COMPLEJIDAD, PRUEBAS Y CONJETURAS DEL PROBLEMA 3*N*+1

Ricardo Cantoral
Cinvestav, IPN, México
rcantor@cinvestav.mx

Resumen. En este cartel se presenta un enfoque cualitativo para el análisis de tareas matemáticas basadas en complejidad, conjetura y prueba del asunto clásico, "el problema 3*n*+1". Se utilizó el método de anidación de prácticas de la Socioepistemología para diseñar las tareas para el grupo de investigadores en formación en un seminario de Análisis Matemático I. Se trata de un problema que se plantea fácil, pero de resolución difícil. El objetivo fue analizar el papel de la conjetura y la prueba ante tareas matemáticas. Los patrones de solución no siguieron rutas lineales, secuenciales o no, pero si aparecieron elementos de complejidad.

Palabra clave: razonamiento abductivo, modelo de anidación de prácticas, recursividad

Introducción

La teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa tipifica a los objetos matemáticos en tres categorías o tipos. Entre los objetos del tipo I (OM-I) se incluyen los axiomas, los postulados y las definiciones. De los objetos del tipo segundo (OM-II) tenemos a las propiedades y las relaciones entre los objetos del tipo I; se agregan finalmente los objetos del tercer tipo (OM-III) formados enunciados proposicionales abiertos, ya sean estos teoremas o conjeturas. La utilidad de esta clasificación reside en dos aspectos: la distinción entre los objetos matemáticos y su implicación hacia los distintos razonamientos utilizados (deductivos, inductivos y abductivos). A su vez, precisa de una descentración del objeto y de la anidación de prácticas necesarias para la significación según se estipula en el modelo teórico (Cantoral, 2020). Específicamente trabajamos una conjetura de recursividad, de $\mathbb{N}$ a $\mathbb{N}$ mediante la regla: dado $n \in \mathbb{N}$, el siguiente elemento es $\boldsymbol{f(n)}$ y así como se ve en (*) e inicia así su recursividad, para afirmar que no importa quién sea n, la recursión siempre termina en 1 después de un número finito de pasos. Dada:

$$f(n) = \begin{cases} \frac{3n+1}{2} & n\ par \\ \\ \frac{n}{2} & n\ impar \end{cases} \quad \text{... (*)},$$

en el cartel se muestra detalladamente la experiencia de aula para analizar el papel que en los análisis libres de los participantes se seguía la ruta evolutiva de sus razonamientos basados en conjeturas, complejidad y prueba (cuando fue posible mediante recursividad). Si bien el trabajo no deriva en la elaboración de tesis, si sirvió par mostrar cómo la Matemática Educativa puede analizar tareas matemáticas complejas con fines didácticos de manera no convencional donde se presenta un reto y solución, sino al contrario, problemas sin solución.

Presentamos las reflexiones finales que muestran las formas en que se trata la complejidad, individual y colectivamente sobre las acciones, actividades y prácticas en tareas "sin solución actual".

Referencias Bibliográficas

Aguilar, N., Bustamante, D., Cantoral, R. Comparan, M., Delgado, F., Ferreyra, V., Fuentes, A., Hernández, R., Pérez, H., López, I., López, A., Palos, F., Quintero, R. y Suazo, T. (2021). *Matemáticas y razonamiento abductivo. Sobre el estudio experimental de conjeturas*: Reporte del proyecto de trabajo no publicado SAMI–AES–DME–21.

Cantoral, R. (2020). Socioepistemology in Mathematics Education. In: Lerman S. (eds). *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham. (Springer eBook, Springer Nature Switzerland AG)