

## **SOBRE LA COMPRESIÓN DE INTEGRAL DEFINIDA EL USO DEL CONTRAEJEMPLO, CAMBIO CONCEPTUAL Y CONFLICTO COGNITIVO: UN ESTADO DEL ARTE**

Angie Damián Mojica, Armando Morales Carballo, Edgardo Locia Espinoza  
Universidad Autónoma de Guerrero, México  
adamian@uagro.mx, arandomorales@uagro.mx, lociae999@hotmail.com

**Resumen.** Se presentan los avances del estado de arte de una investigación en curso que tiene por objetivo sistematizar los principales hallazgos encontrados en diferentes investigaciones para abordar las principales problemáticas de la comprensión de la integral definida en estudiantes del nivel universitario. Se abordan elementos claves de contraejemplo, cambio conceptual y conflicto cognitivo elementos que contribuyen en la comprensión de conceptos. La revisión se realizó en revistas de alto impacto en Educación Matemática, organizada en una matriz bibliográfica y se concluye la importancia del uso del contraejemplo en el cambio conceptual para generar un conflicto cognitivo y mejorar la comprensión de contenidos del cálculo.

**Palabras claves:** comprensión, integral definida, contraejemplo, cambio conceptual, conflicto cognitivo.

### **Introducción**

La investigación sobre la comprensión de los conceptos matemáticos es un campo de gran interés para la investigación en Educación Matemática, por tanto, se realiza la investigación referente a la comprensión de la integral definida, se realizan breves reflexiones sobre la comprensión de los conceptos matemáticos, además, abordaremos la importancia del uso del contraejemplo en contenidos del cálculo para enmarcar el centro de atención de esta investigación. Se abordan también elementos acerca del cambio conceptual y conflicto cognitivo que contribuyen a la adquisición de conocimientos. La literatura descrita en este documento pretende dar cuenta de la problemática existente en torno a la comprensión de la integral definida, con ello nos aproximamos al conocimiento de nuestro tema y es la primera etapa del proceso de investigación. El objetivo de la investigación fue sistematizar los principales hallazgos encontrados en diferentes investigaciones sobre la comprensión de la integral definida, el uso del contraejemplo, el cambio conceptual y conflicto cognitivo y la función de sus implicaciones y consecuencias para la comprensión de conceptos matemáticos.

### **Fundamento teórico y metodológico**

Para realizar un estado del arte consideramos dos procedimientos generales, en primer lugar, debemos hacer una búsqueda, selección, clasificación y disposición de fuentes de información y, en segundo lugar, debemos realizar una integración de la información obtenida, esto es, hacer un análisis de esta la cual nos permite tener un panorama global e integrador del área del conocimiento en cuestión. En este sentido, para Fiorentini y Lorenzato (2006) una investigación que sigue la metodología Estado del arte se caracteriza porque “procura inventariar, sistematizar y evaluar la producción científica en un determinado tema del conocimiento buscando identificar tendencias y describir el estado de conocimiento de una determinada área de estudio” (p.103).

Se realizó una revisión sistemática de artículos científicos y revistas indexadas, como técnica exploratoria y analítica para la recolección de información relevante sobre los procedimientos actualizados, relevantes y efectivos. Los datos considerados fueron de revistas de alto impacto y de divulgación científica, como Scielo, Latindex, ERIC y Google académico. Las palabras claves que se buscaron fueron: comprensión, comprensión de integral definida, integral definida, contraejemplo, cambio conceptual y conflicto cognitivo. La investigación se realizó hasta el momento a través de un diseño cualitativo e interpretativo, de tipo documental, la información fue organizada y sistematizada en una matriz bibliográfica (ver: <https://docs.google.com/document/d/1wTim5NEysVe-uya-Qm8NwSPzX-HPf1Nu/edit?usp=sharing&ouid=109354794058491441201&rtpof=true&sd=true>) donde se reseñaron al momento 46 documentos de diverso tipo de material: artículos de revista, libros, capítulos de libro, y un trabajo de grado de posgrado. La matriz se clasificó en 5 apartados: una relativa a la comprensión de conceptos, otra referente a la integral definida, una más al contraejemplo y otra al cambio conceptual y conflicto cognitivo y por último una de contraejemplo y conflicto cognitivo. A su vez en las investigaciones se identificaron aspectos relevantes como: referencia del documento, objetivo de investigación y/o preguntas de investigación y finalmente aportes-conclusiones-posibles rutas futuras, (ver Tabla 1). Mediante esta técnica se sintetizó la información relevante, las investigaciones y documentos revisados vienen de las fuentes primarias. Se otorgó prioridad a investigaciones con no más de diez años de antigüedad. Además, se utilizan todas aquellas publicaciones que son referencia de otros estudios realizados en este siglo, y que por su trascendencia siguen siendo mencionados.

**Tabla 1.** Extracto de la matriz bibliográfica de la documentación revisada.

Referencia del documento	Objetivo de investigación y/o preguntas de investigación	Aportes-conclusiones-posibles rutas futuras
Zazkis, R., Chernoff, E.J. (2008). What makes a counterexample exemplary? <i>Educ Stud Math</i> 68, 195–208.	Describir dos episodios de interacción instruccional, en los que se utilizan contraejemplos para ayudar a los estudiantes a enfrentar sus conceptos erróneos.	A pesar de la importancia de guiar a los estudiantes hacia los esquemas de prueba convencionales, la conciencia de los instructores de los diferentes poderes convincentes de diferentes contraejemplos resalta la necesidad de opciones de instrucción de ejemplos estratégicos que pueden servir como ejemplos fundamentales para abordar los conceptos erróneos de los estudiantes.
Serhan, D. (2015). Students' understanding of the definite integral concept. <i>International Journal of Research in Education and Science (IJRES)</i> , 1(1), 84-88.	El objetivo principal de este estudio fue examinar el conocimiento conceptual y procedimental de los estudiantes de la integral.	Los estudiantes tenían una comprensión limitada de la integral definida, el conocimiento más dominante de la integral fue el conocimiento procedimental. Es importante que los estudiantes desarrollen la capacidad de hacer conexiones entre diferentes representaciones. Se necesitan más estudios para investigar el pensamiento de los estudiantes sobre otros conceptos relacionados, como el área, la suma de Riemann y el TFC.

Fuente: Elaboración propia.

### Avances de investigación y algunas reflexiones

La investigación sobre la integral definida cobra mucha importancia en el campo de la Educación Matemática (Larsen et al., 2018), los trabajos que se han realizado en este campo han destacado diversas problemáticas sobre la comprensión de la integral definida por estudiantes del

universitario lo que hace pertinente el de investigaciones que incidan en la atención a esta problemática (Mahir, 2009; Sealey, 2014 y Serhan, 2015). La investigación sugiere que el uso de contraejemplos en la enseñanza podría mejorar el desempeño de los estudiantes en sus procesos de comprensión en matemáticas para ello el diseño de secuencias instruccionales destacando su uso como herramienta mediadora didáctica, puede ser un factor principal para provocar un conflicto cognitivo, y a partir de su tratamiento adecuado, se contribuye en el cambio conceptual (Sutopo, 2014). El conflicto cognitivo se considera necesario, significativo y fundamental para el crecimiento y el desarrollo cognitivo, de hecho, es una de las estrategias de instrucción más comunes utilizadas para lograr un cambio conceptual y una estrategia pedagógica deseable para remediar los conceptos erróneos que ocurren en el aula (Zazkis & Chernoff, 2008). Por lo anterior es importante que futuras investigaciones se encarguen no solo de investigar las causas que provocan las dificultades y los obstáculos, si no del diseño de secuencias de enseñanza o diseños instruccionales que favorezcan el proceso de enseñanza-aprendizaje de conceptos matemáticos, en particular, el de integral definida. Consideramos que futuras investigaciones en este ámbito pueden orientarse hacia: ¿cómo utilizar el contraejemplo como una herramienta didáctica para el diseño de estrategias que favorezcan la comprensión de la integral definida?, ¿cómo generar mediante el contraejemplo un conflicto cognitivo para lograr un cambio conceptual?, el diseño de una secuencia de enseñanza-aprendizaje donde se explicita el uso de contraejemplos, profundizar y sistematizar errores, dificultades y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje de la integral definida y relacionarlos con otros tópicos matemáticos, como series, noción de límite y los que se detecten relacionados con la integral definida.

### Referencias bibliográficas

- Fiorentini, D.y Lorenzato, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática: percursos técnicos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.
- Larsen, S., Marrongelle, K., Bressoud, D., and Graham, K., (2018). Understanding the concepts of Calculus: Frameworks and roadmaps emerging from Educational Research. En Kai, J., (Ed.), *COMPENDIUM for Research in Mathematics Education*, (526-550). NCTM.
- Mahir, N., (2009). Conceptual and procedural performance of undergraduate students in integration. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40 (2) (2009), pp. 201-211. doi: 10.1080/00207390802213591
- Sealey, V. (2014). A framework for characterizing student understanding of Riemann sums and definite integrals. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33 (2014), pp. 230-245. doi: 10.1016/j.jmathb.2013.12.002
- Serhan, D. (2015). Students' understanding of the definite integral concept. *International Journal of Research in Education and Science*, 1(1), 84-88.
- Sutopo, S. (2014). Counterexample In Cognitive Conflict As Factor Influencing Conceptual Change, *QIIS: Qudus International Journal Of Islamic Studi*, 2(2).
- Zazkis, R., Chernoff, E.J. (2008) What makes a counterexample exemplary?. *Educ Stud Math* 68, 195–208. doi:10.1007/s10649-007-9110-4