno entendaò. Ou seja, o desafio posto ao professor de matemática frente a esses problemas matemáticos da sala de aula é explicar, ouvir, analisar o trabalho dos alunos e escolher modelos ou exemplos úteis do ponto de vista da manutenção de um diálogo com o aluno, de uma *interação produtiva* na sala de aula.

Portanto, procuramos fazer uma *leitura plausível* dos PORQUES dos professores, na tentativa de estabelecer uma coerência que sustente as visões dos professores em formação inicial e continuada ao produzirem suas justificativas, ou explicitarem significados, na direção do interlocutor que realizou a pergunta.

O conceito de *leitura plausível* é apresentado por Lins (1999, p. 93) como ñtoda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível.ò

Como nessa perspectiva é pressuposto, que numa situação de produção de conhecimento, deve haver o sujeito da enunciação (autor), que produz textos em direção ao outro(s) sujeito cognitivo (leitor) sobre um POR QUÊ, então como ambiente de aprendizagem, compreendemos o espaço no qual os sujeitos dialogam sobre algo, ou seja, um ambiente, no qual ocorra uma *interação produtiva*, propício para produção de enunciados sobre matemática, sobre a prática do professor, sobre currículo e, complementarmente, entendemos que a prática de cada sujeito envolvido no diálogo e suas representações possam constituir em conhecimentos à medida que os envolvidos elaboram crenças-afirmações e justificações, portanto significados, aceitos como legítimos pelos interlocutores envolvidos na atividade de responder POR QUÊS.

Em um ambiente de *interação produtiva*, a *leitura plausível* dos significados produzidos pelo professor, permite trabalhar na ampliação de modos legítimos de produção de significado, o que caracteriza, do ponto de vista do MCS, aprendizagem.

Adotaremos uma postura na qual, os significados ñnão estão previamente definidos de modo definitivo tal como numa matemática pronta, num ódomínio de conhecimentoô. Eles encontram-se na prática da linguagem, nos usos, mas, ao mesmo tempo, não são arbitráriosò Vilela (2007, p. 149).

Portanto, admitiremos o entendimento de POR QUÊ, como uma pergunta ou questionamento relacionado a algum procedimento matemático ou sobre seu significado, mas consideraremos um PORQUE como uma resposta correta ao POR QUE em situação de ensino, logo o correto, em nossa leitura, refere-se a uma justificativa legítima ao POR QUÊ, à medida que procura estabelecer uma interação produtiva em situação de ensino. Portanto, cada resposta, legítima nesse contexto, é expressão de significado matemático no contexto da prática matemática de sala de aula, condicionada por esses professores ao elaborarem uma resposta correta a um questionamento matemático.

3- Os Por Quês como problemas matemáticos dos professores de matemática

A seguir apresentaremos dois problemas (POR QUÊS), bem como realizaremos uma leitura plausível das soluções (PORQUÊS) apresentadas pelos professores em cada um dos contextos. A partir deste momento assumiremos que estes são problemas dos professores, pois eles expuseram a situação, elaboramos o problema e resolvemos num ambiente dialogado.

A cada problema enunciado, apresentaremos as diferentes situações de produção de justificação. Na tentativa de facilitar a compreensão do leitor, para cada justificativa produzida elaboramos um texto que, a partir de nossa leitura, imaginamos que os interlocutores produziriam. Assim, os ñtextos podem ilustrar cada um ao seu modo, os diferentes usos de conceitos matemáticos, assim como, o que aqui está em evidência, regras próprias em cada uma delas. Ou seja, as diferentes regras podem ser identificadas nos textos-documentos quando vistos em conjunto.ò (Vilela, 2007, p. 149)

3.1- Por que ao multiplicar números com vírgula, devo contar o número de casas após a vírgula em cada um dos fatores, e contar, da direita para a esquerda, a mesma quantidade de casas, para colocar a vírgula no produto?

Situação 01: No contexto de formação inicial este problema surgiu a partir da exposição das dúvidas de uma aluna ao preparar aulas para serem ministradas como estágio supervisionado para turmas de sexto ano.

Inicialmente, contextualizamos a situação aos demais alunos da sala e propomos como atividade, elaborar uma justificativa para alunos de sexto ano, com idade média de onze anos. Após algum tempo de tentativas individuais, os grupos de discussão já começavam a se formar espontaneamente, quando um aluno levanta-se, pega o pincel sobre a mesa do professor e, enquanto se aproxima do quadro, diz: - Acho que sei justificar. E fez o seguinte exemplo no quadro:

$$
\begin{array}{r}
2{,}33 \\
\times\ 4{,}12 \\
\hline
466 \\
233 \\
932 \\
\hline
9{,}5996
\end{array}
$$

Depois começou a falar:

> Olha! Fiz assim. Primeiro **transformo os decimais em frações** [escreve na lousa, $2{,}33 \times 4{,}12 = \frac{233}{100} \times \frac{412}{100}$] agora é só multiplicar, numerador com numerador e denominador com denominador, [escreve na lousa, $= \frac{233}{100} \times \frac{412}{100} = \frac{95996}{10000}$.] Aí dividimos por dez mil e **como já sabemos** que dividir por 10, 100 e 10000 é só contar o número de zeros da direita para esquerda e colocar a vírgula. Transformamos de volta **a fração em decimal** [escreve na lousa $= \frac{95996}{10000} = 9{,}5996$.]

Prontamente, todos concordaram. Duas alunas até ensaiaram palmas. Para a discussão, perguntei se todos concordavam e todos disseram que sim. Perguntei ćporqueô e a resposta foi que era só observar que os números racionais possuem mais de uma representação, nesse caso bastou passar da representação decimal para a representação fracionária e, em seguida, verificarmos que um número dividido por dez mil faz a vírgula caminhar quatro casas para a esquerda, dessa forma, passar da forma fracionária para a decimal.

A justificação nesse caso, em nossa leitura, está relacionada com a possibilidade de transformar números com dízimas finitas em fração decimal, ao que denominamos **Campo Semântico das Representações Decimais-Frações**. Além disso, também está relacionado a suposição de que todos conhecem e aceitam que a divisão por dez, cem, mil é só fazer a vírgula ñandar para a esquerda se estiver dividindo e para a direita se estiver multiplicandoò.

Situação 02: No ambiente de formação continuada do Laboratório de Ensino de Matemática, este mesmo POR QUÊ surgiu a partir de um caso contado por uma professora de matemática, que ao ministrar aulas para uma turma de quinto ano, foi questionada por um aluno, ñPor quê deveria contar as casas no resultado para colocar a vírgula?ò Como a situação foi apresentada ao final de um encontro, foi proposto que cada um pensasse e elaborasse uma resposta à pergunta. Esta ficou sem solução por duas semanas, até que uma professora nos disse que pedira explicação a um professor universitário e nos apresentou a seguinte justificativa:

> É ele [o professor] fez assim: primeiro **passa os números para notação científica** [escreve na lousa, $2{,}33 \times 4{,}12 = (233 \times 10^{-2}) \times (412 \times 10^{-2})$]. Depois, usando a **propriedade associativa** podemos fazer assim: [Escreve na lousa $= (233 \times 412)(10^{-2} \times 10^{-2})$] e aí <u>resolvendo primeiro as potências</u>. E <u>multiplicar potências de mesma base é conservar a base e somar os expoentes</u> e, menos dois mais menos dois é menos quatro. Aí fica: [escreve na lousa, $= (233 \times 412)10^{-4}$] aí <u>resolve primeiro o parêntese</u> [escreve na lousa, $= 95996 \times 10^{-4}$] que é igual a [escreve na lousa, $= 9{,}5996$]

Perguntei se concordavam e disseram que ñsim porque estava certoò. Um professor observou que ñera só transformar os números da forma decimal para a forma científica e resolver a expressão numérica, primeiro potências e depois multiplicação.ò Essa fala, inicialmente, teve a aprovação de quase todos. No entanto, a professora, que expôs o problema, ponderou: ñesta explicação não pode ser dada aos meus aluninhos de quinto ano. Eles ainda não sabem potências.ò Esta justificação, em nossa leitura pertence ao **Campo Semântico das Representações Decimais-Potencias**, ou ñdecimais-forma científicaò, nos termos dos professores, e os procedimentos devem seguir a regra de realização das operações em uma expressão numérica.

Na discussão que seguiu, observamos que as professoras aceitaram a justificação como correta, do ponto de vista matemático, mas não a legitimaram como texto direcionado aos seus alunos de quinto ano. Isto é, na leitura que as professoras realizaram sobre a justificativa apresentada e na leitura que realizaram sobre o que seus alunos, da escola, diriam ou fariam, avaliaram que este enunciado não possibilitava uma *interação produtiva* com seus alunos de quinto e sexto anos que ainda não ñsabem potênciasò. A partir dessa leitura, inferimos que uma boa justificação na matemática destes professores ñdeve partir do conhecimento do alunoò, em nossos termos deve ser justificada num campo semântico de domínio do aluno. Ou seja, estava posto o desafio comum ao professor de matemática frente a esses problemas matemáticos da sala de aula, explicar, ouvir, analisar o trabalho dos alunos e escolher modelos ou exemplos úteis do ponto de vista da manutenção de um diálogo com o aluno, de uma *interação produtiva* na sala de aula.

Depois de um tempo de discussão sobre outras possibilidades de justificativa, conduzimos a solução apresentada, na situação 01, pelo aluno na turma de formação inicial e as professoras prontamente concordam que a resposta estava correta e era legítima para trabalhar com seus alunos, pois, em suas leituras, transformar decimais em fração e divisão por dez, cem, mil, dez mil é do conhecimento dos alunos de quinto e sexto anos.

Situação 03: Outra justificativa para esta questão foi constituída no ambiente de formação continuada da Escola XXI, quando um grupo de professores discutia algumas perguntas dos alunos. Como atividade formativa, resolvemos responde-las. Após algum tempo de discussão em grupos, uma professora apresentou uma justificação que pode ser descrita da seguinte forma:

> Dada a conta [escreve na lousa, $2{,}33 \times 4{,}12$] como **não sabemos fazer contas com números decimais,** multiplicamos cada fator não inteiro por 10, 100, 1000 até que se **transforme num número inteiro**. Nesse caso multiplicamos os dois [fatores] por 100, porque os dois têm dois números depois da vírgula. Assim temos o seguinte resultado em números inteiros. [Escreve na lousa $(2{,}33 \times 100) \times (4{,}12 \times 100) = 233 \times 412$] aí, é só fazer a multiplicação [escreve na lousa, $233 \times 412 = 95996$]. Como nós multiplicamos os fatores por dez mil, que é, o cem vezes cem. Devemos dividir o resultado por dez mil para obtermos o valor correto. Aí dividindo: [Escreve na lousa, $95996 \div 10000 = 9{,}5996$.] Então, o número de casa após a vírgula é o número de zeros obtidos com a multiplicação das potencias de base 10 para transformar os fatores em inteiros. Nesse caso, quatro casas após a vírgula, significam que multiplicamos dez mil e contar as quatro casas da direita para esquerda é dividir o resultado por dez mil.

Nesta situação o campo semântico é o da transformação de números decimais em inteiros através da multiplicação por potências de dez. em nossa leitura essa atividade foi relacionada a operação com números inteiros, e o enunciado é direcionado a um sujeito que domina os conjuntos numéricos. Ou seja, é uma justificação no **Campo Semântico das Representações Decimais-Inteiros**.

Desses PORQUES, tivemos a seguinte situação, as professoras de séries iniciais legitimaram como pertinente para sua atividade matemática a justificação relacionada ao Campo Semântico das Representações Decimais-Fração, pois ñé preciso justificar a partir do conhecimento do alunoò e alunos de quinto e sexto anos já conhecem a transformação de decimais em frações. Já os professores de séries finais consideraram mais pertinente o enunciado relacionado ao Campo Semântico da Representação Decimais-Inteiros. E a justificativa apresentada, como sendo do professor universitário foi aceita como conhecimento matemático válido, mas não foi legitimada como texto para seus alunos do quarto ao nono ano do ensino fundamental, indicando-nos uma relação entre as justificativas e uma leitura do currículo de matemática da escola.

3.2- Por que ao dividir uma fração por outra, deve-se conservar a primeira (numerador) e inverter a segunda (denominador) e multiplicar.

Este é um dos POR QUÊS mais comuns em nossa trajetória profissional, principalmente entre os professores, também apontada por Lorenzato (1993) e Ball (2005) como problema característico da matemática do professor de matemática.

Situação 04: Esta situação ocorreu no ambiente de formação continuada no contexto da Escola XXI, na discussão estavam envolvidos professores que ensinam matemática nas séries iniciais e finais do ensino fundamental. Passados dois encontros sem nenhuma tentativa de resposta, foi mostrado, por uma professora, um texto impresso retirado da internet ñDivisão entre frações: álgebra explica a elaboração da regraò, que apresentava uma justificativa para o problema, após algum tempo de leitura em grupos uma professora foi convencida pelos colegas a ir ao quadro apresentar a solução, que foi assim explicada:

> Primeiro transformamos numa equação, pois não sabemos o resultado da conta. [Escreve na lousa, $\frac{3}{5} \div \frac{2}{7} = y$] Como numa equação podemos passar o dois sétimos que está dividindo para o outro lado multiplicando, temos: [Escreve na lousa, $\frac{3}{5} = y \times \frac{2}{7}$]. Olha só! Como sabemos que três quintos é três vezes um quinto [escreve na lousa $\frac{3}{5} = 3 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{1+1+1}{5} = \frac{3 \times 1}{5}$.] Fazemos do mesmo modo do lado direito da expressão e fica épsilon vezes dois sobre sete. [Escreve na lousa, $\frac{3}{5} = \frac{y \times 2}{7}$]. Aí é só tirar o mínimo múltiplo comum dos denominadores. [escreve na lousa, $\frac{3}{5} = \frac{y \times 2}{7}$] Que é [escreve na lousa $\frac{3 \times 7}{35} = \frac{(y \times 2) \times 5}{35}$], quando temos os denominadores comuns podemos multiplicar tudo, os dois lados, por 35 e cancelar os denominadores. Aí fica:

$$3 \times 7 = y \times 2 \times 5$$

[escreve na lousa, $21 = 10y$.] Que é o mesmo resultado que multiplicar

$$y = \frac{21}{10}$$

a primeira fração pelo inverso da segunda [escreve na lousa, $\frac{3}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{10}$].

Esta solução foi aceita como correta, no entanto, foi considerada muito complexa pelas professoras. Argumentaram que esta operação é ensinada no quinto e sexto anos, antes dos alunos estudarem equações, portanto poderia ser uma boa resposta para alunos de classes mais elevadas.

Então, foi proposto que construíssemos uma solução que fosse considerada, pelo grupo, como mais adequada aos propósitos de comunicar este PORQUE a alunos de quinto e sexto anos. Na perspectiva da *interação produtiva* fomos conversando e as professoras dando suas contribuições de modo que ao final da discussão foi elaborada uma justificação considerada legítima pelo grupo.

Destacamos inicialmente que, este mesmo problema foi observado por alunos da graduação que faziam estágio na Escola XXI e expusemos a situação na sala de aula da universidade, onde foi proposto como problema a ser resolvido. Em ambos os ambientes, foram feitas várias tentativas, questionamentos, avanços e revisões, mas por falta de espaço não há como apresentar todos os registros, neste texto, mas a síntese final pode ser apresentada da seguinte forma:

Efetuar a divisão $\frac{3}{5} \div \frac{2}{7}$.

Inicialmente, temos a seguinte $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{7}} =$, mas não sabemos fazer divisão com frações, no entanto, existe um resultado de divisão que nós conhecemos **que é todo número dividido por 1 é ele mesmo**. Então vamos fazer o denominador virar 1. Para isso o que precisamos fazer? Olha se eu multiplicar um número pelo inverso dele não vai dar 1? Qual é o inverso de dois sétimos? Sete meios, não é? Então, vamos multiplicar o numerador e o denominador por sete meios. **Pela equivalência de frações** sabemos que ao multiplicar, um mesmo número, no numerador e no denominador, não altera o resultado da fração. Então é só multiplicar o sete meios no denominador e numerador. [A professora fala e escreve na lousa ao mesmo tempo]

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{7}} = \frac{\frac{3}{5} \times \frac{7}{2}}{\frac{2}{7} \times \frac{7}{2}}$$

Aí multiplicando nós temos olha só! No denominador vai ficar 1, porque quatorze dividido por quatorze é um. Não é? [Fala e continua escrevendo na lousa]

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{7}} = \frac{\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}}{\frac{2}{7}\times\frac{7}{2}} = \frac{\frac{3\times 7}{5\times 2}}{1}$$

Agora temos que é o numerador dividido por um, como todo número dividido por um é ele mesmo, então nós podemos fazer: [enquanto falava escreveu na lousa]

$$= \frac{\frac{3\times 7}{5\times 2}}{1} = \frac{3}{5}\times\frac{7}{2} = \frac{21}{10}$$

Então, é por isso, que foi ficando essa regra, pois o resultado é sempre o numerador vezes o inverso do denominador.

Na discussão deste PORQUE junto a professores de séries iniciais, a apresentação das duas formas de representação, contribuiu para legitimação da segunda justificativa, pois esta partia e usava conhecimentos que os alunos já estudaram até quarto, quinto e sexto anos, propriedades da divisão, frações equivalentes e expressões numéricas. Que denominamos neste texto com atividades inerente ao **Campo Semântico das Propriedades de Operações com Frações**.

4- Considerações Finais

Com relação a motivação inicial deste trabalho consideramos que os questionamentos dos alunos, os POR QUES sobre a matemática, são problemas matemáticos do professor de matemática. Também constatamos que, para os professores, uma resposta correta não diz apenas sobre sua validade matemática, mas também da legitimidade desta justificação ser considerada ou não um texto que possibilite ao professor uma *interação produtiva* com os alunos. Isto para nós, caracteriza um uso da matemática que é próprio da atividade do professor. Pois, neste estudo as justificações além de atenderem a uma validade do ponto de vista matemático, ampliam as possibilidades de diálogo dos professores com seus alunos. De forma que, ao discutir um PORQUE o professor está construindo relações, ampliando os limites estabelecidos para cada conteúdo. Logo essa abordagem pode servir para estabelecer conexões entre diferentes temas do currículo da matemática escolar.

Observamos que os professores legitimaram as justificações que estabelecem conexões entre o conteúdo, ou representações sobre o conteúdo com uma representação, ou tema considerado de domínio do aluno. Em nosso caso, os professores produziram para o primeiro problema justificações relacionados a três Campos Semânticos: decimais-frações, decimais-potências, decimais-inteiros. No entanto, consideraram, a partir da leitura que fazem dos seus alunos, do currículo vigente na escola, que para dialogar com alunos de quinto e sexto anos o mais adequado é o enunciado referente ao **campo semântico das representações decimais-frações**, para dialogar com alunos de sétimo ao nono ano o enunciado referente ao **campo semântico das representações decimais-inteiros** também foi considerado adequado. E, apesar de terem aceito correta matematicamente, não referendaram para dialogar com seus alunos de quinto ao nono ano, a justificação produzida a partir do **Campo Semântico das representações decimais - potencias**.

Já em relação ao segundo POR QUÊ discutido, os professores consideraram as duas justificativas corretas do ponto de vista matemático, mas consideraram como legítima para promover uma interação produtiva com alunos de quinto e sexto anos a justificação relacionada ao **Campo Semântico das Propriedades das Operações com Frações**. Apesar de reconhecerem que a justificação relacionada ao **Campo Semântico das Operações Algébricas** apresenta maior proximidade com o modo de produção de significados na matemática do matemático.

Estas situações nos revelaram que os professores, além de elaborarem uma justificativa, precisaram demonstrar habilidades com a matemática em termos de discursos para que suas explicações não gerassem equívocos ou incompreensões. Também indicaram uma preocupação dos professores, que suas justificativas utilizem termos, idéias, conceitos e conteúdos que seus alunos já entenderam, ou que o professor aceite como pertencente ao currículo daqueles alunos. ñO professor precisa ser capaz de ler o que seu aluno diz, mesmo que esteja 'errado', tanto quanto como quando está 'certo'.ò (Lins, 2004). Isto requer que os professores saibam mais do que as definições que possam encontrar nos cursos universitários, indica que cada uma destas tarefas comuns do ensino, envolve raciocínio matemático tanto quanto o pensamento pedagógico. No qual predominam as argumentações semi-formais, nos termos de Bicudo & Garnica (2001).

Constatamos na prática que, os professores não recebem a proposição de formação continuada passivamente, exemplos disso é que neste trabalho as justificações do professor universitário para o primeiro problema, relacionado com o campo semântico decimais-potências e a oriunda do texto disponível na internet relacionada ao campo das operações algébricas para o segundo POR QUÊ, foram discutidas e aceitas como corretas do ponto de vista matemático, mas não foram legitimadas, pelo menos num primeiro momento, para serem incluídas em suas práticas de sala de aula. Isto vem a corroborar com Francisco (2009, p. 5) ao afirmar que, a menos que professores se vejam realmente representados em suas práticas profissionais, nos princípios que valorizam e nas demandas que identificam, reformas de todo o tipo e propostas de formação continuada estarão fadadas ao fracasso.

Do ponto de vista de estratégia formativa foi importante o fato dos PORQUÊS colocarem o sujeito, professor, em situação de *interação produtiva*, para resolver problemas significativos para ele professor. Consideramos como formador de professores que

> ñuma das tarefas mais importantes da prática educativo-crítica é propiciar as condições em que os educandos em relação uns com os outros e todos com o professor ou a professora ensaiam a experiência profunda de assumir-se.ò (Freire, 1996, P. 23)

E ao assumirem-se como participantes dos enunciados, temos conseguido tirar os professores de uma posição defensiva, para uma situação, na qual é possível discutir perspectivas, vislumbrar encaminhamentos e, junto com os professores em formação, ampliar modos legítimos de produção de justificativas para os POR QUÊS nos contextos em que surgem.

No ambiente de formação inicial, as avaliações indicaram que o exercício da produção de justificativas direcionadas aos alunos com os quais lidam em seus estágios, amplia o repertório de justificações e significados matemáticos dos futuros professores. Também, foi considerado significativo pelos alunos da licenciatura, por mostrar-lhes que o ensino de matemática possui um desenvolvimento curricular ascendente no sentido da formalização dos modos de produção do conhecimento matemático, números naturais, inteiros, racionais, reais, funções, geometria analítica, etc., uma descendente no sentido de compreender a fundamentação matemática conjuntos, estruturas, etc., mas também possui uma ampliação horizontal, quando requer e possibilita a compreensão de conexões, muito requisitada no trabalho docente, que nem sempre, são explicitadas no processo de formalização da matemática vista nas disciplinas clássicas de matemática.

Finalmente, informamos que o esforço de compreender a relação entre significados e os porquês matemáticos tem nos indicado a necessidade de empreender estudos relacionados aos diferentes usos e regras da matemática do professor ao preparar aula e no contexto da sala de aula.

5- Bibliografia:

Ball, D. L; Hill, H. C; e Bass, H. (2005, outono). Knowing Mathematics for Teaching. Revista American Educator. P. 14-17, 20-22, 43-46.

Bicudo, M. A. V. e Garnica, A. V. M. (2001) Filosofia da Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1997) Parâmetros curriculares nacionais : matemática / Secretaria de Educação Fundamental. ï Brasília : MEC/SEF.

Castro, A. M. (2006) Preparing Elementary Preservice Teachers to Use Mathematics Curriculum Materials. The Mathematics Educator. Vol. 16, Nº. 2, 14ï 24.

Francisco, C. A. (2009) Uma leitura da prática profissional do professor de matemática. Tese de Doutorado em Educação Matemática ï Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.

Freire, P. (1996) Pedagogia da Autonomia.

Linardi, P. R. (2006) Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática. Tese de Doutorado em Educação Matemática ï Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.

Lins, R. C. (1999) Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora Unesp,. p. 75-94. (Seminários & Debates)

Lins, R. C. (2004) Characterizing the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production. In: 10th International Congress on Mathematical Education, 2004, Copenhagen. Proceedings...Copenhagen, p. 72-72.

Moreira, P. C. e David M. M. M. S. (*2005, Jan/fev/Mar/Abr*). O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. Revista Brasileira de Educação. N° 28. p. 50-61.

Neto, A. R. (2010) Divisão entre frações: álgebra explica a elaboração da regra. Recuperado em 25 de outubro de 2010 de http://educacao.uol.com.br/matematica/regra-divisao-entre-fracoes.jhtm.

Vilela, D. S. (2007) Matemáticas nos usos e jogos de linguagem: Ampliando concepções na Educação Matemática. Tese de Doutorado ï Faculdade de Educação Unicamp ï Campinas.

Yee, L. P, (2006) Mathematics for Teaching or Mathematics for Teachers? The Mathematics Educator. Vol. 16, Nº. 2, 2ï 3.