



Atividades matemáticas sobre funções com o uso do geogebra

Mestranda Hiandra Bárbara **Götzinger**
Centro Universitário do Vale do Itajaí
hiandra@brturbo.com.br

Dra. Sonia Elena **Palomino** Bean
Universidade Federal de Santa Catarina
palomino_bean@hotmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta uma proposta de atividades sobre o conceito função utilizando o software GeoGebra e levando em consideração suas representações múltiplas. Busca-se neste trabalho utilizar as ferramentas tecnológicas disponíveis, no caso o computador e o software GeoGebra, para aprimorar o conhecimento das representações múltiplas de um determinado conceito matemático, procurando esclarecer a ideia que um mesmo conceito pode apresentar diferentes representações, referenciando as características complementares de um mesmo objeto de estudo. Trata da proposta de uma sequência de atividades utilizando o software GeoGebra para complementar o estudo das funções de 1º grau, 2º grau e exponencial. Ao realizar-se a pesquisa verifica-se a necessidade do planejamento, até o momento a pesquisa foi apenas teórica, no próximo semestre letivo pretende-se aplicá-la para verificação de resultados e aprimoramento.

Palavras chave: educação, matemática, representações múltiplas, GeoGebra, funções.

Apresentação

Um dos fatores que podem levar os alunos na Educação Básica e posteriormente no Ensino Superior a desmotivação pelo aprender matemática é a forma como lhes são ensinados os conceitos matemáticos, métodos de ensino que privilegiam a representação algébrica do objeto estudado, onde o que interessa somente é que se saiba aplicar os procedimentos adequados para que se encontre o resultado final correto e fechado de certo tipo de operação algébrica, nem

sempre a preocupação está voltada em verificar o raciocínio utilizado para a resolução da questão. Desta forma o ensino da matemática acaba não cumprindo com seus objetivos.

Tendo como foco o Ensino Médio é possível verificar através da análise de algumas provas de caráter nacional que a maioria dos alunos brasileiros conclui a Educação Básica sem adquirir as capacidades mínimas esperadas na área de Matemática, dados oficiais podem ser consultados através do site do INEP¹, alguns destes serão comentados na sequência.

Um dos métodos de avaliação da educação brasileira é conhecido como SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), exame que é realizado a cada dois anos, com alunos das 4^a séries (5^o anos), 8^o séries (9^o anos) do Ensino Fundamental e 3^o anos do Ensino Médio. Na análise dos resultados realizada pelo Ministério da Educação, publicada em 2007, é possível notar dados relevantes a partir desses relatórios oficiais, que apenas 5,99% dos estudantes do 3^o ano do Ensino Médio que realizaram a prova no ano de 2001 conseguiram ficar acima da média. Ou ainda que a média em proficiência em Matemática, no 3^a ano do Ensino Médio, decaiu de 279 em 2003, para 271 em 2005. Através deste diagnóstico verifica-se que os estudantes estão finalizando o Ensino Médio com uma bagagem de conhecimentos matemáticos abaixo da esperada.

Outro exame que se pode utilizar para conhecer como se encontra o nível de aprendizagem dos estudantes ao fim do Ensino Médio é o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), que busca a avaliação das competências esperadas de um aluno ao fim do ensino médio através de questões contextualizadas. Na análise do resultado das provas de 2009 do ENEM, verificou-se que 57,7% dos estudantes brasileiros que realizaram a prova não alcançaram nota média na área do conhecimento de Matemática e suas Tecnologias.

Observa-se que estes números são significantes e remete os professores de matemática a reavaliarem o sistema de ensino, a forma de ensinar os conceitos matemáticos em sala de aula e instiga uma busca por métodos que possam auxiliar na promoção de uma aprendizagem significativa em matemática, possibilitando assim melhoras nestas e noutras tantas estatísticas referentes ao ensino de matemática.

A escolha do assunto que será abordado neste trabalho foi feita devido ao número elevado de alunos que concluem seus estudos do Ensino Médio sem ter realmente compreendido o significado de determinados conceitos matemáticos, sendo um destes o estudo das funções. Aqui se busca estimular a compreensão deste assunto com a proposta de atividades a serem desenvolvidas com o auxílio de um recurso tecnológico, o software gratuito GeoGebra, que em sua própria estrutura já estimula as múltiplas representações de uma função, algébrica, numérica e gráfica.

Este trabalho tem por objetivo apresentar propostas de atividades envolvendo o conteúdo funções com a utilização do software GeoGebra estimulando as múltiplas representações do assunto em questão.

O ensino da matemática ocorre de maneira diferenciada do que ocorrem nas demais ciências, pois, enquanto o objeto de estudo das ciências como a biologia, química e física são palpáveis, observáveis por meio de experimentações o objeto de estudo da matemática embora

¹ Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Site: <http://www.inep.gov.br>.

vindo de uma situação concreta, por conta do formalismo que precisa ser usado no processo de resolução, aparece como algo abstrato, que só pode ser observado através de suas representações, são ‘objetos ideais’, que independem da representação utilizada para compreender seu verdadeiro significado, porém, cada maneira de representar pode designar características diferentes de um mesmo objeto de estudo.

Levando em consideração esta problemática adota-se nesse trabalho a concepção de buscar ensinar matemática através das múltiplas representações do objeto estudado, conhecida como “Representações Múltiplas”. No sentido de que é importante que o aluno consiga transitar entre as possíveis representações de um determinado conceito estudado e que consiga aproveitar as particularidades que cada representação pode fornecer desse mesmo objeto.

No entanto surge uma questão: De que maneira, com que procedimento será possível ensinar determinado conteúdo matemático utilizando mais que uma representação?

A sociedade evolui rapidamente, os utensílios estão a cada dia mais sofisticados e as atividades profissionais das mais diversas áreas requerem atualização constante. Ciente dessa realidade não há como a educação continuar estagnada no tempo, utilizando as mesmas metodologias de ensino há décadas, os profissionais da educação precisam também estar se atualizando e buscando alternativas diferenciadas de desempenhar seu trabalho.

A utilização somente de “lápiz e papel” e do “quadro e giz” normalmente dificulta a abordagem dos conteúdos estudados através de múltiplas representações. O tempo do professor de ensino médio com sua turma de alunos é demasiadamente curto e o currículo de assuntos que devem ser trabalhados em cada série é extenso, dessa forma, torna-se inviável ao professor utilizar muitas representações diferenciadas para abordar determinado conteúdo, então acaba por escolher a representação mais prática de trabalhar com as poucas ferramentas que já está habituado, mas, esta abordagem nem sempre é a melhor para desenvolver o aprendizado do conceito por seus alunos.

O computador pode se tornar um aliado dos professores nessa busca por novas metodologias e ferramentas educacionais que possibilitem maior interação e motivação dos estudantes para o estudo dos conteúdos escolares. É notável que o computador e tantos outros equipamentos eletrônicos são utilizados frequentemente pela maioria dos estudantes para sua comunicação e divertimento. Sendo assim, por que na escola não fazer uso dessa ferramenta para ensinar as múltiplas representações das funções?

Representações múltiplas

Os conceitos matemáticos podem ser ministrados em sala de aula por meio de representações diferentes, um mesmo objeto de estudo pode ser apresentado por meio de diferentes concepções. Um exemplo seria explicitar algumas das diversas maneiras possíveis de representar o número 1, que pode ser através da escrita por extenso da palavra “um”, através da soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$, como uma potência elevada a 0, 1000^0 , como a subtração de dois números consecutivos $7 - 6$. Mas, ainda mais importante é que se compreenda o significado desse número como representação de uma unidade, onde esse mesmo conceito poderia ser representado numa figura através da imagem de um único objeto. Outro exemplo seria pensar

nas possíveis representações de uma função de primeiro grau, que pode ser representada graficamente através da visualização de uma reta ou algebricamente apresentada na forma $y = ax + b$.

De acordo com Goldin e Shteingold (2001) representações múltiplas podem ser definidas como fornecedoras de uma mesma informação em mais de uma representação matemática. O uso de representações múltiplas na aprendizagem matemática foi investigado em profundidade por Janvier (1987), que as define como um processo acumulativo baseado na capacidade de lidar com um conjunto de representações enriquecedoras de determinado conceito (AKKUS, CAKIROGLU, 2009).

Representações múltiplas são formas de simbolizar e descrever um mesmo conceito, uma mesma definição matemática. São utilizadas para entender e comunicar diferentes características matemáticas de um mesmo conceito ou de uma mesma operação, assim como conexões entre propriedades diferentes. As representações múltiplas em matemática incluem os gráficos, diagramas, tabelas, fórmulas, símbolos, palavras, códigos, imagens, sons, modelos concretos e virtuais, entre outros.

O auxílio do computador pode ser uma ferramenta de grande importância no processo de utilizar representações múltiplas de um conteúdo matemático no ensino. Para ensinar conteúdos que utilizem a representação gráfica interligada com sua representação numérica, por exemplo, o computador pode se tornar uma excelente ferramenta ao possibilitar a construção de gráficos com alta precisão em pouco espaço de tempo, se considerar o tempo que se deveria dispor para realizar o mesmo procedimento utilizando apenas lápis e papel. Pesquisadores como Borba (1994), Villarreal (1999), Benedetti (2003), Allevato (2007) ressaltam em seus trabalhos de pesquisa a importância da utilização das representações múltiplas proporcionadas pelo computador e com as relações que as conectam.

Borba (1994) apresenta um artigo em que aborda o conteúdo transformações de funções através da utilização do aplicativo Function Probe, com o intuito de trabalhar não somente a representação algébrica do conteúdo, mas também as representações visuais, gráficas, que acabaram por despertar comentários relevantes sobre a manipulação e compreensão do assunto estudado, levando o aluno a construir sua aprendizagem através da experimentação por meio do aplicativo. Dessa forma, foi possível abordar algumas relações de variações que apenas são comentadas (representação oral/falada) pelo professor em sala de aula, mas que a maioria dos alunos não compreende e nem tem ideia de como aquele conhecimento é representado, e nem de como funciona o comportamento dessa variação.

Nos experimentos realizados por Villarreal (1999) as representações múltiplas foram destaque, onde é possível perceber nitidamente que as ligações entre as representações possibilitaram aos estudantes compreender as noções de função derivada e de reta tangente.

Benedetti (2003) realiza uma pesquisa investigativa sobre as potencialidades que podem ser expressas por um software gráfico para coordenar as representações múltiplas de funções com alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Os quais iniciaram o conhecimento sobre o assunto em aulas regulares, posteriormente passando para aulas com a utilização de softwares gráficos. O objetivo do trabalho era que os alunos conseguissem compreender as outras representações, não somente a algébrica, de funções como a função raiz e função quociente. O

autor relata que os resultados foram positivos, mas que ainda é assunto que merece maiores pesquisas.

Ensino de funções e representações múltiplas

O conceito função em matemática pode ser representado de diferentes formas, por meio da representação algébrica, da representação tabular, da representação gráfica, da representação através da linguagem, falada ou escrita. E é de suma importância que ao ensinar esse conteúdo busquem-se maneiras de abordá-lo utilizando as diferentes formas de representações e ainda mais que se consiga explicar que as representações são relacionadas ao mesmo conceito, que o aluno faça transições entre as formas de representações sabendo que está tratando do mesmo objeto de estudo. Esse objetivo de ensino é normalmente algo complexo de ser alcançado.

De acordo com Borba e Penteado (2003, pp. 31 e 32): “Usualmente, a ênfase para o ensino de funções se dá via álgebra. Assim, é comum encontrarmos em livros didáticos um grande destaque para a expressão analítica de uma função e quase nada para os aspectos gráficos e tabulares.” É visível que muitos livros didáticos de matemática, voltados para o Ensino Médio, ainda privilegiam a representação algébrica e a abordagem da análise numérica para encontrar certos pontos de uma função, em detrimento de utilizar uma visão mais geral que pode ser fornecida pela análise gráfica. Cientes dessas discussões a respeito da maneira de como ensinar o conteúdo funções a alunos do Ensino Médio alguns autores de livros didáticos recentes começam a apresentar de maneira mais igualitária as representações distintas de uma função.

No entanto, não adianta apenas que os livros didáticos apresentem formas distintas de representações, é preciso também que ocorra em sala de aula uma mudança de atitude ao se abordar esse assunto, ou seja, é necessário também que os professores almejem melhorar a forma de conduzir suas aulas, apresentando outras possibilidades de compreensão desse mesmo assunto.

Ao se almejar mudanças é preciso analisar as condições necessárias para que ela ocorra. É de conhecimento geral que mesmo com o avanço das tecnologias a principal forma utilizada pelos professores para socializar os conteúdos escolares ainda é através de quadro com giz ou caneta hidrográfica e de registro dos alunos através de papel e lápis, tendo em vista essa realidade os autores Borba e Penteado (2003) comentam que realmente é difícil a geração de inúmeros gráficos, pois, requer grande disponibilidade de tempo para o desenvolvimento de gráficos manualmente. E dessa forma, acaba por se entender o motivo de não se enfatizar a representação gráfica e sim se valorizar a representação algébrica do conceito estudado.

Estudos realizados no final dos anos 80 e início da década de 90 questionam a abordagem utilizada para apresentar o conceito de função e surgem autores redigindo sobre as representações múltiplas do conceito função em Matemática. A ênfase está direcionada ao fato que o importante não é de se privilegiar um único tipo de representação, mas sim, de se abordar as diferentes representações para uma mesma função. Os autores Borba e Confrey (1996) propõem a coordenação entre as múltiplas representações de funções como um caminho para o conhecimento do assunto, ou seja, sugerem uma epistemologia das representações múltiplas.

Para conseguir uma abordagem que dê chance a utilização de diversas representações com a mesma facilidade, onde tanto educador quanto educando consigam desenvolver atividades em que o procedimento algébrico não seja predominante é interessante que sejam utilizadas as mídias disponíveis como, por exemplo, o uso de software computacionais, que gerem gráficos vinculados a tabelas e expressões algébricas, um desses softwares é o GeoGebra.

GeoGebra

O software Geogebra foi desenvolvido por Markus Hohenwarter como parte de sua dissertação de mestrado em educação matemática e ciência da computação, nos anos de 2001 e 2002, pela Universidade da Salzburg, Áustria. Apoiado por uma bolsa cedida pela Academia Austríaca de Ciências pode continuar o desenvolvimento do software como parte de seu projeto de doutorado em educação matemática.

Com o passar dos anos o software recebeu prêmios internacionais e despertou atenção de muitos professores e pesquisadores que traduziram o software para mais de vinte e cinco idiomas, sendo um deles para o português.

GeoGebra é um aplicativo JAVA² que pode ser baixado gratuitamente ou ser utilizado diretamente através da internet pelo ícone *WebStart* na página <http://www.geogebra.org>, independente do sistema operacional e da necessidade de licenças comerciais. Tanto o criador do software quanto os demais adeptos que vem testando e buscando melhorias no desenvolvimento consideram de grande importância a gratuidade do acesso a essa ferramenta, pois, acreditam que a educação de qualidade deveria ser de acesso a todos os cidadãos de todos as nações.

Essa facilidade de acesso ao software parece estimular a sua utilização por professores das mais diferentes nacionalidades e dos mais diferentes níveis escolares, acarretando em avanços contínuos ao software, o que pode ser observado constantemente nas atualizações que ocorrem no site oficial do GeoGebra.

Ainda na própria página oficial do software é possível encontrar as ferramentas Ajuda, *Wiki* e Fórum que buscam orientar os usuários, iniciantes ou não, fornecer algumas dicas que podem facilitar a sua utilização, além de apresentar sugestões e relatos de atividades desenvolvidas por inúmeros professores e pesquisadores, proporcionando grupos de discussão sobre as atividades aplicadas. Dessa forma, até mesmo professores que não estão acostumados a utilizar as novas tecnologias de informação e comunicação sentem-se entusiasmados a tentar manuseá-lo, começando a adaptação através da experimentação e desenvolvimento de atividades pedagógicas com algumas turmas e em pouco tempo se observam relatando as atividades desenvolvidas e aplicadas no ambiente virtual, onde trocam ideias com outros pesquisadores e podem também responder a questionamentos de outros, através de sua própria experiência, é realmente uma maneira de pesquisa coletiva.

² Basicamente constitui-se de uma linguagem de programação e um programa para execução chamado de máquina virtual ou *virtual machine*. Quando programa-se em Java usa-se a linguagem de programação Java e um ambiente de desenvolvimento Java para gerar um software que será executado em um ambiente de distribuição Java. Disponível em <http://javafree.uol.com.br/artigo/871498/>. Acesso em 15 de dez. de 2010.

De acordo com o criador do software há muitas pesquisas que relatam os benefícios oriundos da implementação das tecnologias de informação e comunicação na aprendizagem de conceitos matemáticos, no entanto, o processo de utilização dessas tecnologias em sala de aula é demasiadamente lento, e se faz necessário também que sejam realizadas experiências com essas ferramentas. O fator da gratuidade de acesso ao software facilita a utilização do mesmo e incentiva a realização de pesquisas na área.

Este software foi criado buscando interligar as facilidades dos softwares de geometria dinâmica com os recursos disponíveis nos softwares algébricos, unindo as principais características de ambos e proporcionando uma reunião dos recursos de geometria, álgebra e cálculo.

Conforme relato presente no tutorial do software, disponível na página <http://www.geogebra.org> na versão em Português/Brazil, o GeoGebra fornece três faces diferenciadas dos objetos matemáticos: a Zona Gráfica, a Zona Algébrica ou Numérica e a Folha de Cálculo. Estas faces permitem a apresentação dos objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente, tendo como exemplos a construção de pontos, gráficos, figuras geométricas; algebricamente, nas coordenadas de pontos, equações; e ainda nas folhas de cálculo, apresentando coordenadas e efetivação de cálculos. Conforme se pode observar na figura a seguir todas as representações do mesmo objeto estão conectadas de maneira dinâmica, isso significa que se adaptam de maneira automática às mudanças realizadas em qualquer de suas formas, independente da maneira de como foram inicialmente criados.

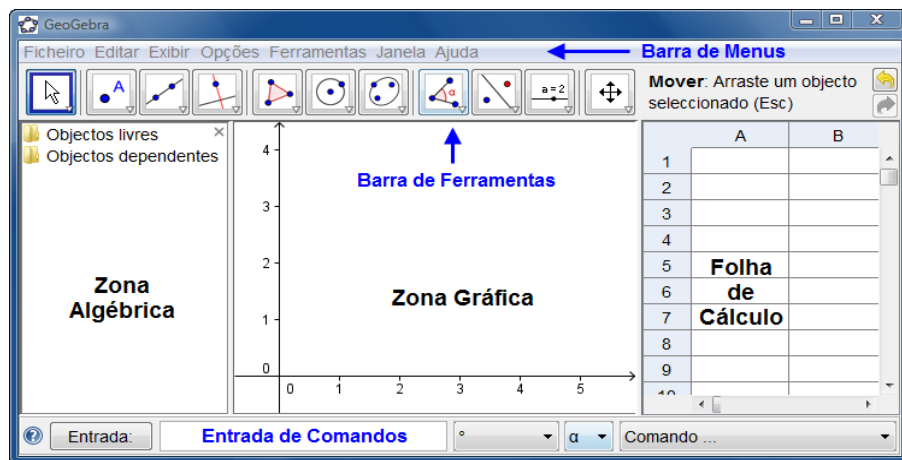


Figura 1. Faces do Software GeoGebra. Fonte: Tutorial GeoGebra

Propostas de atividades

Algumas considerações relevantes devem ser mencionadas. É interessante que os alunos aos quais serão apresentadas as propostas a seguir já tenham alguma familiaridade com o software GeoGebra. No caso da turma em que se pretende aplicar a proposta não conhecer o software sugere-se que seja destinada uma primeira aula no laboratório de informática com o intuito de apenas familiarizar os alunos, onde se faz breve explanação das principais ferramentas do software e é possível propor atividades simples, que permitam aos alunos explorarem os recursos disponibilizados pelo software.

Outro fator relevante é que está sendo considerado que os alunos já passaram por algumas aulas iniciais de introdução ao conteúdo funções anteriormente a proposta dessas atividades com o auxílio do software. Essa familiarização ao conteúdo estudado pode ter sido também realizada no ano letivo anterior, ou mesmo algumas aulas antes com o intuito do professor estar ciente dos conhecimentos prévios oriundos de sua turma e buscar direcionar os alunos no caminho de aprendizagem esperada.

O que se almeja ao fazer a explanação das atividades é compreender a importância da utilização de ambientes de aprendizagem que proporcionem trabalhar com representações múltiplas de uma função, com intuito de propor ao aluno uma aprendizagem mais completa, onde seja propícia a experimentação das características particulares de cada representação e que fique claro que as múltiplas representações de um mesmo objeto são interligadas a um mesmo conceito, que o aluno consiga transitar entre as representações sabendo se tratar do mesmo conceito estudado.

A recomendação da utilização de um software, como o aqui escolhido GeoGebra, tem o intuito de sanar as dificuldades que os alunos possuem de associar as representações algébricas com suas devidas representações numéricas e/ou gráficas. É conveniente se referenciar um exemplo relacionado ao ensino da disciplina de Cálculo, apresentado por Guimarães (2002), num artigo em que argumenta sobre a utilização de softwares matemáticos como ferramentas para resolver problemas e também constituir ambientes de investigação e generalização de conceitos, ou seja, não apenas valorizando os procedimentos algébricos onde o ensino se resume a repetição dos procedimentos através da resolução listas de exercícios.

A indicação da sequência de atividades propostas está destinada a alunos da 1ª série do Ensino Médio, mas, nada impede de se propor as mesmas atividades a outros grupos de alunos tanto de maior ou menor classe escolar, desde que os requisitos iniciais sejam levados em consideração.

É recomendável que os alunos estejam trabalhando em duplas ou trios, para que além do auxílio do professor os próprios alunos possam ir discutindo e chegando a questionamentos sobre as questões trabalhadas, e também podem estar oferecendo ajudas significativas aos colegas que não possuem tanta facilidade de manuseio com as tecnologias, no caso o computador e o software.

Quando o professor não tiver acesso a um projetor para ilustrar a sequência das atividades principais aos alunos. É de grande importância a preparação e disponibilização de uma cópia impressa do material com as orientações ou mesmo um documento construído no editor de texto com essas orientações que deve ser disponibilizado em cada máquina.

Solicite aos alunos a realização de constantes registros escritos, no caderno ou numa página do editor de textos, onde relatem as sequências de atividades desenvolvidas, as principais questões levantadas por seu grupo e as conclusões obtidas em cada etapa da experimentação.

Por se tratar de um artigo não há condições de abordar com maior número de detalhes os procedimentos propostos para o desenvolvimento de cada uma das atividades, neste caso, o que se fará na sequência é apresentar de maneira resumida o que consta em cada uma das etapas das três atividades propostas.

A primeira proposta de atividade que abordará o conceito função de 1º grau será desenvolvida em três etapas. Na primeira etapa se visualizará a representação gráfica de uma

função de 1º grau, ressaltando a representação visual do conceito a partir da determinação de duas coordenadas. Em seguida se buscará visualizar a relação existente entre tabela e gráfico, onde se almeja abordar com maior ênfase as representações visuais e numéricas. E na última etapa da atividade se procura compreender as relações entre família de retas com mesma inclinação e com mesmo ponto de intersecção, nessa parte da atividade se busca priorizar as representações visuais e algébricas.

Esta última parte da atividade é estimulada pelo que se apresenta nas Orientações Curriculares do Ensino Médio (2008, p. 72) que orienta: “Sempre que possível, os gráficos de funções devem ser traçados a partir de um entendimento global da relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis.” Ainda ressaltam que a elaboração de um gráfico somente pela transcrição de dados pela tabela numérica nem sempre permite uma compreensão geral do comportamento de funções. O que estimula a formulação de gráficos a partir de um ponto e a sua inclinação (que informa o crescimento/decrescimento da função). A figura 2 mostra o gráfico de uma família de funções que mantêm a mesma inclinação.

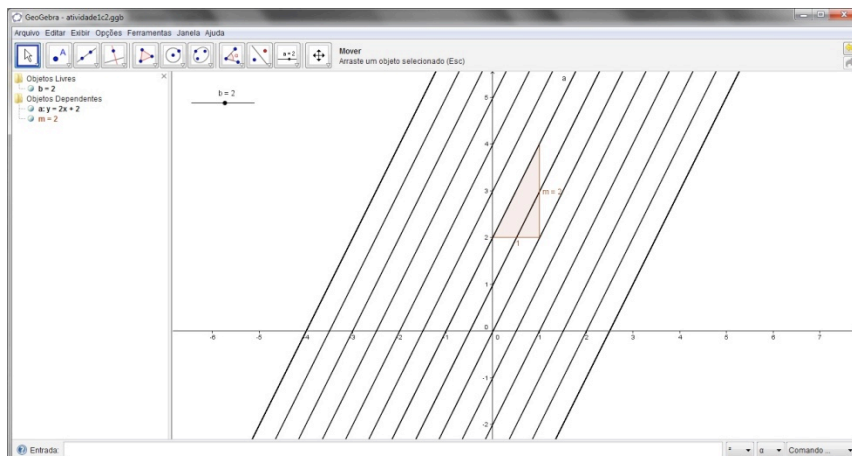


Figura 2. Família de funções de 1º grau com mesma inclinação. Fonte: As autoras.

Já na segunda proposta de atividade que irá abordar o tema função de 2º grau o desenvolvimento se dará em quatro etapas. Iniciará explorando a variação dos parâmetros de uma função de 2º grau, buscando observar as relações existentes entre a variação da representação gráfica com a variação ocorrida nas representações numérica e algébrica. Numa segunda etapa a partir da construção de um controle deslizante se buscará visualizar a construção de uma família de funções, onde se altera a concavidade da parábola. Na terceira etapa desta atividade se listará um procedimento para encontrar as coordenadas das raízes de funções de 2º grau. Na última etapa se buscará encontrar as coordenadas do vértice de parábolas, observar sua relação com ponto de mínimo ou de máximo da função e a partir de seus valores numéricos buscar a dedução da fórmula utilizada para calcular as coordenadas do vértice.

Na primeira etapa da atividade o objetivo é explorar o impacto da variação dos parâmetros de uma função de 2º grau e observar que sua representação gráfica é um lugar geométrico nomeado parábola. É importante que se oriente o aluno a ir anotando todas as observações realizadas no decorrer da atividade para posterior discussão, onde se encaminhará o debate para os principais conceitos que devem ser abordados, relação dos parâmetros com variação da concavidade e deslocamento do vértice.

O professor pode fazer as seguintes perguntas para estimular essa primeira discussão: ‘Qual o impacto registrado no gráfico ao realizar essas variações?’ ‘Qual foi o impacto registrado na expressão numérica da função?’, ou seja, ‘O que acontece com os parâmetros?’. Os comentários devem gerar em torno de respostas do tipo: ‘O vértice desliza sobre o eixo das ordenadas.’; ‘A concavidade da parábola não é alterada.’; ‘Surgimento do parâmetro independente de x na escrita algébrica da função.’.

Para gerar a imagem apresentada na figura 3, utilizou-se a função “Habilitar Rastro” presente no software GeoGebra durante o desenvolvimento desta etapa da atividade proposta. Vale ressaltar nesse momento que foi gerada a família de parábolas com mesma concavidade e alternância do vértice sobre o eixo das ordenadas, isso ocorreu ao se manter fixo o parâmetro que acompanha a variável x^2 e alternar os valores do parâmetro independente de x .

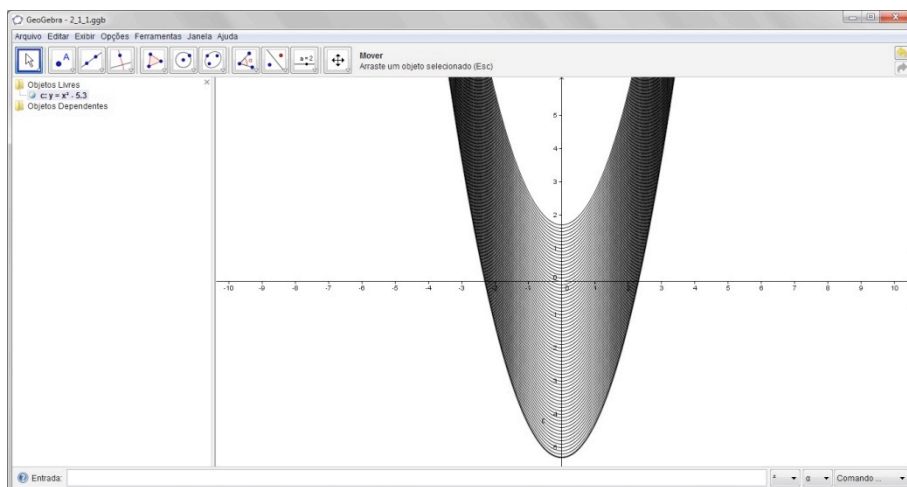


Figura 3. Família de funções de 2º grau mantendo concavidade e alternando vértice. Fonte: As autoras.

A terceira proposta de atividade será desenvolvida em quatro etapas. Onde na primeira etapa abordará o número de Euler, sua representação numérica e opção de arredondamento presente no software. Na segunda etapa analisará o comportamento de uma parte da família de funções exponenciais clássicas, quando a base é o número de Euler, buscando abordar de maneira interligada as representações gráficas, algébricas e numéricas de cada função descrita. Num terceiro momento serão analisadas funções de bases variadas, buscando visualizar simetrias importantes que ocorrem com relação ao domínio e imagem dessas funções, predomínio nessa etapa da representação gráfica. Na última etapa da atividade se buscará graficar uma situação problema que pode ser descrita por uma função exponencial, aqui se busca através da representação gráfica poder analisar valores numéricos que possam ser interessantes a resolução ou detalhamento da situação problema.

Considerações

Os estudos e as pesquisas que foram necessários para a realização deste trabalho possibilitaram o conhecimento do software GeoGebra e de suas principais ferramentas, como

também o reconhecimento da importância de ensinar os conteúdos matemáticos levando em consideração as suas representações múltiplas.

Ao elaborar as propostas de atividades para estudar alguns conteúdos a respeito de funções utilizando o software GeoGebra e buscando levar em considerações as representações múltiplas, observou-se que nem sempre foi possível realizar as atividades da primeira maneira que foram pensadas devido ao funcionamento das ferramentas do software. O que se leva de aprendizado é que o software pode facilitar e muito o processo de ensino - aprendizagem, porém, esse processo deve ser previamente elaborado pelo professor para que a atividade verdadeiramente atinja seus objetivos.

Referente às atividades propostas é importante lembrar que podem e devem ser feitas adaptações no planejamento para a aplicação das mesmas dependendo da escolaridade, dos conhecimentos prévios e da realidade que os alunos contemplados vivenciam.

As propostas de atividades aqui listadas não puderam ser aplicadas, em perspectiva futura pretende-se dar continuidade ao trabalho neste nível escolar ou com adaptações de atividades similares para uso no Ensino Superior. Com esta continuidade do trabalho se espera poder testar de maneira integral ou parcial as atividades propostas para observar o trabalho dos alunos ao serem aplicadas, e, avaliar os efeitos desta abordagem dos conceitos: de que maneira ajudará aos alunos no processo de obtenção de conhecimentos e quais possíveis modificações podem ser realizadas em cada proposta para buscar atingir da melhor forma possível os objetivos anteriormente listados.

Bibliografia e referências

- ALLEVATO, N. S. G. (2007). As concepções dos alunos sobre resolução de problemas ao utilizarem o computador no estudo de funções. *Paradigma*. Vol. XXVIII. PP. 131 – 156.
- AKKUS, O., CAKIROGLU, E. (2009). THE EFFECTS OF MULTIPLE REPRESENTATIONS-BASED INSTRUCTION ON SEVENTH GRADE STUDENTS' ALGEBRA PERFORMANCE. *Proceedings of CERME 6*. Disponível em: < <http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg4-01-akkus-cakiroglu.pdf>>. Acesso em 01 de nov. de 2010;
- BENEDETTI, F. C.(2003). *Funções, Software gráfico e Coletivos Pensantes*. Dissertação de Mestrado para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro. Brasil.
- BORBA, M. C. (1994). Computadores, Representações Múltiplas e a Construção de Idéias Matemáticas. *Bolema*. Ano 9. EE. 3, 83-101.
- BORBA, M. C., CONFREY, J. (1993). *The Role of the Teaching Experiment: Students Construction of Transformation in Multiple Representational Environment*. AERA. Atlanta. Georgia. USA.
- BORBA, M. C., PENTEADO, M. G. (2003). *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte. Autêntica. 3ed.
- GEOGEBRA.< <http://www.geogebra.org>>. Acesso em 10 de nov. 2010.
- GUIMARÃES, O. L. C. (2002). *CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: Do algebrismo às representações múltiplas*. 25ª ANPed. Caxambu. MG. Disponível em:

<http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_25/calculo.pdf>. Acesso em 10 de out. de 2010.

INEP. <<http://www.inep.gov.br/imprensa/noticias/enem>>. Acesso em 11 de out. de 2010.

Ministério da Educação - INEP. (2007). *SAEB - 2005 PRIMEIROS RESULTADOS: Médias de desempenho do SAEB/2005 em perspectiva comparada*. Brasília: INEP.

Ministério da Educação. (2008). *ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO*. Volume 2. Brasília: Secretaria de Educação Básica.

VILLARREAL, M. E. (1999). *O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas*. Tese de Doutorado para a obtenção do título de Doutor em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho. Rio Claro. Brasil.