

## APLICACIÓN DE UN MODELO MENTAL PARA LA COMPRESIÓN DEL CONCEPTO DE EQUIVALENCIA LÓGICA

Eduardo Adam Navas-López  
Universidad de El Salvador, El Salvador  
eduardo.navas@ues.edu.sv

**Resumen.** Se analiza el proceso que sigue un grupo de tres alumnos para determinar una serie de equivalencias lógicas. Para ello se analiza la actividad de dichos alumnos cuando resuelven en el aula de clases la tarea de determinar si una expresión lógica es lógicamente equivalente a otra. Esto ha permitido describir el progreso de su comprensión a través de los diferentes niveles de comprensión siguiendo el modelo propuesto por Pirie y Kieren, y se ha observado que las interacciones entre los alumnos les provocan retrocesos en la comprensión pero también les ayudan a avanzar en su nivel de comprensión matemática.

**Palabras claves:** Pirie y Kieren, modelo mental, equivalencia lógica, demostración matemática.

### Introducción

El estudio de las demostraciones formales es fundamental para los estudiantes de carreras con fuerte carga matemática. Entre otras cosas, es necesario formar adecuadamente el conocimiento de la naturaleza de las demostraciones matemáticas, y particularmente la noción de Validez Lógica, para lo cual es necesario el conocimiento del concepto de Equivalencia Lógica (Alfaro Carbajal, Flores Martínez y Valverde Soto, 2019). Por ello es importante que los primeros cursos de carreras como Licenciatura en Matemática y Licenciatura en Estadística enfaticen en el concepto de Equivalencia Lógica.

El profesor formador de matemáticos debe conocer los rudimentos de la evolución de la comprensión de un concepto tan elemental. Por ello nos preguntamos, ¿cómo se caracteriza la evolución o el crecimiento de la comprensión del concepto de Equivalencia Lógica en los alumnos de primer año de carreras como las mencionadas?

Así es como en este estudio se explora el crecimiento de la comprensión del concepto de Equivalencia Lógica en un grupo de alumnos basándose en el modelo de Crecimiento de la Comprensión Matemática de Pirie y Kieren (1989).

### Marco Teórico

Existen múltiples aproximaciones al concepto Comprensión (Meel, 2003). Una de estas aproximaciones es la base del modelo de Pirie y Kieren (1989):

«La comprensión matemática se puede definir como estable pero no lineal. Es un fenómeno recursivo, y la recursión parece ocurrir cuando el pensamiento cambia los niveles de sofisticación. De hecho, cada nivel de comprensión se encuentra contenido dentro de los niveles subsiguientes. Cualquier nivel particular depende de las formas y los procesos del mismo y, además, se encuentra restringido por los que están fuera de él.»  
(p. 8)

El de Pirie y Kieren (1989) es un modelo de origen constructivista (Meel, 2003) de ocho niveles: Conocimiento Primitivo, Creación de Imagen, Comprensión de la Imagen, Observación de la

Propiedad, Formalización, Observación, Estructuración, e Invención. Este se ha utilizado en múltiples investigaciones para explorar y caracterizar la comprensión de diferentes conceptos matemáticos (Meel, 2003; Gallardo, 2004; Codes, Delgado, González y Monterrubio, 2013; Delgado, Codes, Monterrubio y González, 2014).

### **Metodología**

En este estudio se analizan las conversaciones grabadas de unos alumnos mientras resuelven una serie de ejercicios de equivalencias lógicas. En las clases teóricas se ha explicado previamente los fundamentos de la lógica proposicional, identificación de proposiciones, los conectivos lógicos, conversión de representación verbal a representación simbólica (y viceversa) de expresiones lógicas, concepto de equivalencia lógica, y propiedades del álgebra de Boole o álgebra proposicional.

La actividad fue diseñada para lograr que los alumnos realizaran la demostración de que si una cierta proposición es lógicamente equivalente a otra. Para resolver la actividad, los alumnos disponían de sus apuntes de clase de la materia, una tabla de resumen de las propiedades del álgebra de Boole previamente explicada, y de asistencia del profesor.

Este ejercicio se llevó a cabo con todos los alumnos del curso, pero la grabación sólo contiene la discusión completa de tres alumnos que estuvieron de acuerdo con dejar que el profesor los grabara. Se analizan las conversaciones, los razonamientos expresados y las acciones realizadas, a la luz del modelo de Pirie y Kieren (1989).

### **Resultados**

Se encontró que los alumnos transitan un proceso que no es lineal para alcanzar la comprensión. Se observa que es un proceso en el que no se asciende de nivel en nivel acumulando conocimiento o información, y tal como apuntan Pirie y Kieren (1989) es un proceso de naturaleza recursiva, en la que se dan los procesos de Redoblado, que les permite a los alumnos sofisticar y consolidar su conocimiento y sus habilidades. Además, se observó que todos los alumnos vivieron un tránsito a diferente ritmo por los diferentes niveles de comprensión.

### **Reflexiones**

Es importante seguir investigando el proceso de comprensión de conceptos fundamentales como las Equivalencias Lógicas, los Argumentos Lógicos sin y con Cuantificadores para mejorar los procesos de enseñanza de las herramientas fundamentales en matemática como lo son las demostraciones formales. Particularmente las equivalencias lógicas tienen sus complicaciones debido a las dificultades cognitivas inherentes de algunas propiedades como las de DeMorgan (Macbeth, Sosa y Genovese, 2010). Estudiar la comprensión de un concepto por parte de los estudiantes es un proceso muy difícil y difícil de generalizar debido a que son necesarias las entrevistas (y no sólo los exámenes tradicionales) para poder descubrir la cambiante comprensión de los alumnos (Pirie y Kieren, 1989).

### Referencias bibliográficas

- Alfaro Carbajal, C., Flores Martínez, P., y Valverde Soto, G. (2019). El conocimiento de la práctica matemática sobre las demostraciones en profesores de matemática en formación inicial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(1), 497-504.
- Codes Valcarce, M., Delgado Martín, M. L., González Astudillo, M. T. y Monterrubio Pérez, M. C. (2013). Comprensión del concepto de serie numérica a través del modelo de Pirie y Kieren. *Enseñanza de las Ciencias*, 31(3), 135-154.
- Delgado Martín, M. L., Codes Valcarce, M., Monterrubio Pérez, M. C., y González Astudillo, M. T. (2014). El concepto de serie numérica. Un estudio a través del modelo de Pirie y Kieren centrado en el mecanismo “folding back”. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (6), 25-44.
- Gallardo, J. (2004). Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. El caso del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de Málaga. España.
- Macbeth, G., Sosa, R. A., y Genovese, I. E. (2010). Asimetría cognitiva de las leyes de DeMorgan. *Calidad de Vida y Salud*, 3(2), 71-81.
- Meel, D. E. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: Comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la Teoría APOE. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 6(3), 221-278.
- Pirie, S. E. B. y Kieren, T. E. (1989). A recursive theory of mathematical understanding. *For the Learning of Mathematics*, 9(3), pp. 7-11.