

CONSTRUCCIÓN DE LA CONCEPCIÓN DINÁMICA DEL LÍMITE FUNCIONAL CON APOYO DE LA TEORÍA APOE Y DIFERENTES REGISTROS SEMIÓTICOS

Lidia Aurora, Hernández Rebollar.

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. lhernan@fcfm.buap.mx

Honorina, Ruíz Estrada.

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. hruizestrada@gmail.com

María Araceli, Juárez Ramírez.

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. arjuarez@fcfm.buap.mx

La teoría APOE ofrece un marco teórico y de investigación para estudiar la comprensión de conceptos matemáticos complejos. Su modelo propone al investigador realizar un análisis teórico, llamado descomposición genética (DG) sobre la forma en que un sujeto construye determinado concepto. Después, con base en ese análisis, se diseñan cuestionarios o propuestas didácticas para validar la propuesta inicial o para modificarla. Una vez modificada, la DG sirve para un nuevo diseño de instrumentos de investigación o de enseñanza, formando así un ciclo.

Desde su creación, esta teoría se utilizó para estudiar la comprensión del concepto de límite de una función, y a la fecha se cuenta con algunas DG de este concepto (Arnon, Cotrill, Dubinsky, Oktac, Roa, Trigueros y Weller, 2014; Swinyard y Larsen, 2012).

Duval (2006) plantea que en el aprendizaje de las matemáticas es indispensable el uso de las representaciones semióticas, que el acceso a los objetos matemáticos no es posible sin un representante en un cierto registro semiótico. Además, son necesarias las transformaciones de un mismo objeto en un mismo registro (tratamientos), así como del objeto de un registro a otro (conversiones).

Son ya varios los trabajos que han recurrido a estas dos teorías para estudiar el aprendizaje de algunos conceptos matemáticos. Por ejemplo, para funciones, límite y derivada podemos mencionar los de Trigueros y Martínez (2010), Pons (2014) y Asiala, Cotrill, Dubinsky & Schwingendorf (1997) respectivamente. Ellos consideran los tratamientos y las conversiones en varios registros semióticos tanto en su marco teórico como en las actividades

que proponen. Sin embargo, es Asiala, et al (1997) quien los incorpora en una DG de la derivada de una función.

La concepción dinámica del límite se desprende de la definición del límite como aproximación óptima y para su construcción Cottrill menciona lo siguiente:

La concepción dinámica del límite de una función en $x = a$ supone construir un proceso en el dominio en el cual x se aproxima a a , construir otro proceso en el rango en el cual $f(x)$ se aproxima a L y utilizar la función para coordinarlos (Cottrill et al 1996, p. 174).

En este reporte se presentará una descomposición genética de la concepción dinámica del límite funcional que incorpora a la teoría de representaciones semióticas para aportar a la descripción de la comprensión de este concepto desde la perspectiva de la Teoría APOE.

La propuesta se fundamenta en la descomposición genética de Cottrill et al (1996), en la cual no aparece la teoría de representaciones semióticas de manera explícita, y en el trabajo de Pons (2014) quien propone una secuencia de actividades que involucra diferentes registros semióticos. En la tabla 1 se presenta nuestra propuesta de manera muy sintetizada.

Tabla 1: Resumen de los tres primeros pasos de la descomposición genética del límite de una función f en $x=a$. Fuente: Elaboración propia.

Registro algebraico-numérico	Registro gráfico
1. La acción de evaluar la función dada en una expresión algebraica en un solo punto cercano a un valor $x=a$ (RN1)	1. La acción de identificar en la gráfica de una función f el valor $f(x)$ de un valor x cercano a un valor a . (RG1)
2. La acción de evaluar la función f , dada en una expresión algebraica, en algunos puntos, cada uno sucesivamente más cercano a a que el anterior. (RN2)	2. La acción de identificar en la gráfica de una función f los valores $f(x)$ de algunos puntos, cada uno sucesivamente más cercano a a que el anterior. (RG2)
3. Construcción de un proceso coordinado de la siguiente manera: (a) Interiorización de la acción del paso 2 para la construcción de un proceso en el dominio en el que x se aproxima al valor a . (RN3a) (b) Construcción de un proceso en el rango en el que y se aproxima al valor L . (RN3b) (c) Coordinación de (a), (b) a través de f . Es decir, la función f se aplica al proceso de x aproximándose al valor a para obtener el proceso de $f(x)$ aproximándose a L . (RN3c)	3. Construcción de un proceso coordinado de la siguiente manera: (a) Interiorización del paso 2 para la construcción de un proceso en el eje X que le permita visualizar una infinidad de valores de x aproximándose a a . (RG3a) (b) Construcción de un proceso en el eje Y que le permita visualizar una infinidad de valores de y aproximándose a un cierto valor L . (RG3b) (c) Coordinación de los procesos construidos en (a) y (b) a través de la gráfica de f . (RG3c)

En este trabajo, las teorías APOE y de representaciones semióticas se complementan para abonar al análisis de la comprensión del límite funcional. La principal aportación es la descripción de las estructuras y los mecanismos mentales que un sujeto necesita construir para la comprensión de la concepción dinámica del límite funcional en dos registros semióticos.

REFERENCIAS

- Arnon, I., Cotrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Roa, S., Trigueros, M. y Weller, K. (2014). *APOS Theory, A framework for research and curriculum development in Mathematics Education*, New York, Springer.
- Asiala, M., Cotrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. E. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 399-431.
- Cotrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *The Journal of Mathematical Behavior*, 15(2), 167-192.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Pons, J. T. (2014). *Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto*. Tesis de doctorado no publicada de la Universidad de Alicante.
- Trigueros, M., & Martínez-Planell, R. (2010). Geometrical representations in the learning of two-variable functions. *Educational Studies in Mathematics*, 73(1), 3-19.