

## NOCIÓN DE LA CONTINUIDAD EN UNA EXPERIENCIA CON FUTUROS PROFESORES

Jose Antonio, Bonilla Solano.  
*Centro de investigación y de estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional.*  
[antonio.bonilla@cinvestav.mx](mailto:antonio.bonilla@cinvestav.mx)

Ricardo Arnoldo, Cantoral Uriza.  
*Centro de investigación y de estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional.*  
[rcantor@cinvestav.mx](mailto:rcantor@cinvestav.mx)

### 1. INTRODUCCIÓN

La continuidad matemática ha sido estudiada desde diferentes perspectivas, se encuentran aquellas que estudian las ideas de los alumnos al enfrentarse a situaciones didácticas diseñadas para el estudio de la continuidad, por ejemplo, Aparicio y Cantoral (2006) hacen un estudio con jóvenes universitarios sobre la noción de continuidad puntual a través de aspectos discursivos y visuales, por otro lado, De Beer, Gravemeijer & Van Eijk (2015) hacen un estudio sobre el razonamiento discreto y continuo en estudiantes de nivel primaria a través del análisis del cambio en relación con la velocidad instantánea, estos autores concluyen que centrarse en la velocidad media promueve el razonamiento discreto para lo cual promueven empezar por construir sobre la noción informal de velocidad de los estudiantes desde la cuantificación de la velocidad instantánea, promoviendo así el razonamiento continuo.

En otro sentido están aquellas investigaciones de corte histórico-epistemológico que pretenden mostrar el desarrollo de la noción de continuidad en la historia, por ejemplo Bergé y Sessa (2003) hacen un estudio de momentos relevantes en la historia para la continuidad y la completitud, en ese mismo sentido Tinoco (1990) hace un estudio de la génesis y el desarrollo conceptual de la noción de continuidad, en este trabajo encontramos algunas definiciones de lo que para algunos matemáticos de la historia era continuidad, por ejemplo para Euler al igual que para Leibniz la continuidad era aquella función que si se podía expresar de una manera analítica utilizando si fuese necesario, series de funciones analíticas más simples, para Alborgast la continuidad consistía “*en que una cantidad no puede pasar de un estado a otro sin pasar a través de todos los estados intermedios que están sujetos a la misma ley*”, dichos trabajos nos abren un mirada amplia a la idea de continuidad.

En este trabajo presentamos algunas ideas en relación con la continuidad que surgieron en la investigación de Bonilla (2018) con profesores en formación, donde el uso de herramientas distintas a las convencionales dio pie a un razonamiento intuitivo de la matemática que se estaba abordando.

## **2. FUNDAMENTO TEÓRICO**

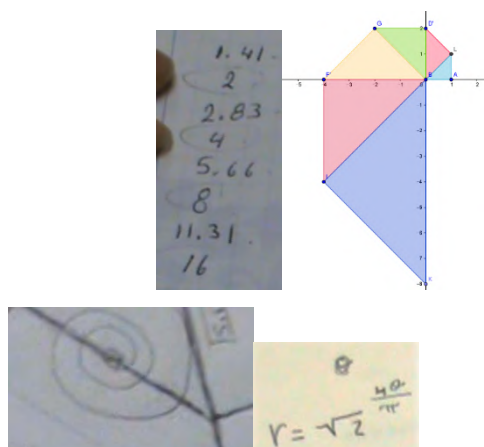
Abordamos este trabajo desde la Teoría Socioepistemológica, pues se sostiene la idea de que para atender la complejidad de la naturaleza del saber matemático y su funcionamiento a nivel cognitivo, didáctico, epistemológico y social, se debe problematizar al saber situándolo en la vida del aprendiz lo que exige el rediseño del discurso Matemático Escolar con base en prácticas sociales (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015), así el saber no se limita a definir la relación que esta guarda con los objetos matemáticos sino que se reconoce y posiciona al ser humano en el acto mismo de significar, conocer, construir significados y en consecuencia estructurar sus sistemas conceptuales en tanto se le problematiza (Cantoral, 2013). Desde esta postura teórica y apartir de los resultados, comenzamos una problematización alrededor de la noción continuidad.

## **3. DESDE LA EXPERIENCIA**

El interés por estudiar la continuidad surge desde el trabajo de investigación (Bonilla, 2018) en donde al analizar los argumentos de estudiantes de nivel superior (profesores en formación) de la licenciatura en matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, donde caracterizan a la función logaritmo en coordenadas polares, encontramos algunos aspectos alrededor de la continuidad en funciones en polares.

La actividad consistía en modelar un caracol Nautilus (que se asemeja a la espiral logarítmica) con plegado de papel y geometría dinámica, esto genera una sucesión de triángulos (Figura 1) de donde el análisis de la variación en las hipotenusas y ángulos de los triángulos, es decir analizar las coordenadas (radio – ángulo), permiten caracterizar a la función logaritmo en el sentido de la relación de dos progresiones, una geométrica y una aritmética (Ferrari y Farfán, 2010). En los resultados de esta investigación dos momentos, el primero es al encontrar la curva que genera los puntos (Figura 1) se dibuja de una forma continua, haciendo evidente que la “expresión algebraica” que se obtiene del análisis funciona

para cualquier punto  $(r, \theta)$ , el segundo momento es en el análisis numérico, los profesores en formación solo buscaban patrones con los números enteros dejando por un momento los números con decimales que también aparecían en la secuencia.



**Figura 1.** Construcción de triángulos y resultados del trabajo. Fuente (Bonilla, 2018).

Si bien, los objetivos de la investigación que describimos (Bonilla 2018), no era estudiar la continuidad, vemos que existen momentos importantes en donde surge esta noción. Por ejemplo, en el dibujo (Figura 1) que hace uno de los participantes para tapar los huecos entre un punto y otro, dan característica que entre esos puntos existen más puntos que cumplen con una regla, de tal manera que el trazo que se haga sobre ellos será continuo y con cierta curvatura. Esta idea de continuidad en los profesores está lejana de la que actualmente se muestra en los libros de texto, pero si pareciera que se relaciona con la idea de Arbogast. Dados estos primeros resultados de nuestra búsqueda, nos queda profundizar sobre la obra de Arbogast y las ideas de continuidad en los libros de texto.

## REFERENCIAS

- Aparicio, E. y Cantoral, R. (2006). Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 9(1), 7-30.
- Bergé, A, Sessa, C. (2003). Completitud y continuidad revisadas a través de 23 siglos, aportes a una investigación didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 6(3), 163-197

- Bonilla, A. (2018). Un estudio de la covariación logarítmica en coordenadas polares. Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero.
- Bonilla, A. y Ferrari, M. (2017). Explorando covariación logarítmica en coordenadas polares. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 30, 1000-1008.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. Gedisa. Barcelona.
- Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de la investigación en matemática educativa: el caso Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 18(1), 5-17.
- De Beer, H., Gravemeijer, K. & Van Eijk, M. (2015). Discrete and continuous reasoning about change in primary school classroom. *ZDM Mathematics Education*, 47, 981- 996.
- Ferrari, M. y Farfán, R. (2010). Una socioepistemología de lo logaritmico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 13, 4(1), 53-68.
- Tinoco, J. (1990). Continuidad: Genesis y desarrollo conceptual. Tratamientos unificadores de los principales resultados sobre funciones continuas desde un punto de vista didáctico. Tesis de maestría no publicada. Cinvestav. México.