

IMPORTANCIA DE LA ECUACIÓN LOGÍSTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Ingrid Quilantán Ortega, Flor Monserrat Rodríguez Vásquez
Universidad Autónoma de Guerrero, México
21254443@uagro.mx, flor.rodriguez@uagro.mx

Resumen. El concepto de Ecuación Logística (EL) ha motivado la realización de diversos estudios en el campo de la matemática educativa, el objetivo de este trabajo es mostrar la ubicación de este concepto tanto en el campo de la investigación académica de la matemática en sí, como en su aplicación en otras disciplinas, con una visión dinámica que contemple su alcance e importancia. Lo que se presenta a continuación es un avance de investigación del estado del arte del trabajo de tesis: Comprensión de estudiantes universitarios sobre la ecuación logística por medio de APOE y sus aplicaciones en problemas de matemáticas.

Palabras claves: Ecuación logística, experiencia didáctica, modelo matemático, comprensión, enseñanza.

Introducción

En las últimas décadas se han mostrado diversas nociones y procedimientos matemáticos que han surgido del proceso de comprender y transformar varios fenómenos naturales. La modelación matemática como proceso de matematización en el aula de clases, hace posible la vinculación de las matemáticas con otras ciencias, y es precisamente ésta, quien ha tomado fuerza no solo en ciencias como la física y la química sino también en las ciencias sociales, biológicas y económicas. Uno de los conceptos importantes que aparecen en la modelación matemática con ecuaciones diferenciales es el de Ecuación Logística (EL), a través del cual se modelan diversos fenómenos, y, por lo tanto, es ejemplo recurrente en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas. En ecología de poblaciones, por ejemplo, se utiliza para mostrar el crecimiento observado en las poblaciones naturales, pero no solo en estas disciplinas la EL hace presencia. Para tener una mejor apreciación y contextualización del tema de la EL en investigaciones de matemática educativa, se analiza el estado del arte de temas y contenidos matemáticos que se relacionan con ésta, rescatando algunos aspectos referentes a la modelización matemática en donde la EL es una parte esencial y mostrando las perspectivas de la enseñanza de la misma en los distintos niveles educativos.

Metodología

El estudio de la literatura publicada sobre EL se realizó utilizando la metodología propuesta por Gómez-Luna, Fernando-Navas, Aponte-Mayor y Betancourt-Buitrago (2014), la cual consta de tres etapas. La primera etapa, *búsqueda de la información*, fue realizada en bases de datos como Google Scholar, ERIC, JSTOR, Scielo, así como la red ResearchGate, y en revistas de alto impacto. Se utilizaron palabras clave como: EL, Enseñanza de la EL, Comprensión de la EL, Función Logística, Modelo Logístico, Modelación Matemática y Ecuaciones Diferenciales. En esta etapa se lograron identificar más de 191 documentos entre tesis de posgrado, actas de congresos, artículos científicos y libros que abordan el concepto EL en relación con las palabras

clave mencionadas. En la segunda etapa, *organización de la información*, se utilizó el programa Word para construir tablas con los datos de cada documento, a saber: autor, año de publicación, título del documento, resumen, objetivo y marco teórico o metodología utilizada. En la tercera etapa, *análisis de la información*, se seleccionaron los documentos más relevantes, estableciendo criterios de selección como año de publicación y tipología, de esta forma, los documentos seleccionados para la elaboración de este estudio fueron 38, clasificados en tres categorías: (1) Uso en la Enseñanza, (2) Estudios y Teorías, (3) Técnica y Aportaciones Generales. En este trabajo, correspondiente a un avance de investigación, se presentará solo el análisis de los documentos de la categoría (1). Posterior a los análisis de (2) y (3) se podrán obtener conclusiones generales.

El Uso de la Ecuación Logística en la Enseñanza de las Matemáticas

Para contribuir en el aprendizaje de los estudiantes y ayudarlos a construir formas de pensar sobre los conceptos matemáticos, los investigadores de la matemática educativa se han dado a la tarea de utilizar diversos recursos, por ejemplo, el modelado con tecnologías digitales. Según Valero (2020), el uso de herramientas tecnológicas refrenda los conocimientos matemáticos analíticos adquiridos. En su trabajo de investigación, basado en una experiencia didáctica realizada a estudiantes de bachillerato, documentó que los estudiantes obtuvieron mayor interés en aprender cálculo al modelar con un par de modelos exponenciales: el modelo Logístico y el modelo Gompertz, los datos de la pandemia por COVID19 en México usando el software GeoGebra; en este trabajo se reflexiona sobre la modelación y el aspecto variacional, además de que se fortalecen conceptos como función, variable, dominio, rango, primera y segunda derivada y punto de inflexión. El conocer recursos tecnológicos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y lograr ciertos conocimientos para construir y manipular un objeto matemático es una ventaja en la educación, Espinosa (2013) muestra el uso del *Winplot* para explorar la EL, construyendo tres representaciones de ella: el gráfico de puntos, el gráfico de órbitas y tabla de valores, logrando percibir las relaciones existentes entre estas tres representaciones y observando cómo dicha ecuación modela la evolución de una población al pasar del tiempo, así como algunos indicios de la relación entre el orden y el caos con el cambio de algunos parámetros de la EL. La estimación de parámetros presentes en modelos de crecimiento logístico y modelos de competencia de dos especies, se pueden realizar, por ejemplo, por medio de *Mathematica* que es un software de libre acceso para un enfoque de búsqueda de gradientes, Winkel (2011). Y es que el crecimiento de las poblaciones (crecimiento logístico), muestra un patrón interesante, comienza rápido, y medida que pasa el tiempo, se ralentiza en respuesta a limitaciones de los recursos; el crecimiento continúa desacelerándose hasta que alcanza un límite, llamado capacidad; en el trabajo de Fernández (2011) se da un enfoque para estudiar el crecimiento logístico con hojas de cálculo de EXCEL basándose en el conocimiento de los estudiantes de las funciones lineales para representar algebraicamente la tasa de crecimiento logístico, luego, utilizan el diseño de hoja de cálculo para estudiar la altura promedio de un campo de girasoles. Es bien sabido que las matemáticas no son ajenas a otras ciencias, en la búsqueda de estrategias didácticas para la enseñanza asignaturas de Ecología, Bejarano (2005) reporta que se pudo modelar el crecimiento poblacional empleando juegos *frijoleros*. Durante los ejercicios en clase, se simuló mediante este juego tres formas distintas de crecimiento poblacional: modelos de

crecimiento explosivo, de permanencia y de extinción, concluyendo en la bondad de estas propuestas metodológicas y su importancia en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales que permiten abordar conceptual, matemática y estadísticamente temas de estudio como el crecimiento poblacional exponencial por medio de la EL. Como ya se ha mencionado, la EL es utilizada para medir el crecimiento poblacional, pero ¿se podrá utilizar para modelar otro tipo de situaciones? Winkel (2012) ofrece oportunidades de modelado en las que los fenómenos de la propagación de enfermedades, la percepción de masa cambiante, el crecimiento de la tecnología y la difusión de información pueden describirse mediante la EL; él concluye que se debe motivar el aprendizaje de ecuaciones diferenciales con escenarios realistas e incluir estimación de parámetros para la mejora de la enseñanza de la matemática. Así como existen modelos simples de la EL para observar cómo los vehículos transitan a lo largo de un tramo de carretera (McCartney 2004), también existen modelos más sofisticados, por ejemplo, el modelo logístico con efecto Allee (modelo cúbico) y el modelo cuártico, éstos modelan que las especies pueden desaparecer, es decir, se toma en cuenta la posibilidad de extinción (Gordon 2008). En Ang (2004), se examina el uso de la EL para modelar el brote de SARS en Singapur, el modelo proporciona un excelente ejemplo del uso de las matemáticas en una situación de la vida real; el estudio comienza con un modelo logístico simple, para posteriormente analizarlo, refinarlo y mejorarlo de acuerdo con los datos, proponiendo tres formas de entender la tasa de cambio en relación con las funciones exponenciales.

Referencias bibliográficas

- Ang, K. C. (2004). A simple model for a SARS epidemic. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, 23(4), 181-188.
- Bejarano, M., & César, A. (2005). Modelos de simulación para el estudio del crecimiento poblacional exponencial. *Epsilon: Iss*, 4, 23.
- Espinosa, Y. A., & Saavedra, J. F. (2013). Aprendiendo Winplot para la exploración de la ecuación logística. *EJES, Educación Matemática*, 1, 64-70.
- Fernández, E., & Geist, K. A. (2011). Flower Power: Sunflowers as a Model for Logistic Growth. *National Council of Teachers of Mathematics*, 104(8), 580-585.
- Gómez-Luna, E., Fernando-Navas, D., Aponte-Mayor, G., & Betancourt-Buitrago, L. (2014). Metodología para la revisión bibliográfica y la gestión de información de temas científicos, a través de su estructuración y sistematización. *Dyna*, 81(184), 158-163.
- Gordon, S. P. (2008). Modeling Population Growth and Extinction. *PRIMUS*, 19(6), 548-560.
- McCartney, M., & Gibson, S. (2004). On the Road to Chaos. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, 23(2), 89-96.
- Valero, C. M., & Lezama, A. J. (2020). Una experiencia didáctica con estudiantes de bachillerato en torno a la modelación de los datos del COVID19 en México. *El cálculo y su Enseñanza. Enseñanza de la Ciencia y la Matemática*, 15(2), 1-19.
- Winkel, B. J. (2012). Sourcing for Parameter Estimation and Study of Logistic Differential Equation. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(1), 67-83.
- Winkel, B. J. (2011). Parameter Estimates in Differential Equation Models for Population Growth. *PRIMUS*, 21(2), 101-129.