

# **LAS SOLUCIONES Y REPRESENTACIONES A UN PROBLEMA NO COMÚN EN EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR.**

Martha Patricia, Velasco Romero.  
*Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.* [hypaty4@gmail.com](mailto:hypaty4@gmail.com)

Josip, Slisko Ignjatov.  
*Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.* [josipslisko47@gmail.com](mailto:josipslisko47@gmail.com)

## **1. INTRODUCCIÓN**

Los problemas matemáticos son de distinta naturaleza por lo cual las estrategias de solución son diferentes en cada caso. En particular, para resolver los problemas no-rutinarios (para cuya solución que no existe un algoritmo preestablecido) se necesita una herramienta heurística. Tal papel puede jugar las representaciones, teniendo mayor probabilidad de éxito las representaciones del tipo esquemáticas que con los dibujos pictóricos. En este trabajo se describen y analizan las respuestas de 33 alumnos de segundo semestre de bachillerato a un problema no rutinario, en donde la modelación del estudiante de la situación problemática es fundamental.

## **2. ANTECEDENTES**

En la literatura se considera que las representaciones visuales son esenciales en la resolución de problemas (Polya&Zugazagoitia, 1965; Schoenfeld, 1992), más aún los diagramas, porque representan la información y estructura matemática del problema (Novick & Hurley, 2001; Diezmann, 2005; Pantziara, Gagatsis & Elia, 2009). Hegarty & Kozhevnikov (1999), asociaron el uso de representaciones espaciales esquemáticas con el éxito de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, mientras que el uso de dibujos pictóricos se correlaciona negativamente al éxito de resolver un problema matemático. Dicho de otra manera, los dibujos esquemáticos de la situación problemática, generados por los estudiantes de manera espontánea, aumentan la probabilidad de obtener una solución correcta.

La resolución de problemas es un tema incluido en los currículos nacionales, su importancia en matemáticas se relaciona con el razonamiento cognitivo del estudiante. Los problemas están clasificados por su naturaleza, Foong (2002) menciona dos tipos de problemas de estructura (supuestamente) cerrada:(1) los rutinarios, en donde se enfatizan los pasos

matemáticos para aplicarlos algorítmicamente en la resolución de problemas; (2) los no-rutinarios, en que se enfatiza en el uso de estrategias heurísticas (modelación algebraica, ensayo y error, diagramas, razonamiento lógico...).

### 3. TIPOS DE REPRESENTACIONES EN PROBLEMAS

Las representaciones visuales son importantes en la educación matemática porque mejoran una visión intuitiva y una comprensión en muchas áreas de las matemáticas. Polya y Zugazagoitia (1965) define un diagrama como una representación visual que presenta información distribuida en el espacio. Diezmann y English (2001) define a los diagramas como representaciones estructuradas, que suelen basarse en convenciones que representen las componentes de la situación de manera organizada y desprecian los detalles pictóricos. En contraste, los dibujos son generados con muchos detalles y no representan las relaciones de las variables del problema.

Novick y Hurley (2001) proponen tres tipos de diagramas: diagrama de red, diagrama jerárquico y tabla. También se incluyen otros tipos de representación: texto escrito, texto con imágenes y la recta numérica para la resolución de un problema; esta última es una representación donde se usan cantidades crecientes y se representan números (Elia et al., 2007). Gagatsis, Shiakalli y Panaoura (2003) consideran la recta numérica como un modelo geométrico, que implica un continuo intercambio entre una representación geométrica y una aritmética.

### 4. METODOLOGÍA

Se aplicó un problema no-rutinario a 33 alumnos de segundo semestre de bachiller: 23 mujeres y 10 hombres cuya edad promedio es de 15.5 años. El problema fue tomado de Hegarty & Kozhevnikov (1999) y traducido:

*“Cuatro árboles jóvenes fueron colocados en fila a 10 metros de distancia. Un pozo estaba situado al lado del último árbol. Se necesita una cubeta de agua para regar dos árboles. ¿Qué tanto tendría que caminar un jardinero en total, si tuviera que regar los cuatro árboles usando una sola cubeta?”*

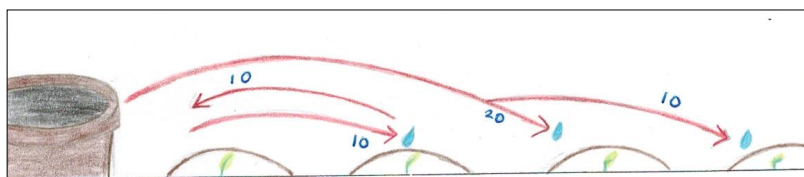
Hablando estrictamente, el problema no está cerrado o bien delimitado porque no se busca como la solución una distancia mínima que debería caminar el jardinero para regar los

árboles. Eso permite una gama de respuestas distintas, siempre y cuando se cumpla el regar los 4 árboles con una sola cubeta de agua.

Las representaciones de la solución del problema se clasificaron en pictóricas y esquemáticas (Hegarty & Kozhevnikov, 1999), después se usó la clasificación de Novick y Hurley (2001) para las representaciones esquemáticas: diagramas de red, diagrama esquemático y tabla. También se incluyen las clasificaciones de: las rectas numéricas, el texto con imágenes y el dibujo híbrido, que en este caso es un dibujo pictórico y con características de un diagrama de red.

## 5. DISCUSIÓN Y RESULTADOS

Hubo tres respuestas correctas: 2 participantes con la respuesta 50 metros y otro con la respuesta 80 metros. El primer participante hizo dos representaciones, en la primera, ubica todos los elementos del problema; en la segunda representación usa flechas para marcar el recorrido del jardinero, menciona que debe regresar por más agua para llenar la cubeta y terminar de regar los árboles. El segundo participante, usa una representación híbrida. Por un lado, la representación pictórica, denotada por el pozo y los colores del dibujo. Mientras que la representación esquemática está dada por un diagrama de red, ya que usa flechas y en este caso los nodos son los árboles (Figura 1). En ambas respuestas el jardinero no regresa la cubeta al lado del pozo y la deja en el último árbol que regó.



*Figura 1.* Representación de la respuesta 50 metros. Fuente propia.

El tercer participante primero traza un plan y analiza la situación, debe saber las vueltas necesarias para regar los cuatro árboles, calcula las distancias y suma los recorridos parciales. A pesar de que su dibujo es 100 % pictórico, usa flechas y concibe que la cubeta deba ser dejada junto al pozo.

El total de respuestas incorrectas son 30, todas ellas con representaciones pictóricas. Algunas de las respuestas incorrectas que más se repiten son:

- 40 metros. Se multiplicó 4 árboles por 10 metros.
- 80 metros. Se multiplicó  $2 \times 4 \times 10 = 80$  metros.
- 30 metros. Se sumaron las distancias:  $10 + 10 + 10 = 30$  m.

Las representaciones en este estudio fueron más pictóricas que esquemáticas. Además, se pudo observar que las representaciones pictóricas no están relacionadas con el éxito al resolver un problema como lo afirma Hegarty & Kozhevnikov (1999). El uso de representaciones esquemáticas no es fundamental en el éxito de este problema, ya que los dibujos que se presentaron en las respuestas correctas fueron híbridos.

### REFERENCIAS

- Diezmann, C. M., & English, L. D. (2001). Promoting the use of diagrams as tools for thinking. In *2001 National Council of Teachers of Mathematics Yearbook: The Role of Representation in School Mathematics* (pp. 77-89). National Council of Teachers of Mathematics.
- Diezmann, C. M. (2005). Assessing primary students' knowledge of networks, hierarchies and matrices using scenario-based tasks. *MERGA*.
- Elia, I., Gagatsis, A., & Demetriou, A. (2007). The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems. *Learning and Instruction, 17*(6), 658-672.
- Foong, P. Y. (2002). The role of problems to enhance pedagogical practices in the Singapore. *The Mathematics Educator, 6*(2), 15-31.
- Gagatsis, A., Shiakalli, M., & Panaoura, A. (2003). La droite arithmétique comme modèle géométrique de l'addition et de la soustraction des nombres entiers. In *Annales de didactique et de sciences cognitives 8*, 95-112.
- Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of educational psychology, 91*(4), 684.
- Novick, L. R., & Hurley, S. M. (2001). To matrix, network, or hierarchy: That is the question. *Cognitive psychology, 42*(2), 158-216.
- Pantziara, M., Gagatsis, A., & Elia, I. (2009). Using diagrams as tools for the solution of non-routine mathematical problems. *Educational Studies in Mathematics, 72*(1), 39-60.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Traducido por J. Zugazagoitia. México: Trillas.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem-solving, metacognition, and sense making in mathematics, En Grouws, Dougla A. (editor) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (334-370). VA, Reston: National Council of Teachers of Mathematics.