VOL 33, NÚMERO 2, AÑO 2020

CONSIDERACIÓN DEL CONOCIMIENTO DEL MUNDO REAL EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS VERBALES EN ESTUDIANTES DE ESCUELA SECUNDARIA

CONSIDERING REAL-WORLD KNOWLEDGE IN MATHEMATICAL WORD PROBLEM SOLVING IN SECONDARY SCHOOL STUDENTS

Freddy Martínez García, José Gabriel Sánchez Ruiz
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México), Universidad Nacional Autónoma de México-Campus Zaragoza
freddymg23@gmail.com, josgsr@unam.mx

Resumen
En esta investigación de carácter empírica se indagó acerca del uso de los conocimientos del mundo real en la resolución de problemas aritméticos verbales. Participó un grupo de alumnos, de distinto grado, de una escuela secundaria de la ciudad de Puebla (México). Se administraron 10 problemas aritméticos verbales. Se analizaron las dificultades que surgen durante la resolución y el modelamiento en cada problema específicamente la falta de activación del conocimiento del mundo real. Se encontró una evidente propensión en los estudiantes a excluir el conocimiento del mundo real, mostrando un número pequeño de respuestas o comentarios con elementos realistas.

Palabras clave: resolución de problemas, problemas no rutinarios, pensamiento crítico

Abstract
In this empirical research we investigated about the use of real-world knowledge in arithmetic word problem solving. The sample involved a group of students, of different grade levels, from a secondary school in Puebla City (Mexico). Ten arithmetic word problems were applied. We analyzed the difficulties that arise while modeling and solving each problem; specifically, the lack of activation of real-world knowledge. The students showed an obvious tendency to exclude real-world knowledge, making few responses or comments with realistic elements.

Key words: problem solving, non-routine problems, critical thinking

Introducción

Como profesores de matemáticas hemos observado que cuando los estudiantes resuelven problemas en sus soluciones tienden a dejar de lado la interpretación numérica en relación con el contexto del problema. Según Saiz (1994) los alumnos no dan significado al algoritmo que ponen en práctica, lo que hace que no puedan interpretar lo que obtuvieron en las distintas etapas del cálculo en términos del problema planteado.

Por ejemplo, la solución de un problema como el siguiente: *Pedro ha organizado una fiesta para su cumpleaños. Pedro invita a 8 amigos y 4 amigas. ¿A cuántos amigos ha invitado Pedro a su cumpleaños?* No suele presentar dificultad para los alumnos.

Pero, cuando este mismo problema se formula de una forma no rutinaria como: *Carlos tiene 5 amigos y Jorge tiene 6 amigos. Carlos y Jorge deciden celebrar juntos su cumpleaños e invitan a todos sus amigos. Todos sus amigos asisten a la fiesta. ¿Cuántos amigos asisten?* Donde la solución puede ser cualquier número comprendido entre 6 y 11, sin contar a Carlos y Jorge, puesto que pueden tener hasta 5 amigos comunes, es cuando los alumnos muchas veces omiten información del mundo real, no ponen en contexto la situación problema (Verschaffel et al., 1994). Esto se debe en cierta medida al impacto de algunas de las creencias incorrectas que los niños tienen acerca de las matemáticas sobre el fracaso en la resolución de problemas, pues tienden a operar y dar una respuesta numérica aun cuando el problema se resuelva con palabras (Jiménez y Ramos, 2011). Los profesores muchas veces contribuyen a que esto no mejore debido al uso de problemas rutinarios en la mayoría de las ocasiones durante su labor docente, esto tal vez por facilidad en su práctica o muchas veces por seguir lo que dice el libro de texto (Dewolf, Van Dooren y Verschaffel, 2017). Por lo anterior, en este trabajo se pretende explorar y recopilar datos empíricos sobre la activación o no del conocimiento realista durante la comprensión y la solución de problemas aritméticos verbales, específicamente en las etapas inicial (representación y modelación del problema) y final (interpretación y verificación de estrategias de solución) del proceso de resolución.

La hipótesis general con respecto a la prueba fue que, debido a su experiencia continua con una dieta empobrecida de problemas verbales estándar y a la falta de atención sistemática a la perspectiva del modelado matemático en sus clases de matemáticas, los alumnos demostrarían una fuerte tendencia a excluir el conocimiento del mundo real, respondiendo de forma sistemática mediante la aplicación de algoritmos, ignorando el contexto del problema. Se esperaba, además, que los resultados de estos alumnos fueran mejores que los obtenidos por los participantes en los estudios de Verschaffel, De Corte y Lasure (1994) y Verschaffel, De Corte y Borghart (1997).

Marco referencial

Los problemas matemáticos aritméticos constituyen una parte importante del programa de matemáticas de la escuela. La razón más importante para usar este tipo de problema es capacitar a los alumnos en la aplicación del conocimiento matemático formal y las habilidades aprendidas en la escuela, en situaciones de la vida diaria (Jiménez, 2012).

Para Sánchez, Carrillo, Vicente y Juárez (2015) existen dos tipos de tareas que se pueden realizar en el aula de clase: Los ejercicios (entendidos como la tarea cuyo resultado es calculado mediante una mera reproducción de contenidos aprendidos previamente) y los problemas. Un problema para un alumno es una tarea que requiere de una solución bajo ciertas condiciones específicas: si él comprende la tarea, pero no encuentra una estrategia inmediata para su solución y, finalmente, si es motivado para buscar una solución. Es decir, "un problema es una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor de problemas no tiene un proceso algorítmico que le conducirá, con certeza, a la solución" (Kantowski, 1981, p. 113). Uno de los tipos de problemas que más se consideran en las aulas son los denominados problemas verbales, es decir, aquellos problemas en los que es necesario la respuesta a una o varias preguntas mediante operaciones matemáticas con datos expuestos en el propio problema (Sánchez et al., 2015). Estos problemas se pueden categorizar de muy diversas formas, una de las cuales es la sugerida por Jiménez (2012):

1) Problemas rutinarios: aquellos que pueden ser resueltos de forma automática, detectando palabras clave en el texto y aplicando estrategias de cálculo rutinarios.

2) Problemas no rutinarios: aquellos en que los alumnos no conocen inmediatamente el procedimiento de resolución, ya que la aplicación de la operación aritmética más obvia no conduce sin más a la solución apropiada.

De acuerdo con lo mencionado por Dewolf et al. (2017, p.335) "…existe una amplia evidencia de que los niños de primaria superior y secundaria inferior, e incluso los estudiantes de educación superior, resuelven problemas matemáticos verbales sin tener en cuenta las realidades de la vida cotidiana".

Un ejemplo de la falta de realismo en las respuestas de los alumnos ha sido igualmente estudiado con problemas de división con resto (Verschaffel et al., 1994; Jiménez y Ramos, 2011). Con el famoso problema del "Autobús" (i.e., *Un autobús del ejército tiene 36 lugares. Si van a trasladar 1128 soldados ¿cuántos autobuses se necesitan?*), empleado en la Tercera Evaluación Nacional sobre el Progreso Educativo y en el Test de Matemáticas del Programa de Evaluación de California, ambos desarrollados en 1983, se encontró que aproximadamente el 19% de los alumnos respondieron que se necesitarían 31 autobuses, dejando "en tierra" a 12 soldados, mientras que el 29% contestó que serían necesarios 31.33 autobuses. Lo anterior muestra que en ocasiones los estudiantes tienden a ignorar el conocimiento del mundo real e incluso a aceptar premisas sobre el contexto del problema que son empíricamente falsas. Según Verschaffel et al. (1994) causado y fortalecido por dos factores de instrucción:

1) La dieta empobrecida y estereotipada de los problemas matemáticos estándar, que siempre se pueden modelar y resolver mediante el uso directo de una o más operaciones aritméticas con los números dados.

2) Varias características de la práctica y cultura institucional actual, como la prematura imposición del enfoque aritmético formal en resolución de problemas requiriendo que los alumnos deben identificar la operación aritmética correcta para resolver un problema planteado y, de manera más general, la falta de atención a la perspectiva de modelado como uno de los bloques de construcción de una genuina disposición matemática.

Los problemas verbales realistas son aquellas situaciones en las cuales se necesita además del conocimiento matemático un razonamiento del mundo real, en donde la operación matemática da una solución que desde el punto de vista matemático es correcta, pero desde la vida real es contradictoria (Verschaffel et al., 1994). De acuerdo con Dewolf et al. (2017) se espera que los estudiantes usen sus conocimientos y habilidades matemáticas, así como también el conocimiento del mundo real de manera integradora en las diferentes fases del proceso de solución, especialmente en las fases iniciales (en las que primero tienen que entender la situación, construir un modelo de situación y luego construir un modelo matemático) y en las etapas finales (en las que derivan una solución matemática e interpretan su solución en relación con la situación de la vida real).

Verschaffel, Greer y De Corte (2000) proponen un modelo que describe las etapas por las cuales el alumno se conduce en la resolución de problemas (véase Figura 1). Sánchez et al. (2015) basados en este modelo mencionan que el resolutor, en un primer momento, genera un modelo situacional donde debe elegir qué información del texto del problema es importante (selección). Posteriormente, debe crear un modelo matemático generando el algoritmo de resolución apropiado y una estructura matemática apropiada en términos cuantitativos y de relación de datos (razonamiento).

Una vez generados ambos modelos, se interpreta la relación entre el modelo matemático y el de situación para validar e interpretar los datos.

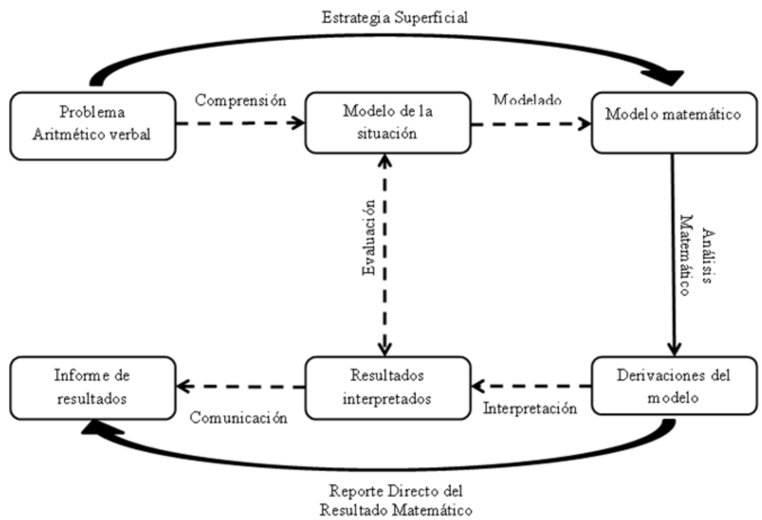

Figura 1. Modelo de resolución de problemas (Verschaffel et al., 2000).

Para Sánchez et al. (2015) los estudiantes pueden crear el modelo de la situación de forma superficial de manera que llegan al modelo matemático sin un razonamiento propiamente dicho. Es decir, mecanizan la selección de datos y deciden el algoritmo que van a utilizar a partir de algún elemento significativo del enunciado a través del cual ofrecen la solución que, en esos casos, no responde de forma razonada a la cuestión original.

Cuando los maestros resuelven problemas no rutinarios en conjunto con sus alumnos en el aula, se podría considerar que:

• Se promueve el razonamiento en mayor medida que cuando resuelven problemas rutinarios.
• El nivel de participación de los alumnos es mayor que cuando resuelven problemas rutinarios.

Para Dewolf et al. (2017), otro elemento importante en los antecedentes teóricos y empíricos del estudio actual en la literatura es el papel de las ilustraciones (es decir, visualizaciones o representaciones como dibujos, bocetos, pinturas, fotografías y otras representaciones gráficas).

Metodología

Participantes

Voluntariamente participaron 30 alumnos provenientes de una escuela secundaria privada del Estado de Puebla, en México. Los alumnos estaban distribuidos equitativamente en tres grupos, cada uno de un grado diferente. Las características de cada grupo fueron las siguientes:

En el grupo de primer grado había 7 alumnos masculinos, con edades de 12 a 13 años, y 3 alumnas, con una edad de 12 años, con una media de edad de 12.3 años. En el grupo de segundo grado había 5 alumnos, con edades de 13 a 14 años, y 5 alumnas, con una edad de 13 años, la edad media del grupo era de 13.3 años. En el grupo de tercer grado había 5 alumnos masculinos, con edades de 14 a 15 años y 5 alumnas con edades de 14 a 15 años. La edad media fue de 14.2 años.

Materiales

Se utilizó una prueba de papel y lápiz que consta de 10 problemas verbales, reportados en el estudio de Verschaffel et al. (1997), en los que los supuestos de modelado matemático subyacentes son problemáticos desde un punto de vista realista, incluyendo 3 problemas verbales que funcionaron como elementos de búfer, sin embargo, por el objetivo de este estudio solo se analizaron problemas (véase Tabla 1).

Tabla 1. Problemas analizados y utilizados en el estudio tomados de Verschaffel et al. (1994)

Nombre	Problema
Autobuses	450 soldados deben ser transportados a su sitio de entrenamiento. Cada bus del ejército puede albergar a 36 soldados. ¿Cuántos autobuses se necesitan? (Carpenter et al., 1983).
Colegio	Bruce y Alice van a la misma escuela. Bruce vive a una distancia de I7 kilómetros de la escuela y Alice a 8 kilómetros. ¿Qué tan lejos viven Bruce y Alice el uno del otro? (Treffers & de Moor, 1990).
Corredor	El mejor momento de John para correr 100 metros es de 17 segundos. ¿Cuánto tiempo tomará recorrer 1 kilómetro? (Greer, 1993).
Matraz	Este matraz se está llenando desde un grifo a una velocidad constante. Si la profundidad del agua es de 3.5 cms después de 10 segundos, ¿qué tan profundo será después de 30 segundos? (Este problema fue acompañado por una imagen de un matraz en forma de cono parcialmente lleno) (Greer, 1993).
Cuerda	Un hombre quiere tener una cuerda lo suficientemente larga como para estirarse entre dos polos I2 metros de distancia. Pero solo tiene trozos de cuerda de 1,5 metros de largo. ¿Cuántas de estas piezas necesitaría atar para estirarse entre los polos? (Greer, 1993).
Tablones	Steve ha comprado 4 tablones de 2,5 metros cada uno. ¿Cuántos tablones de metro puedo sacar de estos tablones? (Kaelen, 1992).
Amigos	Carl tiene 5 amigos y Georges tiene 6 amigos. Carl y Georges deciden dar una fiesta juntos. Invitan a todos sus amigos. Todos los amigos están presentes. ¿Cuántos amigos hay en la fiesta? (Nelissen, 1987).

Procedimiento

La aplicación de los problemas fue hecha por uno de los autores de este trabajo. Las instrucciones se mantuvieron al mínimo. Con respecto a cada problema, se les pidió a los alumnos que escribieran la respuesta, también fueron invitados a mencionar cómo llegaron a su respuesta, una vez que comenzaron las pruebas, los alumnos no podían hacer preguntas si tenían dudas o no podían resolver el problema fueron invitados a escribir el porqué de esta situación.

Manejo y análisis de datos

Para los siete problemas analizados, se obtuvieron dos tipos de datos:

1. La respuesta dada por el alumno.
2. Notas escritas de los participantes, como cálculos escritos y / o consideraciones realistas.

Con base en el trabajo de Verschaffel et al. (1994) se identificaron 5 categorías de respuestas para su calificación. Para ilustrar cómo se procedió al respecto se utilizará el siguiente problema:
Steve ha comprado 4 tablas de 2.5 m cada una. ¿Cuántas tablas de 1 m puede ver en estos tablones?

Respuesta esperada (RE), resulta de lo anticipado y directo aplicación no problemática de las operaciones aritméticas provocadas por el problema declaración. La respuesta esperada para el problema de ejemplo mencionado anteriormente es 10, es decir, el producto de 4 veces 2,5 m.

Error técnico (TE), resulta de la aplicación directa de las operaciones aritméticas esperadas provocadas por la declaración del problema, pero difiere de una RE porque en este caso se comete una ejecución inexacta o con fallas en las operaciones aritméticas. Por ejemplo, si un alumno contestó el problema de ejemplo con 100 m en lugar de 10 debido a que no se tiene en cuenta la naturaleza decimal del número 2.5 durante el cálculo de 4 por 2.5, esta respuesta se calificó como un TE.

Respuesta realista (RR), consiste en obtener una respuesta donde prevalece el uso efectivo del conocimiento del mundo real sobre el contexto provocado por el enunciado del problema en una o más etapas del proceso de solución. La RR para el problema de ejemplo es 8; de hecho, en la vida real solo se pueden ver 2 tablas de 1 m de una tabla de 2.5 m; entonces, 4 de estas tablas producirán 8 tablas de 1 m, no 10.

Sin respuesta (NR), esta categoría se usó cuando el alumno no respondió el problema o cuando escribió que no pudo responderlo.

Otra respuesta (OR), de esta manera se designan a todas las respuestas que no pudieron clasificarse en una de las categorías anteriores. Los errores típicos que pertenecen a esta categoría son: errores de operación incorrecta (por ejemplo, resolver el problema de ejemplo mediante una adición en lugar de una multiplicación con los dos números dados, resultando en 6.5 como respuesta) y errores de número dado (por ejemplo, respondiendo el ejemplo problema con 4 o 2.5), pero también otros errores, para los cuales no había una explicación clara, fueron calificados de esta manera.

Las notas de los alumnos también se analizaron en busca de indicios de vacilación para realizar la operación matemática simple y directa (por ejemplo, criticando el enunciado del problema, complementando la respuesta con ciertos comentarios calificativos, etc.), debido a la activación de conocimiento del mundo real o consideraciones realistas.

Si se encuentra rastro de esto, se agregó un signo ' +' al código de respuesta; si el área de comentarios no contenía tal rastro, el código de respuesta fue seguido por un signo "-". Al respecto, es importante señalar que un código "+" podría coincidir con las cinco categorías de respuesta. Un alumno que resolvió el problema de ejemplo con la respuesta esperada 10, pero que observó en el área de comentarios que, para llegar a 10 tablones de 1 m, el protagonista tendría que pegar las 4 piezas restantes de 0,5 m de dos en dos, fue calificado como EA +, mientras que un alumno que simplemente anotó la fórmula 4 x 2.5 = se calificó como EA-.

De manera similar, un alumno que no respondió el problema pero que escribió en el área de comentarios que se saltó este problema porque no sabía qué hacer con los 4 tablones restantes de 0.5m, se calificó como NA +, mientras que un alumno que simplemente se saltó el problema sin proporcionar una buena razón para hacerlo, se calificó como NA-. La misma distinción también se aplica a las respuestas realistas: la respuesta realista 8 sin ningún otro comentario se calificó como RA-, mientras que la misma respuesta con una explicación adecuada (por ejemplo, "Uno no puede ver tablas de 1 m de tablas de 0,5 m”) fue calificado como RA +.

Análisis de resultados

La hipótesis formulada en nuestro estudio fue que los alumnos, debido a su experiencia continua con una dieta empobrecida de problemas verbales estándar y a la falta de atención sistemática a la perspectiva del modelado matemático en sus clases de matemáticas, demostrarían una fuerte tendencia a excluir el conocimiento del mundo real.

Si bien algunos libros de texto actuales prestan atención al problema de dar sentido al resultado de una división, las dificultades de modelado matemático realistas involucradas en otro tipo de problemas como los utilizados en este estudio, están completamente ausentes en los libros de texto. Por lo tanto, es mucho mayor la probabilidad de darse cuenta de lo absurdo de la respuesta estereotipada y no realista en el problema de los autobuses que en los otros. También nos preguntamos ¿existe una diferencia entre los alumnos que casi habían completado el tercer año de secundaria y los alumnos que acababan de comenzar el primer año de secundaria?

Se podría argumentar que los alumnos de tercer año tendrían una mayor disposición hacia modelos matemáticos realistas. Asimismo, que los alumnos de tercer año deben inevitablemente encontrarse con situaciones que invitaron o necesitaron tratar y reflexionar sobre las dificultades involucradas en modelos matemáticos realistas. También se puede suponer que la cantidad y / o la naturaleza de estas ocasiones fueron insuficientes para tener un impacto positivo y significativo en las cogniciones y creencias de estos alumnos sobre el tema de los modelos matemáticos realistas. Incluso se podría argüir que, debido a sus tres años de experiencia con un enfoque tradicional hacia las matemáticas de la escuela secundaria y con los problemas verbales aritméticos de la escuela en particular, los alumnos de tercer año podrían haber desarrollado una disposición más fuerte hacia modelos estereotipados y no realistas. Debido a estas hipótesis en conflicto, no se hizo una predicción específica sobre cualquier diferencia en el porcentaje de RR entre los estudiantes de primer año y de tercer año.

Después de analizar las respuestas proporcionadas por los 30 alumnos. Se pudo constatar claramente la exclusión del conocimiento del mundo real durante la resolución de los problemas verbales, mostrando simplemente el resultado numérico y solo en algunos casos incluyendo notas que dan destellos de consideración del conocimiento del mundo real aplicado a la solución de los problemas. Analizando las respuestas y notas adicionales de los participantes se encontró evidencia que apoyó nuestra hipótesis general planteada. Como se esperaba, los alumnos en general demostraron una tendencia muy fuerte a excluir el conocimiento del mundo real y las consideraciones realistas cuando se enfrentan a los problemas (véase tabla 2). Solo 1 de los siete problemas analizados obtuvo un número mayor de respuestas que reflejan ajustes de restricciones realistas o cualificaciones basadas en consideraciones realistas.

Tabla 2. Respuestas de los alumnos a cada problema. RE es Respuesta Esperada, TE es Error Técnico, OR es Otra Respuesta, NR es No existió Respuesta y RR es Respuesta Realista, cada una se acompaña de (+) si existió un comentario considerando el mundo real en su respuesta o (-) si dio la respuesta, pero sin comentarios.

Categoría de Respuestas	Problemas						
	Autobuses	Colegio	Corredor	Matraz	Cuerdas	Tablones	Amigos
RE+	**9**	**22**	**18**	**25**	**23**	**19**	**27**
RE-					**1**		

TE+		**1**					
TE-	**1**	**2**	**3**	**2**	**5**	**2**	
OR+							
OR-		**2**	**2**	**1**	**1**	**2**	
NR+							
NR-		**2**	**1**	**2**			**2**
RR+	**14**	**1**	**6**			**3**	**1**
RR-	**6**					**4**	

Se encontró que los alumnos proporcionan un número mayor de respuestas realistas al considerar el problema del autobús, esto puede deberse a las actividades que contienen sus libros de texto, pues actualmente se maneja que pasara con el residuo cuando se trabaja con divisiones con decimales, por lo que el alumno tiene una familiaridad con este tipo de ejercicios. Otra explicación viable es el contexto que emplean los alumnos al responder ya que si consideran que los autobuses no se pueden partir proporcionan mejores respuestas.

Aun cuando se obtuvo una mayor frecuencia de respuestas realistas (RR) para el problema de los autobuses, se puede observar que los alumnos en su mayoría no consideraron el mundo real al momento de responder a los problemas pues sus respuestas muestran una falta de activación de esto, la mayoría de alumnos dan una respuesta recurriendo al algoritmo clásico por lo cual sus respuestas son las esperadas (RE), sus respuestas matemáticamente son correctas pero desde el punto de vista realista no satisfacen lo solicitado por cada problema.

De manera general, es posible decir que de los siete problemas analizados solamente el de los autobuses, el de las tablas y el del corredor fueron en los que se obtuvieron ajustes realistas en las respuestas de los alumnos. Aunque se trabajó con una muestra pequeña, los hallazgos ofrecen una imagen de lo que está pasando en el salón de clase al resolver y plantear problemas: específicamente, el pensamiento del alumno se está dejando de lado o se está suspendiendo la relación entre lo matemático y lo real, debido al uso de problemas rutinarios en la mayoría de las clases de matemáticas. A continuación, mostramos los resultados obtenidos en cada grado escolar (véanse tablas 3, 4 y 5).

Tabla 3. Respuestas de los alumnos de primer año a cada problema donde: RE es Respuesta Esperada, TE es Error Técnico, OR es Otra Respuesta, NR es No existió Respuesta y RR es Respuesta Realista, cada una se acompaña de (+) si existió un comentario considerando el mundo real en su respuesta o (-) si respondió, pero sin comentarios.

Categoría de Respuestas	**Problemas**						
	Autobuses	Colegio	Corredor	Matraz	Cuerdas	Tablones	Amigos

RE+	**2**	**8**	**6**	**9**	**8**	**5**	**10**
RE-							
TE+							
TE-		**1**			**2**	**1**	
OR+							
OR-						**1**	
NR+							
NR-		**1**		**1**			
RR+	**7**		**4**			**2**	
RR-	**1**					**1**	

Tabla 4. Respuestas de los alumnos de segundo año a cada problema donde: RE es Respuesta Esperada, TE es Error Técnico, OR es Otra Respuesta, NR es No existió Respuesta y RR es Respuesta Realista, cada una se acompaña de (+) si existió un comentario considerando el mundo real en su respuesta o (-) si emitió una respuesta, pero sin comentarios.

Categoría de Respuestas	**Problemas**						
	Autobuses	Colegio	Corredor	Matraz	Cuerdas	Tablones	Amigos
RE+	**2**	**8**	**8**	**10**	**9**	**8**	**10**
RE-					**1**		
TE+							
TE-							
OR+							
OR-		**1**					
NR+							

NR-							
RR+	**5**	**1**	**2**			**1**	
RR-	**3**					**1**	

Tabla 5. Respuestas de los alumnos de tercer año a cada problema donde: RE es Respuesta Esperada, TE es Error Técnico, OR es Otra Respuesta, NR es No existió Respuesta y RR es Respuesta Realista, cada una se acompaña de (+) si existió un comentario considerando el mundo real en su respuesta o (-) si dio la respuesta, pero sin comentarios.

Categoría de Respuestas	**Problemas**						
	Autobuses	Colegio	Corredor	Matraz	Cuerdas	Tablones	Amigos
RE+	**5**	**6**	**4**	**6**	**6**	**6**	**7**
RE-							
TE+		**1**					
TE-	**1**	**1**	**3**	**2**	**3**	**1**	
OR+							
OR-		**1**	**2**	**1**	**1**	**1**	
NR+							
NR-		**1**	**1**	**1**			**2**
RR+	**2**						**1**
RR-	**2**					**2**	

De acuerdo con los datos de cada una de las tablas se puede observar una pérdida del sentido matemático durante la solución de problemas verbales aritméticos en los cuales se debe relacionar el mundo real. Los alumnos de primer año tendieron a dar respuestas más realistas a los problemas, mayormente en el problema de los autobuses. Los alumnos de segundo año dan respuestas realistas en menor cantidad, nuevamente en el problema de los autobuses es donde un número mayor de respuestas se obtuvo. Respecto a los alumnos de tercer año se puede observar un número mucho menor en cuanto a respuestas realistas, si se comparan estos resultados entre ellos, se puede observar cómo se mencionó anteriormente que los alumnos empiezan a ser escolarizados y al mismo tiempo su aplicación del conocimiento del mundo real durante sus soluciones disminuye muy posiblemente debido al contrato didáctico el cual se empieza a hacer más fuerte conforme su escolaridad avanza.

Conclusiones

El objetivo del presente estudio fue recopilar de manera sistemática datos empíricos sobre la (falta de) activación del conocimiento del mundo real durante en la resolución de problemas matemáticos aritméticos de la escuela. Se replicó lo realizado por Verchaffel et al. (1994) y Verschaffel et al. (1997), de esta manera la atención se dirigió a las etapas iniciales y las etapas finales de la estrategia de solución. Los resultados encontrados demuestran convincentemente que los alumnos tienen fuertes tendencias a excluir el conocimiento del mundo real y las consideraciones realistas de su comprensión y solución de problemas verbales de la escuela.

Es interesante que nuestros resultados fueron muy similares a los encontrados por autores como Verchaffel et al. (1994), constituyendo un indicio de que el problema no es local ni nacional, sino que al parecer se presenta en diferentes partes del mundo, lo que en nuestra opinión lo sitúa como un tema de investigación novedoso y de interés para distintos autores.

Los hallazgos de este estudio están en línea con los reportados por Greer (1993, citado en Verchaffel et al., 1994) quien también encontró un porcentaje alto de respuestas que no mostraron ajuste por restricciones realistas como sucedió en este trabajo. Verchaffel et al (1994) menciona que en algunos casos el fracaso de los alumnos en dar una respuesta realista puede ser por la ausencia del conocimiento (o por conceptos erróneos) del contexto referido en el problema. Algunos alumnos podrían haber activado el conocimiento del mundo real durante sus procesos de solución que no se reflejó en sus protocolos escritos, simplemente porque finalmente decidieron responder y reaccionar de acuerdo con lo que se esperaba de ellos, basados en el contrato didáctico que subyace a los problemas aritméticos (De Corte & Verschaffel, 1985, citados en Verchaffel et al., 1994).

Si bien el presente estudio arroja una confirmación adicional de que los alumnos no tienden a considerar adecuadamente las suposiciones y la idoneidad del modelo matemático que subyace a sus soluciones de problemas matemáticos aritméticos escolares, no proporciona una visión más profunda de los factores que obstaculizan el desarrollo de esta tendencia y sus creencias y concepciones subyacentes.

Referencias bibliográficas

Dewolf, T., Van Dooren, W. y Verschaffel, L. (2017). Can visual aids in representational illustrations help pupils to solve mathematical word problems more realistically? *European Journal of Psychology Educational, 32* (3), 335–351.

Jiménez, L. (2012). La aplicación del conocimiento contextualizado en la resolución de Problemas matemáticos: un estudio sobre las dificultades de los niños en la Resolución de problemas no rutinarios. *Cultura y Educación, 24* (3), 351-362.

Jiménez, L. y Ramos, F. (2011). El impacto negativo del contrato didáctico en la resolución Realista de problemas. Un estudio con alumnos de 2º y 3º de Educación Primaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 9* (3), 1155-1182.

Kantowski, M. G. (1981). Problem solving. En E. Fennema (Ed.), *Mathematics education research: implication for the 80's* (pp.111-126). Reston, VA: National council of Teachers of Mathematics.

Saiz, I. (1994). Dividir con dificultad o la dificultad de dividir en Didáctica de las Matemáticas. En C. Parra e I. Saiz I. *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires: Editorial Paidós. 185-217.

Sánchez, B., Carrillo, J., Vicente, S., y Juárez, J. A. (2015). *Análisis de la interpretación alumno-Profesor al resolver problemas no rutinarios en aulas de primaria.* Trabajo presentado en la XIV CIAEM-IACME, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.

Verschaffel, L., De Corte, E. y Borghart, I. (1997) Pre-Service Teachers' Conceptions and Beliefs about the Role of Real-World Knowledge in Mathematical Modelling Of School Word Problems. *Learning and Instruction, 7* (4), 339-359.

Verschaffel, L., De Corte, E. y Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical Modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction, 4*, 273-294.

Verschaffel, L., Greer, B., y De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.