DESARROLLO COGNITIVO DEL CONCEPTO DE IMAGEN DE UN HOMOMORFISMO ENTRE GRUPOS

Salvador, Barrón Hernández.
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. barron@exatec.itesm.mx

Ofelia, Montelongo Aguilar.
Universidad Autónoma de Zacatecas. omaguilar_m@hotmail.com

1. INTRODUCCIÓN

Leron & Dubinsky (1995) señalan que el Álgebra Abstracta es un desastre y que esto sigue siendo casi una verdad independientemente de la calidad de las instrucciones. La materia es simplemente muy difícil para los estudiantes. Ellos no están bien preparados y son reacios en hacer los esfuerzos necesarios para aprender este dificultoso material.

Y es que en gran medida debe entenderse que los estudiantes antes de llegar a las matemáticas universitarias se encuentran mecanizados o con comportamientos imitativos para la resolución de problemas, es decir, el estudiante en muy pocas ocasiones ha visto temas que involucrarán el pensamiento abstracto con los conceptos matemáticos y mucho menos con la resolución de problemas. Para la mayoría de los estudiantes, es una de sus primeras experiencias con las dificultades de la abstracción matemática y una demostración formal (Weber & Larsen, 2008).

2. TEORÍA ELEMENTAL DE GRUPOS

Actualmente el estudio del Álgebra Abstracta en el ámbito de la Matemática Educativa se centra en la Teoría Elemental de Grupos y es desarrollada principalmente por Dubinsky y su grupo de colaboradores RUMEC (Dubinsky, Dautermann, Leron & Zazkis, 1994; Leron & Dubinsky, 1995; Brown, Dubinsky, DeVries & Thomas, 1997; Dubinsky & McDonald 2001; Weber & Larsen, 2008), que atienden los conceptos de grupo, subgrupo, operación binaria, clase lateral y grupo cociente.

"La investigación en la literatura ha revelado 15 artículos en la enseñanza del Álgebra Abstracta. Once de ellos han sido publicados desde 1994, de los cuales nueve han nacido del trabajo de Dubinsky, Leron y sus colaboradores" (Findell, 2001, p. 6).

Dubinsky, Dautermann, Leron y Zazkis (1994) señalan que la variedad de interpretaciones, errores de conceptos, las dificultades de pasar de un grupo modular a permutaciones de grupo, la no linealidad y el desarrollo de todos estos conceptos en la mente del estudiante- todas estas reacciones testifican el hecho que la construcción en la comprensión, o incluso en un principio al estudiar Álgebra Abstracta, está orientado al desarrollo cognitivo de un estudiante.

El Álgebra abstracta y la teoría de grupos en general presentan serios problemas educacionales. La facultad de matemáticas y los estudiantes en general la consideran una de las materias más difíciles, da a los estudiantes grandes dificultades para tratar con el contenido y el desarrollo de actitudes dirigidas hacia las matemáticas abstractas (Dubinsky, Dautermann, Leron & Zazkis, 1994, p. 2).

Dubinsky, Dautermann, Leron, & Zazkis, (1994), señalan que en un curso de Álgebra Abstracta los estudiantes deben de ir "más allá de comportamientos imitativos" para resolver un problema, en tales cursos deben enfrentarse con conceptos abstractos, trabajar con principios matemáticos y aprender a desarrollar demostraciones.

Por otra parte, aún faltan investigaciones que se enfoquen en otros conceptos del álgebra Abstracta, que vayan más allá de la teoría elemental de grupos. Por esta razón estamos investigando el desarrollo cognitivo que llevan a cabo los estudiantes al momento de comprender la imagen de un homomorfismo entre grupos, para poder pensar en otorgar algunas sugerencias pedagógicas que ayuden a minimizar las dificultades en la comprensión de este tema y sirva de base para la investigación de otros conceptos de mayor complejidad cognitiva, una vez respondida la pregunta de investigación ¿cuáles son las estructuras y mecanismos mentales que un estudiante debe desarrollar para comprender el concepto de imagen de un homomorfismo entre grupos?

Por consiguiente, nuestro trabajo se fundamenta en la teoría APOE, la cual ha sido utilizada en investigaciones de conceptos matemáticos de nivel superior. Dicha teoría está basada en saber cómo los conceptos matemáticos deben ser aprendidos.

Arnon et al., (2014), describe a la teoría como Acción, Proceso, Objeto y Esquema, APOE por sus siglas en inglés, la cual relaciona las estructuras mentales: Acción, Proceso, Objeto y Esquema, que un individuo posee o pudiera desarrollar en la comprensión de algún concepto matemático, los mecanismos mentales son tipos de abstracción reflexiva y mediante los cuales estas estructuras son construidas; estos mecanismos son: interiorización, encapsulación, coordinación, reversión y desencapsulación. La figura 1 muestra como se relacionan estas estructuras y mecanismo mentales.

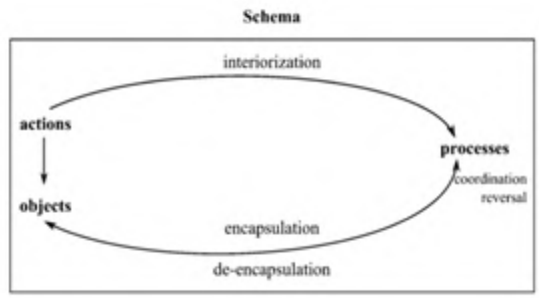

Figura 1. Estructuras mentales y mecanismos para la construcción de conocimiento matemático. Arnon et al., 2014, p. 18.

3. AVANCES DE LOS ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Como metodología utilizaremos el ciclo de investigación modificado, método propio de la teoría APOE, el cual consta de tres fases: el análisis teórico, diseño e implementación de instrumentos y recolección, análisis y verificación de datos. Hasta el momento, la revisión de libros de texto, el análisis de las respuestas de las tareas de los estudiantes relacionados con el concepto en estudio y la revisión de los antecedentes nos permitieron el diseño de una descomposición genética preliminar como resultado de la primera fase del ciclo de investigación, posteriormente validaremos o refinaremos dicha descomposición una vez recolectados y analizados los datos experimentales.

REFERENCIAS

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa-Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). APOS Theory A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education. New York, USA: Springer-Verlag.

Brown, A., DeVries, D. J., Dubinsky, E. and Thomas, K. (1997). Learning binary operations, groups and subgroups. *Journal of Mathematical Behavior, 16*(3), 187–239.

Dubinsky E. & McDonald M. A. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. In: Holton D., Artigue M., Kirchgräber U., Hillel J., Niss M., Schoenfeld A. (Eds) *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level. New ICMI Study Series, vol 7*. Springer, Dordrecht

Dubinsky, E., Dautermann, J., Leron, U., & Zazkis, R. (1994). On learning fundamental concepts of group theory. *Educational Studies in Mathematics, 27*(3), 267–305.

Findell, B. (2001). Learning and Understanding in Abstract Algebra. Doctoral Dissertations. 51. University of New Hampshire, Durham, USA.

Leron, U., & Dubinsky, E. (1995). An abstract algebra story. *The American Mathematical Monthly*, *102*(3), 227–242.

Weber, K. & Larsen, S. (2008). Teaching and learning group theory In M. Carlson and C. Rasmussen, (Eds.). *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics education*, (pp. 137-149). Washington, DC: Mathematical Association of America.