DESARROLLO COGNITIVO DEL CONCEPTO DE IMAGEN DE UNA FUNCIÓN.

Yadira Airaly, Guevara Martínez.
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. airaly@icloud.com

Ofelia, Montelongo Aguilar.
Universidad Autónoma de Zacatecas. omaguilar_m@hotmail.com

1. INTRODUCCIÓN

La comprensión del concepto de función es importante dentro de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Al respecto Tall y Bakar (1992) mencionan que el concepto de función impregna todas las ramas de las matemáticas y ocupa una posición central en su desarrollo. En particular, la imagen de una función es fundamental ya que da información sobre la función como objeto matemático, es transversal en las matemáticas y necesaria para comprender otros conceptos más complejos.

Este avance de investigación muestra algunas de las dificultades que presentan los estudiantes con respecto a dicho concepto y nos motiva a estudiarlo desde un aspecto cognitivo para encontrar las fuentes que las originan. De tal modo que nos planteamos el objetivo de estudiar el desarrollo cognitivo que muestran los estudiantes al aprender este concepto. Haremos uso del marco teórico-metodológico APOE. Diseñaremos una descomposición genética preliminar (DGP) de la imagen de una función en una variable real. Esta DGP será validada o refinada según lo indiquen los datos experimentales que se obtendrán de la aplicación de dos instrumentos, un cuestionario diagnóstico y una entrevista semiestructurada. De tal manera que podamos responder a la pregunta de investigación ¿Cuáles son las estructuras y mecanismos mentales que desarrollar un estudiante para comprender el concepto de imagen de una función en una variable real?

2. ANTECEDENTES

Encontramos que los estudiantes presentan distintas dificultades al momento de resolver problemas que involucran al concepto de imagen de una función ya sea de manera directa, como encontrar la imagen de una función, o de manera indirecta, por ejemplo, determinar la inversa de una función (Tall & Bakar, 1992; Dorko & Weber, 2014; Martínez-

Planell & Trigueros, 2009; Martínez-Planell & Cruz, 2016; Bansilal, Brijlall & Trigueros, 2017). Algunas dificultades encontradas son las siguientes:

Un aspecto que tiene que ver con lo cognitivo es el hecho de que algunos conceptos simplemente los pasamos por desapercibidos, como mencionan Tall & Bakar (1992) aunque se enseñe sobre conceptos generales como el dominio en el que se define la función y el rango de valores posibles, estos conceptos no parecen quedarse en la memoria de los estudiantes.

Dorko & Weber (2014) mencionan que otra dificultad es la generalización de un concepto, pues el cómo los estudiantes generalizan un concepto aprendido con funciones de una variable a funciones multivariables, dice mucho sobre la comprensión que el estudiante tiene de éste, y mientras que el dominio y el rango aparecen en la enseñanza inicial sobre funciones, en cálculo multivariable reciben poca o ninguna atención, pues se considera que ya son conceptos bien comprendidos cuando en realidad los estudiantes siguen presentando dificultades.

En la investigación de Martínez-Planell & Trigueros (2009) se encontró que algunos estudiantes tuvieron dificultad para obtener el dominio y rango de una función cuando esta se daba en su representación gráfica, tabular o algebraica.

En la investigación de Martínez-Planell & Cruz (2016) definieron una estructura mental llamada proceso rango, la cual se consideró crucial en la construcción mental de las funciones trigonométricas inversas, pero resultó ser el proceso que causó mayor dificultad por los estudiantes entre todos los procesos descritos.

Otra dificultad tiene que ver con la propia definición, pues Bansilal, Brijlall & Trigueros (2017) obtuvieron como resultados que los estudiantes confunden los conjuntos dominio y contradominio y presentan dificultad con la notación usada, más específicamente con el uso de cuantificadores.

3. TEORÍA APOE

Este trabajo está fundamentado en la teoría APOE, acrónimo de Acción, Proceso, Objeto y Esquema, que designan etapas o estructuras mentales por las que pasa el conocimiento matemático. Cada estructura mental se construye a través de un mecanismo mental (abstracción reflexiva). Un proceso es la interiorización de una acción, la coordinación de dos procesos previamente construidos o la reversión de otro proceso. Un objeto puede construirse mediante la encapsulación de un proceso o la tematización de un esquema. Así mismo, el objeto puede ser desencapsulado para regresar al proceso que lo generó, o destematizarlo para actuar si es necesario sobre cada una de las partes del esquema que lo generó (Arnon, Cottrill, Dubinsky, Oktaç, Roa-Fuentes, Trigueros & Weller, 2014). La figura 1 muestra gráficamente la relación que guardan las estructuras y los mecanismos mentales dentro de la teoría APOE.

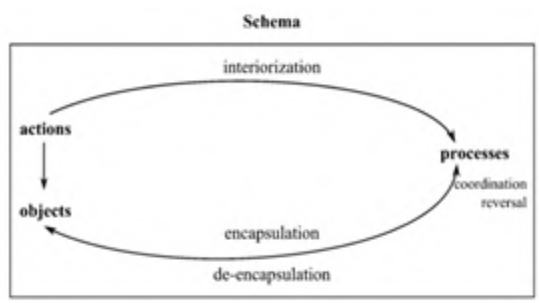

Figura 1. Estructuras mentales y mecanismos para la construcción de conocimiento matemático. Arnon et al., 2014, p. 18.

La teoría APOE cuenta con su propia metodología llamada ciclo de investigación, el cual involucra tres fases: *análisis teórico, diseño e implementación de la instrucción y recolección y análisis de datos.*

4. AVANCES

En la primera fase se diseñará una descomposición genética preliminar que será validada o refinada con la puesta en marcha de la segunda y tercera fase de este ciclo.

REFERENCIAS

Arnon, L., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa-Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). APOS Theory: a framework for research and curriculum development in mathematics education. New York: Springer.

Bansilal, S., Brijlall, D., & Trigueros, M. (2017). An APOS study on pre-service teachers' understanding of injections and surjections. *Journal of Mathematical Behavior, 48*, 22–37.

Dorko, A., & Weber, E. (2014). Generalising calculus ideas from two dimensions to three: how multivariable calculus students think about domain and range. Research in Mathematics Education, 1-19. DOI: 10.1080/14794802.2014.919873

Martínez-Planell, R., & Cruz, A. (2016). The unit circle approach to the construction of the sine and cosine functions and their inverses: An application of APOS theory. Journal of Mathematical Behavior, *43*, 111–133.

Martínez-Planell, R., & Trigueros, M. (2009). Students' ideas on functions of two-variables: Domain, range, and representations. Proceedings of PME-NA, 5, 73-80.

Tall, D., & Bakar, M. (1992). Students' Mental Prototypes for Functions and Graphs. International Journal of Mathematics Education in Science & Technology, *23* (1), 39–50.