

APRENDIZAJE DE NÚMEROS RACIONALES MEDIANTE DISTINTOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Dafne Aguilar Terrones, José Gabriel Sánchez Ruiz, Gladys Denisse Salgado Suárez
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla-BUAP, Universidad Nacional Autónoma de México-UNAM, Universidad de las Américas Puebla-UDLAP, México
DAFNE.AGUILAR@ALUMNO.BUAP.MX , JOSEGR@UNAM.MX ,
GLADYS.SALGADO@UDLAP.MX

Resumen. A pesar de los grandes esfuerzos en tiempo y dedicación para desarrollar los aprendizajes esperados del currículo escolar, los números racionales siguen siendo un tema de alta complejidad. A partir de la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval, se diseñaron e implementaron estrategias de enseñanza basadas en distintas representaciones semióticas, con los planteamientos de la Ingeniería Didáctica para favorecer el aprendizaje de los números racionales en estudiantes de primer año de bachillerato. A partir de los resultados se puede concluir que las actividades sirvieron para incrementar el aprendizaje del concepto.

Palabras claves: Números Racionales, Representaciones Semióticas, Ingeniería Didáctica.

Introducción

De acuerdo con Obando (2003), a pesar de su marcada importancia y de los grandes esfuerzos en tiempo y dedicación que actualmente se consagran en el currículo de matemáticas para desarrollar los procesos de aprendizaje necesarios en los alumnos, los números racionales siguen siendo un tema de alta complejidad y, por supuesto, sus niveles de logro apenas si llegan a la comprensión de los conceptos más básicos y elementales. Existe una vasta cantidad de ejemplos que muestran las dificultades presentes en los estudiantes, algunas fueron reunidas en la Tabla 1.

Tabla 1. Clasificación de dificultades estudiantiles con respecto a números racionales.

Tipo de dificultad	Dificultad específica	Autor y Año
Conceptos erróneos	<ol style="list-style-type: none"> 1. La fracción se piensa como dos números naturales separados por una "rayita". 2. Conceptualizar fracciones impropias: ¿por qué el numerador es mayor que el denominador? 3. Identificar entre un grupo de números reales, cuáles son racionales. 4. Establecer relación de orden entre números fraccionarios y representarlos en la recta numérica. 5. Entender que hay un número infinito de números entre dos fracciones o decimales. 	<p>1,2: Obando (2003)</p> <p>3,4: Cabañas (2004)</p> <p>5: McMullen et al (2018)</p>
Carente dominio de propiedades	<ol style="list-style-type: none"> 1. En la suma de fracciones, sumar numeradores y denominadores entre sí, es decir, uso del modelo lineal aditivo como algoritmo. 2. Aplicar mal las propiedades de la suma y la multiplicación, así como la ley de los signos y potenciación, en problemas y operaciones aritméticas. 3. Diferencia de los números racionales con respecto a números naturales. 	<p>1: Obando (2003); Cabañas (2004)</p> <p>2: Cabañas (2004)</p> <p>3: Smith (1995); Van Dooren et al (2015); González-Forte et al (2019); Geary et al (2017)</p>
Dificultad por sus múltiples representaciones	<ol style="list-style-type: none"> 1. No aceptan la congruencia geométrica en las partes para garantizar su igualdad, es decir, dificultad en identificar en modelos las partes de un todo (gráficos, pictográfico, geométrico). 2. Transformar números decimales a fracciones. 	<p>1: Obando (2003); Cabañas (2004)</p> <p>2: Cabañas (2004)</p>
Lenguaje matemático	<ol style="list-style-type: none"> 1. No identifican el uso del paréntesis como algoritmo de la multiplicación. 2. Dificultad en la traducción del lenguaje matemático al común. 	<p>1,2: Cabañas (2004)</p>

Marco Teórico

Un número racional es un número real x que puede expresarse en la forma $x = m/n$, donde m y n son enteros y $n \neq 0$. El conjunto de los racionales se denota por Q (Marsden et al, 1993). La Teoría de Registros de Representaciones Semióticas (TRRS) fue creada por Raymond Duval. Esta teoría sostiene que no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación. Esto se logra a partir de una serie de transformaciones entre distintos registros que son llamados tratamientos si la transformación se da entre representaciones del mismo registro de representación semiótica o conversión si se da entre diferentes registros de representación semiótica. Los registros de representación semiótica constituyen los grados de libertad de los que puede disponer un sujeto para objetivarse él mismo una idea aún confusa, para explorar las informaciones o, simplemente, para comunicarlas a un interlocutor (Duval, 2017). Dichas representaciones se expresan a través de cuatro registros, tales como, lenguaje natural (oral, escrita), numérica (entera, fraccionaria, decimal), figural o gráfica (lineales, planas o espaciales) y alfanumérica (algebraicas) (Godino et al., 2016). En la educación matemática, existe una tradición de investigación que otorga un papel central al diseño de las sesiones de enseñanza y su experimentación en las aulas. La ingeniería didáctica, que surgió a principios de la década de 1980 y se desarrolló continuamente desde entonces, es una forma importante adoptada por esta tradición. En la comunidad educativa, denota principalmente una metodología de investigación basada en el diseño controlado y la experimentación de secuencias de enseñanza y la adopción de un modo interno de validación basado en la comparación entre los análisis a priori y a posteriori de estos. Sin embargo, desde su aparición, la expresión ingeniería didáctica también se ha utilizado para denotar actividades de desarrollo, refiriéndose al diseño y construcción de recursos educativos basados en resultados de investigación y al trabajo de los ingenieros didácticos (Artigue M. 2014).

Metodología

Se planearon y diseñaron actividades basadas en Ingeniería Didáctica a partir del concepto de número racional, las cuales fueron aplicadas a estudiantes de primero de bachillerato con el fin de analizar los resultados de la secuencia didáctica planteada y concluir si incrementó el aprendizaje de este concepto en los alumnos. Los informantes fueron un grupo conformado por catorce estudiantes de primero de bachillerato de la escuela Woodcock The British School, ubicada en la junta auxiliar de Momoxpan en el municipio de San Pedro Cholula, Puebla, México.

2.1 Diseño de actividades

Esta actividad se diseñó para ayudar a comprender al alumno las relaciones que se generan entre dos números racionales utilizando fracciones con igual numerador y denominador a través de operaciones aritméticas de multiplicación o división entre sí, con el fin de obtener múltiplos o submúltiplos del número racional analizado. El tema evaluado fue: *Simplificación de Fracciones y Fracciones Equivalentes*. La actividad, consistió en un juego que se dividió en dos etapas. La primera etapa presentó ejercicios de simplificación de fracciones y fracciones equivalentes y, la segunda etapa consistió en el reforzamiento de la actividad anterior, teniendo el mismo objetivo, pero el tipo de respuesta fue dicotómica. El enfoque que se utilizó en el diseño de la actividad completa fue la TRRS de Raymond Duval.

Primera Ronda
En esta ronda, las cartas son las siguientes. ¿Cuáles relacionarías? Justifica tu respuesta.

$\frac{12}{54}$ $\frac{8}{24}$ $\frac{6}{27}$ $\frac{9}{6}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{2}$

Segunda Ronda
En esta ronda, las cartas son las siguientes. ¿Cuáles relacionarías? Justifica tu respuesta.

un medio un octavo cuatro octavos tres cuartos seis décimos dos diecisésimos

Tercera Ronda
En esta ronda, las cartas son las siguientes. ¿Cuáles relacionarías? Justifica tu respuesta.

$x = \frac{6}{2}$ $3x = \frac{1}{2}$ $4x = 12$ $x = \frac{6}{4}$ $x = \frac{2}{12}$ $2x = 3$

Quinta Ronda
En esta ronda, las cartas son las siguientes. ¿Cuáles relacionarías? Justifica tu respuesta.

$6x = 4$ un séptimo $\frac{3}{21}$

¿Esta expresión...	ES EQUIVALENTE	...a esta?
1. Un medio	NO	Tres octavos
2. Dos quintos	SÍ	$\frac{10}{25}$
3. Un tercio		
4. Diez novenas		$x = \frac{9}{11}$
5. $3a + 2 = a - 7$		$a = -\frac{18}{4}$
6. $y = \frac{18}{15}$		
7. $4a = 1$		$\frac{2}{16}$
8. $3x + 7 + x = x - 4$		Menos treinta y tres novenos
9.		$\frac{1}{9}$
10.		$24m = 24$

Figura 1. Actividad 1 y fragmento de Actividad 2. Fuente Propia.

Resultados y Conclusiones

De las dos actividades planteadas, con 39 ítems, sólo tres de ellos obtuvieron un porcentaje igual o menor al cincuenta por ciento en respuestas correctas, lo que nos lleva a concluir que la secuencia didáctica planteada nos ayudó a incrementar el aprendizaje del concepto de número racional. En la distinta bibliografía investigada nos pudimos percatar de la carencia del registro gráfico en el concepto de número racional en el nivel medio superior por lo que las actividades planteadas sugieren una buena opción de aplicabilidad para continuar con la adquisición del concepto, ya que como se muestra, el registro gráfico en esta etapa académica no debe minimizarse porque se

obtuvieron buenos resultados a partir de él.

Referencias

- Artigue M. (2014) Didactic Engineering in Mathematics Education. Doi:10.1007/978-94-007-4978-8_44
- Cabañas, M. G. (2004). Situaciones didácticas en la comprensión del concepto de número racional en alumnos de nivel medio superior. *Acta Latinoamericana de Educación Matemática*. 17. 181-187
- Geary, D., Berch, D., Ochsendorf, R., & Mann, K. (2017). *Acquisition of Complex Arithmetic Skills and Higher-Order Mathematics Concepts*.
https://books.google.com.mx/books?id=m8LSDQAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false
- Godino, J. D., Giacomone, B., Wilhelmi, M. R., Blanco, T. F., y Contreras, Á. (2014). Configuraciones de prácticas, objetos y procesos imbricadas en la visualización espacial y el razonamiento diagramático.
- González-Forte, J. M., Fernández-Verdú, C., & Llinares, S. (2019). El fenómeno natural number bias: un estudio sobre los razonamientos de los estudiantes en la multiplicación de números racionales. *Quadrante*, 28(2), 32–52.
- McMullen, J., Van Hoof, J., Degrande, T., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2018). Profiles of rational number knowledge in Finnish and Flemish students – A multigroup latent class analysis. *Learning and Individual Differences*, 66, 70–77. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.02.005>
- Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista EMA*. 8(2). 157–182.
- Smith, J. P. (1995). Competent Reasoning With Rational Numbers. *Cognition and Instruction*, 13(1), 3–50. https://doi.org/10.1207/s1532690xci1301_1
- Van Dooren, W., Lehtinen, E., & Verschaffel, L. (2015). Unraveling the gap between natural and rational numbers. *Learning and Instruction*, 37, 1–4. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.01.001>