MATEMATIZACIÓN DE FLUJOS DESDE LA HIDROLOGÍA SUBTERRANEA

Selvin Galo Alvarenga, Ricardo Cantoral Uriza
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Honduras, México
selvin.galo@cinvestav.mx, rcantor@cinvestav.mx

Resumen. El estudio de nociones presentes en la conexión entre áreas del conocimiento permite reconocer la interdependencia entre estas áreas. En esta investigación nos interesamos por el proceso de matematización de flujos con la intención de posteriormente construir un diseño de intervención sobre este tipo de fenómenos que resulten de interés para los estudiantes desde la perspectiva STEM. Se analiza un ejemplo de matematización desde el escenario de la hidrología subterránea de donde se rescatan elementos plausibles para dicho diseño.

Palabras claves: Matematización, flujos, hidrología subterranea.

Introducción

Una comprensión integrada del conocimiento científico permitirá a los estudiantes y a la población en general conocer al mundo natural y percatarse de la interdependencia entre las matemáticas, la tecnología y las ciencias como empresas humanas y emplear este conocimiento científico para fines personales y sociales (AAAS, 1997). Esta visión acerca de la integración del conocimiento científico se plasma también en propuestas curriculares (SEP, 2018) y es una estrategia que hoy toma fortaleza bajo el enfoque STEM (Maass y otros, 2019). Consideramos relevante el estudio de nociones presentes en la conexión entre áreas del conocimiento, tales como *energía*, *flujo*, *equilibrio* y otras. Con esto en mente, nos interesamos por los procesos de matematización de flujos con la intención de construir un diseño de intervención que resulte de interés para los estudiantes desde la perspectiva STEM.

Elementos teóricos

El entendimiento y uso de las matemáticas del cambio (Cantoral, 1990; Kaput, 1994) es un componente esencial de las matemáticas, ciencias e ingeniería (Keene, 2007). Para estas áreas la noción de *variación* es de suma relevancia (Caballero, 2018; Cantoral, 2016; Carlson et al., 2002; Kidron, 2019; Thompson y Carlson, 2017). Caballero (2018) plantea que esta noción precisa de tres elementos para ser construida: la *medición del cambio*, el análisis de la forma en *cómo esa medida evoluciona* y el reconocimiento de *por qué* las variables cambian. Elementos que se consolidan mediante el desarrollo de prácticas socialmente compartidas en el sentido de Cantoral (2016), como la comparación, seriación, predicción, estimación. Reconocemos que, aunque estos aportes se ubican particularmente en la mecánica de partículas, algunos pueden extenderse a escenarios relacionados con la mecánica de fluidos. En consecuencia, nos preguntamos ¿qué *prácticas* acompañan un proceso de matematización de flujos? particularmente en la hidrología subterránea.

Avances

Realizamos un primer acercamiento al experimento desarrollado por Henry Darcy en 1656, que describen Frezze y Cherry (1979). Utilizando un cilindro circular lleno de arena cerrado herméticamente (ver fig. 1) se establece la Ley de Darcy: $v = -K\frac{dh}{dl}$; con $v = \frac{Q}{A}$ (Q es la cantidad de agua que se deja fluir por unidad de tiempo), $\frac{dh}{dl}$ el *gradiente hidráulico* y K es la *conductividad hidráulica*.

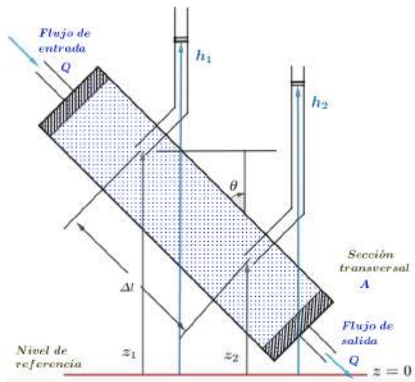

Figura 1. Experimento de Darcy, con base en Frezze y Cherry (1979)

Para establecer las relaciones matemáticas que describen un *flujo estacionario* en un medio *homogéneo isotrópico* se considera un volumen de control elemental (ver fig. 2) y se establece *ecuación de continuidad*: $-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0$

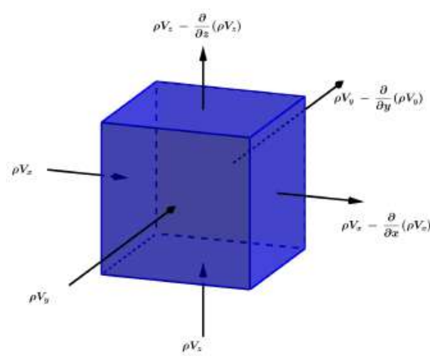

Figura 2. Volumen de control elemental, con base en Frezze y Cherry (1979)

Luego se acude a principios físicos para reducir las relaciones: para un fluido incompresible $-\frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$. Al sustituir v_x, v_y, y v_z por su correspondiente en la Ley de Darcy se obtiene: $\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial h}{\partial z}\right) = 0$. Para el caso de un medio *homogéneo isotrópico*, la ecuación anterior se reduce a la ecuación de Laplace: $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$.

Reflexiones al momento

De lo anterior reconocemos que este proceso de matematización del flujo parte de una geometrización de una partícula del fluido como un prisma infinitesimal y con la consideración de principios físicos se llega al establecimiento de relaciones entre magnitudes que describan el movimiento del fluido (ecuaciones diferenciales parciales). Con una mayor profundización en estos aspectos obtendremos elementos para el diseño de intervención que permita la integración entre diferentes áreas de conocimiento como la Física, Matemáticas, Tecnología e Ingeniería.

Referencias bibliográficas

American Association on the Advancement of Science. (1997). *Ciencia para todos*. Harla.

Caballero, M. (2018). Causalidad y temporización entre jóvenes de bachillerato. La construcción de la noción de variación y el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. Cinvestav-IPN.

Cantoral, R. (1990). Categorías relativas a la apropiación de una base de significaciones para conceptos y procesos matemáticos de la Teoría elemental de funciones analíticas. Simbiosis y predación entre las nociones de “el praedicere” y “lo Analítico”. Cinvestav-IPN.

Cantoral, R. (2016). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Editorial Gedisa.

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applyin Covariational Reasoning while modeling dynamical events: a framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*(5), 352–378.

Frezze, A., y Cherry, J. (1979). *Groundwater*. Prentice-Hall.

Kaput, J. (1994). Democratizing access to Calculus: new routes to old roots. En A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical Thinking and Problem Solving* (pp. 77–192). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315044613

Keene, K. A. (2007). A characterization of dynamic reasoning: Reasoning with time as parameter. *Journal of Mathematical Behavior*, *26*(3), 230–246. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.09.003

Kidron, I. (2019). *Calculus Teaching and Learning BT - Encyclopedia of Mathematics Education* (S. Lerman (ed.); pp. 1–8). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_18-2

Maass, K., Geiger, V., Ariza, M. R., y Goos, M. (2019). The Role of Mathematics in interdisciplinary STEM education. *ZDM - Mathematics Education*, *51*(6), 869–884. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01100-5

Secretaría de Educación Pública. (2018). Programa de estudios del componente básico del marco curricular común de la educación media superior. http://www.sems.gob.mx/curriculoems/programas-de-estudio

Thompson, P. W., y Carlson, M. (2017). Variation, covariation and functions: Foundational ways of mathematical thinking. *Compendium for research in mathematics education*, *January*, 421–456.