

# UN CAMBIO PARADIGMÁTICO EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR TÉCNICA PROFESIONAL DE CHILE MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: CASO INACAP

## A PARADIGMATIC CHANGE IN THE MATHEMATICS TEACHING- LEARNING PROCESS THROUGH PROBLEM-SOLVING IN CHILEAN TECHNICAL/PROFESSIONAL HIGHER EDUCATION: THE INACAP CASE

Sebastián Herrera de la Piedra, Lorena Rosas Toro  
Universidad Tecnológica de Chile, INACAP (Chile).  
herreradelapiedra@gmail.com, lorena.rosas03@inacapmail.cl

### Resumen

El presente reporte tiene como objetivo exhibir cómo una institución de Educación Técnica y Profesional de Chile está realizando un cambio progresivo en el área metodológica en las matemáticas iniciales, focalizando el aprendizaje en habilidades de Resolución de Problemas y Modelación. Dicha transición, considera la reestructuración de los descriptores de las asignaturas, la implementación de la Resolución de Problemas y Modelación en el aula y, la capacitación académica y la alineación en la concepción de qué es un problema. Se presentarán las percepciones de los académicos previo a la capacitación, algunas evidencias gráficas después de ésta e indicadores de los resultados obtenidos en las matemáticas iniciales bajo el nuevo modelo.

**Palabras clave:** resolución de problemas, programa de estudio (descriptor), capacitación y problema

### Abstract

This report is aimed at showing how a Chilean institution of Technical and Professional Education is undertaking a progressive shift in methodology in Initial Mathematics, focusing learning on problem solving and modeling skills. Such transition considers restructuring subject descriptors, implementing problem solving and modeling in the classroom, as well as academic training, and agreement in the conception of what a problem is. This report will present the perceptions of the teachers prior to training, some graphic evidence after training, and indicators of results obtained in elementary mathematics under the new model.

**Key words:** problem solving, syllabus (descriptor), training and problem

## ■ Introducción

Un problema común en las aulas de Educación Superior y en particular la Educación Superior Técnica Profesional (ESTP), consiste en limitar la Enseñanza a la transmisión de conocimientos, es decir entregar el protagonismo al académico en la entrega de los contenidos y al Estudiante el rol de receptor de este y la responsabilidad de preparar las evaluaciones según lo entregado por el Docente. En este sentido, la Universidad Tecnológica de Chile INACAP, declara en uno de sus pilares institucionales el enfoque pedagógico del *Aprender Haciendo*, una metodología que promueve el aprendizaje experiencial y experimental, con Estrategias Pedagógicas Activas, como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPro), Método de Casos, entre otros. Entonces, es así como surge nuestra interrogante de investigación: ¿Cómo se ha gestado este cambio paradigmático en dicha Institución de Educación Superior?

## ■ La Universidad Tecnológica de Chile INACAP

INACAP, es la institución de Educación Superior Chilena con mayor cobertura en matrículas, más de 120 mil estudiantes que se distribuyen en el Centro de Formación Técnica, el Instituto Profesional y la Universidad Tecnológica de Chile INACAP y que cuenta con la mayor cantidad de Sedes, un total de 26, en las 16 regiones del país.

El Área de Ciencias Básicas de la Universidad Tecnológica de Chile INACAP ha centrado sus esfuerzos en el fortalecimiento de la Educación Matemática desde los primeros niveles, poniendo énfasis en las Metodologías de Enseñanza-Aprendizaje y en el aseguramiento de la calidad de las Asignaturas de matemática inicial. Entre las iniciativas llevadas a cabo podemos destacar: la propuesta metodológica ACERPA (Aprendizaje Centrado en la Resolución de Problemas en el Aula), el Proyecto de capacitación docente ARPA (Activación de Resolución de Problemas en el Aula) y el Congreso Universitario de Educación Matemática Técnica Profesional CEMTYP (versiones 2017 y 2018), entre las más relevantes.

Las iniciativas anteriores dan cuenta de las acciones que hasta hoy han sido implementadas para su consecución; las dos primeras, desafían a los Académicos de la Institución a realizar un cambio en el Modelo Didáctico aplicado en su cátedra, (lo que no es menor), transitando así, de un Modelo Didáctico Tradicional (de Transmisión) a un Modelo Didáctico Espontaneísta (Bravo & Varguillas, 2015) y la tercera invita a compartir en Conferencias Magistrales, Reportes de Investigación, Experiencias y Talleres relacionadas en la Educación Matemática Técnica Profesional, en ésta instancia los académicos comparten las experiencias y resultados obtenidos en la transición que tienen las matemáticas iniciales de INACAP.

Para que esta transición se produzca de manera efectiva, la institución ha realizado cambios estructurales en sus programas de asignatura, jornadas e inducciones de Resolución de problema a académicos y directivos, asesorías y capacitación en otras instituciones, seguimiento a las prácticas de los académicos del área para evaluar, ajustar y retroalimentar la práctica profesional dentro del aula y desarrollar la Investigación e Innovación.

## ■ El cambio en los programas de asignatura

Antes de la intervención de ACERPA, los programas focalizaban las asignaturas de matemáticas iniciales a la adquisición de contenidos por parte del estudiante, dando el protagonismo al académico en la entrega de éstos; sin embargo, luego de establecer el perfil del estudiante y buscar un nuevo marco metodológico que se ajuste al anterior, se decide centrar las matemáticas iniciales en la Resolución de Problemas, definiendo un problema como una

situación nueva para el estudiante, ante la cual no conoce estrategias inmediatas para su solución (Isoda & Olfos, 2009).

Los programas de matemáticas iniciales han incorporado estos cambios metodológicos y declaran como estrategia en el aula el Aprendizaje Centrado en la Resolución de Problemas (ACERPA), un derivado de la Activación de Resolución de Problemas en el Aula (ARPA), así el protagonismo pasa a las manos de los estudiantes, logrando con esto que construyan un objeto matemático, bajo la mediación del académico y el andamiaje entre los estudiantes.

Con el fin de que los programas de estudio se enfoquen en la Resolución de Problemas se realizan ajustes en la articulación entre la competencia genérica, que en Matemática es la Resolución de Problemas, y el contenido, que no sólo procura que el estudiante adquiera un objeto matemático, sino que pretende que los estudiantes lo construyan, por lo que en los descriptores se declara la importancia y el valor que se le debe dar a la diversidad de estrategias de Resolución obtenidas por los estudiantes en las actividades entregadas.

**Tabla 1:** Descriptor matemática inicial (MTAN01). (INACAP,2020)

COMPETENCIA DEL PERFIL DE EGRESO ASOCIADA	INDICADOR DE DESARROLLO
Esta asignatura contribuye de manera transversal a las competencias del Perfil de egreso y a la competencia genérica Resolución de Problemas Nivel N°1	Esta asignatura contribuye de manera transversal al logro de los indicadores de las competencias del Perfil de egreso.
COMPETENCIA GENÉRICA	NIVEL DE DOMINIO
Resolución de Problemas	Nivel 1 - Resuelve problemas que involucran un número limitado de variables, en operaciones propias de la especialidad, aportando a la eficiencia de los procesos.

En la Tabla 1, se puede observar la descripción de la competencia genérica y el nivel de dominio que se debe desarrollar en los estudiantes de las matemáticas iniciales, además de relacionar y explicitar la competencia genérica con la consecución del perfil de egreso declarado en cada una de las carreras que se imparten en la institución. la progresión del desarrollo de la competencia genérica de Resolución de Problemas se ha categorizado en tres niveles los que se desarrollan progresivamente durante la carrera académica del estudiante en INACAP, estos son:

*Nivel 1:* Resuelvan problemas que involucran un número limitado de variables, en operaciones propias de la especialidad, aportando a la eficiencia de los procesos.

*Nivel 2:* Resuelve problemas integrando diversas variables, en sistemas y procesos propios de la especialidad, aportando a su mejora y optimización.

*Nivel 3:* Resuelve problemas simultáneos y/o de carácter multidisciplinario, en el ámbito de la especialidad, aportando al conocimiento en su disciplina y quehacer profesional.

Los estudiantes que aprueban la matemática inicial no sólo han cumplido los Aprendizajes Esperados declarados, además se asegura el desarrollo de la Competencia Genérica en su Nivel 1.

Las matemáticas iniciales poseen seis unidades: I. Resolución Algebraica; II. Manipulación Algebraica; III. Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones; IV. Funciones Polinómicas. V. Funciones Exponenciales y Logarítmicas; VI. Progresiones Geométricas y Aritméticas. La estructura de cada Unidad se muestra en el Tabla 2:

**Tabla 2:** Descriptor matemática inicial (MTAN01): Unidad I: Resolución de Problemas. (INACAP,2020)

UNIDADES DE APRENDIZAJE		
I.- Resolución de problemas.		HORAS DE LA UNIDAD: 14
		Horas Presenciales: 14 Horas Online: 0
APRENDIZAJES ESPERADOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	CONTENIDOS MÍNIMOS OBLIGATORIOS
1.1.- Resuelve problemas de la disciplina y/o especialidad, que permita la construcción de conocimiento matemático basal para el aprendizaje del álgebra y las funciones. (Integrada Competencia Genérica Resolución de Problemas)	1.1.1.- Modelando múltiples situaciones, a través de la transición aritmético algebraica. 1.1.2.- Generalizando regularidades numéricas. 1.1.3.- Representando regularidades, mediante su registro algebraico, verbal o gráfico. 1.1.4.- Calculando áreas y perímetros de figuras geométricas rectangulares. 1.1.5.- Calculando los términos de una regularidad numérica a partir de arreglos rectangulares. 1.1.6.- Argumentando estrategias emergentes y resultados propuestos. 1.1.7.- Comunicando sus conclusiones. 1.1.8.- Analizando situaciones problemáticas establecidas. 1.1.9.- Considerando información, variables y criterios establecidos.	1.- Regularidades: Construcción de regularidades lineales y cuadráticas, a través de una transición numérica algebraica. Representación gráfica, algebraica y pictórica de una regularidad. 2.- Figuras rectangulares: Área y perímetro de figuras rectangulares. Construcción de regularidades cuadráticas a partir de arreglos rectangulares. Cálculo de trazos de figuras rectangulares compuestas. 3.- Argumentación en la resolución de problemas matemáticos: Datos. Justificación. Fundamentos. Conclusión. 4.- Comunicación de resultados de la resolución de problemas matemáticos: Unidireccional. Contributiva. Reflexiva. Instructiva. 5.- Introducción al uso de calculadora y/o Geogebra como herramienta para la resolución de problemas genéricos.

El Tabla 2 enseña la Unidad I, llamada Resolución de Problemas, entrega el Aprendizaje Esperado, los Criterios de Evaluación y los Contenidos Mínimos Obligatorios que se deben abordar, el primero manifiesta explícitamente que se debe integrar la competencia genérica de Resolución de Problemas, así los estudiantes al término de la unidad deben ser capaces de Resolver Problemas asociados a la disciplina y/o especialidad, utilizando estrategias que emergen de la acción de resolver problemas, argumentando y razonando matemáticamente; además, entrega los

Criterios con los que se evidencia el nivel de logro del Aprendizaje Esperado, por lo que apuntan a que los estudiantes demuestren la habilidad de Modelar, Generalizar, Argumentar y Comunicar sus conclusiones; los Contenidos Mínimos Obligatorios son elementos trascendentales, ya que no están focalizados en la construcción de un objeto matemático en particular, sino que explicita los elementos que permiten desarrollar las Habilidades de Resolución de Problemas, Modelación, Argumentación y Comunicación, como son la organización y representación de la información, la justificación y comunicación de conclusiones.

**Tabla 3:** Descriptor matemática inicial, (MTAN01): Unidad IV: Funciones Polinómicas. (INACAP,2020)

4.- Funciones polinómicas.		HORAS DE LA UNIDAD: 16
		Horas Presenciales: 16    Horas Online: 0
APRENDIZAJES ESPERADOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	CONTENIDOS MÍNIMOS OBLIGATORIOS
4.1.- Resuelve problemas de la disciplina y/o especialidad, que involucren tópicos de funciones polinómicas de grado 0, 1 y 2. (Integrada Competencia Genérica Resolución de Problemas)	4.1.1.-Representando funciones polinómicas de grado 0, 1 y 2, mediante su registro algebraico, pictórico, literal o gráfico. 4.1.2.- Calculando imágenes y/o pre imágenes de funciones polinómicas. 4.1.3.- Identificando las características principales de las funciones polinómicas de grado 0, 1 y 2. 4.1.4.- Seleccionando métodos y procedimientos establecidos. 4.1.5.- Aplicando métodos establecidos.	1.- Estrategias, argumentación y comunicación de resultados en la resolución de problemas matemáticos. 2.- Conceptos fundamentales de funciones. 3.- Funciones polinómicas: Definición de función polinómica. Representación gráfica de funciones polinómicas de grado 0, 1 y 2. Intersección de funciones polinómicas de grado 0, 1 y 2. Álgebra de funciones polinómicas. 4.- Introducción al uso de calculadora y/o Geogebra como herramienta para la resolución de problemas que involucren tópicos de funciones polinómicas.

La estructura de las siguientes Unidades siguen el modelo de la Unidad I, la diferencia se encuentra en que hacen referencia a un objeto Matemático; por ejemplo la unidad IV (Tabla 3), lleva por nombre Funciones Polinómicas, teniendo como Aprendizaje Esperado, Resolver problemas de la disciplina y/o especialidad, que involucren funciones polinómicas de grado 0, 1 y 2 (Integrada Competencia Genérica Resolución de Problemas), por lo que la implementación de la unidad debe realizarse con la propuesta metodológica ACERPA (Aprendizaje Centrado en la Resolución de Problemas en el Aula). Y en los contenidos se explicita la importancia de valorar e indagar en la importancia de las estrategias, argumentación y comunicación de resultados en la resolución de problemas matemáticos, además de incorporar los elementos que definen y representan a las Funciones Polinómicas. Para cada unidad se diseñó un conjunto de problemas que forman una secuencia didáctica que permiten lograr en toda su dimensión el programa de la asignatura, tanto la competencia genérica como el objeto matemático asociado a cada Unidad.

**Tabla 4:** Descriptor matemática inicial, (MTAN01): Sistema de Evaluación Unidad I. (INACAP,2020)

<i>UA</i>	<i>Criterios de Evaluación</i>	<i>Procedimiento de Evaluación</i>	<i>Instrumento de Evaluación</i>	<i>Evidencia</i>	<i>Observaciones</i>	<i>% Parcial</i>
1	1.1.1 Modelando múltiples situaciones, a través de la transición aritmético algebraica. 1.1.2 Generalizando regularidades numéricas. 1.1.3 Representando regularidades, mediante su registro algebraico, verbal o gráfico. 1.1.4 Calculando áreas y perímetros de figuras geométricas rectangulares. 1.1.5 Calculando los términos de una regularidad numérica a partir de arreglos rectangulares. 1.1.6 Argumentando estrategias emergentes y resultados propuestos. 1.1.7 Comunicando sus conclusiones. 1.1.8 Analizando situaciones problemáticas establecidas 1.1.9 Considerando información, variables y criterios establecidos.	Aprendizaje Centrado en la Resolución de Problemas en el Aula (ACERPA)	Pruebas de desarrollo	Problemas resueltos relacionados con la disciplina y/o especialidad, que permita la construcción de conocimiento matemático basal para el aprendizaje del álgebra y las funciones.	Considerar como base del instrumento de evaluación aquellos problemas sugeridos en el diseño instruccional elaborado por el Área de Ciencias Básicas de la VRA. Este instrumento debe tener una parte grupal (30%) y una parte individual (70%). El tiempo destinado para la aplicación del instrumento es de 80 minutos. El uso de calculadora es fundamental.	10%

La evaluación (Tabla 4) es otro elemento que cobra relevancia en el descriptor y articula la Competencia Genérica, Aprendizaje Esperado y Contenidos, siendo construida con el objetivo que el estudiante evidencia el cumplimiento de los Criterios de Evaluación. La Unidad I se desarrolla mediante la estrategia del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), se utiliza un instrumento de desarrollo, evaluado mediante una Rúbrica, entregando valor al resultado obtenido, a las diversas estrategias que se utilizan para resolver los problemas, al nivel de conclusiones y fundamentación que los estudiantes entregan de sus conclusiones, estrategias y resultados; la evaluación tiene dos etapas: una grupal y una individual. El resto de las unidades se realizan con el mismo Procedimiento de Evaluación, ABP, de desarrollo, en estos casos, son contestadas y analizadas individualmente, su corrección se realiza mediante una Pauta de Corrección abierta, es decir, se valorarán todas las estrategias que permitan dar solución a los problemas evaluados, aunque estas no hayan sido consideradas en la Pauta sugerida, estas deben ser correctas matemáticamente y bien fundamentadas. Cada una de las evaluaciones es confeccionada por un equipo externo al cuerpo académico que imparte la asignatura.

El logro del nuevo programa depende de la implementación que realiza el académico, es por ello que el nuevo programa viene acompañado de un paquete de problemas distribuidos en una secuencia didáctica para cada unidad,

Actividades de Trabajo Autónomo (ATA) que complementan y profundizan las actividades realizadas en el aula y la elaboración de una plataforma de trabajo con Actividades Geogebra que dinamizan el trabajo del Estudiante.

### ■ La capacitación, el inicio

Para lograr la transición metodológica, no sólo se debe realizar un cambio estructural en los programas de las asignaturas, preparar materiales, actividades y evaluaciones articuladas a los programas, además se debe proveer de herramientas metodológicas a los académicos que permitan implementar de manera efectiva dichos cambios, por este motivo se imparte el “Diplomado en Didáctica de la Matemática: innovación centrada en el proceso de modelación y Resolución de Problemas” (Pontificia Universidad Católica de Valparaíso) a los académicos del Área de Matemática, cuyo propósito entregar al docente herramienta didácticas y matemáticas. Terminado el Diplomado se implementa un taller de Estudio de Clases, con la participación del Doctor Arturo Mena, con la finalidad de discutir y reflexionar acerca de los cambios que se incorporarán en los programas de las matemáticas iniciales.

Luego, se realizar el taller de Activación de Resolución de Problemas en el Aula (ARPA) por la Universidad de Chile, el que busca desarrollar capacidades de Resolver Problemas, autonomía, aprendizaje colaborativo, razonamiento y comunicación de la Matemática en el estudiante (Perdomo & Felmer, 2017). Dicha estrategia está basada en la Resolución de Problemas con una estructura definida, que distingue 4 etapas dentro de una cátedra: *Entrega, Activación, Consolidación y Discusión* (Perdomo & Felmer, 2017). ARPA llega a INACAP el Año 2015, con su Taller RPAula, acá donde los académicos resuelven problemas, los planifican e implementan problemas en el aula (ARPA, 2018), en esta instancia han participado 92 académicos; una vez que los académicos finalizan el Taller RPAula, participan en el Taller RPContenidos, que pretende que los académicos elaboran problemas articulados al programa de asignatura, (ARPA, 2018).

Hoy, INACAP a ARPA lo referencia en sus Descriptores de asignatura como ACERPA y los académicos que realizaron el Diplomado de Didáctica de la Matemática (Pontificie Universidad Católica de Valparaíso) y los Talleres de RPAula y RPContenido (Universidad de Chile), son los responsables de compartir y entregar las herramientas para una efectiva aplicación del programa bajo Metodología de Resolución de Problemas, todo esto a cargo del equipo de ARPA.

Dentro de los objetivos de la capacitación están el contar con académicos competentes en la aplicación de la Resolución de Problemas mediante la estrategia ARPA y crear un equipo experto que haga sustentable por INACAP la capacitación de nuevas sedes. Así INACAP cuenta con 5 monitores certificados los que, hoy en día, han llevado la Metodología a otras 5 sedes.

Para apoyar las instancias anteriores, el equipo de Ciencias Básicas de INACAP en el año 2015, implementa un Taller para profundizar en el enfoque de la Resolución de Problemas, cuyo propósito es apoyar a los docentes en la implementación de actividades de Resolución de Problemas en la enseñanza de la Matemática, mediante el análisis a priori de los conocimientos matemáticos puestos en juego al resolver una tarea matemática.

#### Una clase en INACAP

En cada una de las sesiones de las matemáticas iniciales se implementa la Estrategia ARPA, está tiene una estructura definida que distingue 4 etapas dentro de una cátedra: *Entrega, Activación, Consolidación y Discusión* (Perdomo & Felmer, 2017).

Cada unidad del descriptor o programa de las matemáticas iniciales tiene asociado un grupo de problemas, que en su conjunto forman una secuencia didáctica los que evolucionan en niveles crecientes de dificultad Genicio, Hernández & Forcinito, 2008), los problemas se transforman en un reactivo, cada uno diseñado con el objetivo que

los estudiantes construyan en equipo un objeto matemático y sea consolidado por parte de cada uno de los estudiantes, generando conocimiento matemático a partir de prácticas socialmente situadas (Soto & Cantoral, 2014).

La primera sesión consta de dos partes, la primera tiene como finalidad dar una bienvenida a los estudiantes, realizar un encuadre de la asignatura, explicar la Metodología de Resolución de Problemas, los lineamientos generales del trabajo en el aula, explicar a los estudiantes lo que se entiende como problema matemático en INACAP y mostrar el material complementario de trabajo que se encuentra en la plataforma Online de la asignatura. En lo que se refiere a la metodología de trabajo, se explica el rol que tendrá el académico y los estudiantes durante las sesiones, las características de los problemas y de las habilidades que se quieren desarrollar durante cada unidad; en el caso de los lineamientos generales de trabajo, el académico explica:

1. Que en todas clases del curso serán separado en grupos de 3 a 4 estudiantes de forma aleatoria, de tal manera que en cada clase los grupos sean distintos;
2. Que se les entregará una copia del problema a cada miembro del grupo y se espera que los estudiantes lo lean y discutan antes de llamar al académico en caso de dudas;
3. Que el académico en caso de dudas intervendrá en base a preguntas;
4. Que el problema está resuelto cuando cada uno de los integrantes del grupo son capaces de explicar comprensivamente la estrategia utilizada y la solución al problema;
5. Cuando todos los grupos terminen el problema se discutirán las estrategias y soluciones encontradas por cada grupo en un plenario;
6. Que no se puede interactuar entre los grupos. La primera parte de la sesión finaliza explicando a los estudiantes la concepción de problema matemático para INACAP, entendiendo como problema una situación nueva para el estudiante, ante la cual no conoce estrategias inmediatas para su solución (Isoda & Olfos, 2009).

En la segunda parte de la clase se realiza el primer problema de la asignatura, en donde se implementa la Estrategia de Resolución de problemas en sus cuatro etapas.

- La primera etapa es la *Entrega*; para ello, se separa el curso en grupos de 3 a 4 estudiantes los que se distribuyen en el espacio de la sala de tal manera que no se interrumpan entre los grupos, se crea una atmósfera positiva hacia la actividad y se entrega el problema para que los estudiantes lo lean y tengan una primera discusión de acercamiento a la comprensión del problema. En el caso de que un grupo tenga dudas al iniciar el problema, deberá llamar al académico, el que realizará preguntas previamente preparadas en la planificación acerca del enunciado, lo que se entendió del problema y sobre posibles formas de abordarlo (Perdomo & Felmer, 2017), la comprensión del problema e inicio del trabajo marca el momento del paso a la segunda etapa de la estrategia, lo que no necesariamente ocurre con todos los grupos en el mismo momento;



(a)



(b)

**Figura 1.** (a) y (b) Estudiantes tienen una primera discusión de acercamiento a la comprensión del problema

- La *Activación*, se caracteriza en que cada grupo trabaja de manera autónoma. Una vez que los estudiantes inician la tarea, si el académico llegase a interactuar con los grupos debe hacerlo sólo a través de preguntas al grupo o a un integrante específico de éste; las preguntas pueden enfocarse en un elemento específico del problema o en la simplificación de éste para ayudar a la comprensión y a generar estrategias que permitan dar solución al problema. En esta etapa, se debe lograr la comunicación entre los integrantes del grupo (Perdomo & Felmer, 2017). Durante la activación, los estudiantes van generando diversas estrategias de resolución, por lo que el académico debe estar monitoreando el trabajo de cada grupo, ya que en la última etapa de la clase se trabajará con los análisis, hipótesis, errores y conclusiones que cada grupo obtuvo en esta etapa;



(a)



(b)

Figura 2. (a) y (b) Los académicos monitorean el trabajo de cada grupo

- El momento en que los estudiantes creen haber encontrado la solución al problema y llaman al académico para comunicar las conclusiones obtenidas, marca el inicio de la tercera etapa: la *Consolidación*. Ésta es la instancia en que se debe evaluar la pertinencia de las respuestas entregadas por el grupo, se evalúa si cada integrante del grupo comprendió y si es capaz de explicar la estrategia utilizada para dar solución al problema; en el caso de que el grupo cumpla estas dos condiciones, se harán nuevas preguntas acerca del problema, con la finalidad de que los estudiantes extiendan y profundicen en la comprensión del problema (Perdomo & Felmer, 2017). La intervención del académico en esta etapa busca que los estudiantes puedan comunicar sus razonamientos matemáticos, interactuar entre los integrantes del grupo y mostrar sus diferentes modelos o representaciones del problema;



(a)



(b)

Figura 3. (a) y (b) Los académicos monitorean el trabajo de cada grupo

- La última etapa de la clase es la *Discusión*; acá se promueve la participación de todo el curso y su objetivo es la presentación de las distintas estrategias, errores, hipótesis y soluciones que emergieron producto del trabajo realizado por cada grupo (Perdomo & Felmer, 2017). La pizarra sirve para dejar evidencia de los elementos que se debaten en la plenaria; por este motivo, el académico tiene que dar un orden a esta etapa seleccionando las opiniones e intervenciones de los grupos, según lo observado en la Activación y Consolidación. Generalmente, el Plenario comienza solicitando a un grupo o a algunos estudiantes del curso que expliquen el problema, sus alcances e impresiones generales; luego, se direccionan las preguntas a los

grupos entorno a conocer las distintas hipótesis iniciales y los errores cometidos a partir de éstas. La clase finaliza cuando se presentan en el pizarrón las estrategias que permitieron dar solución al problema y se debate y argumenta acerca de sus diferencias, limitaciones y condiciones, de tal manera que los estudiantes opten por la más eficiente; con ello, se pretende colaborar con el rediseño del Discurso Matemático Escolar (DME), sin imponer un procedimiento o única argumentación y significado, evitando en algún grado la violencia simbólica (Soto & Cantoral, 2014).

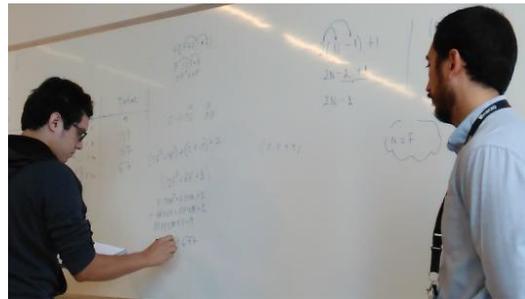


Figura 4. Se presentan las estrategias que permitieron dar solución al problema

## ■ Conclusiones

Como se mencionó previamente, el equipo de Ciencias Básicas de INACAP realizó un Taller de Resolución de Problemas para los académicos del Área de Matemática. Como primera actividad del taller, se aplicó una encuesta con el objetivo de conocer la percepción de los académicos acerca de la Resolución de Problemas. Alguno de los reactivos hacía referencia a: entregar una definición de Problema y ejercicio Matemático; nombrar ventajas y desventajas asociadas al enfoque de la Resolución de Problemas en el Aula; describir el Rol del Docente en la aplicación del enfoque de Resolución de Problemas; clasificar como problema o ejercicio un conjunto de enunciados fundamentado dicha opinión.

Respecto a la pregunta acerca de qué es un problema en Matemática, los académicos caracterizan un problema como una situación contextualizada que debe ser traducido a Matemática, que necesita de un Metodología o estrategia para llegar a la solución, la que se debe argumentar y comunicar, lo que podemos observar en las siguientes evidencias:

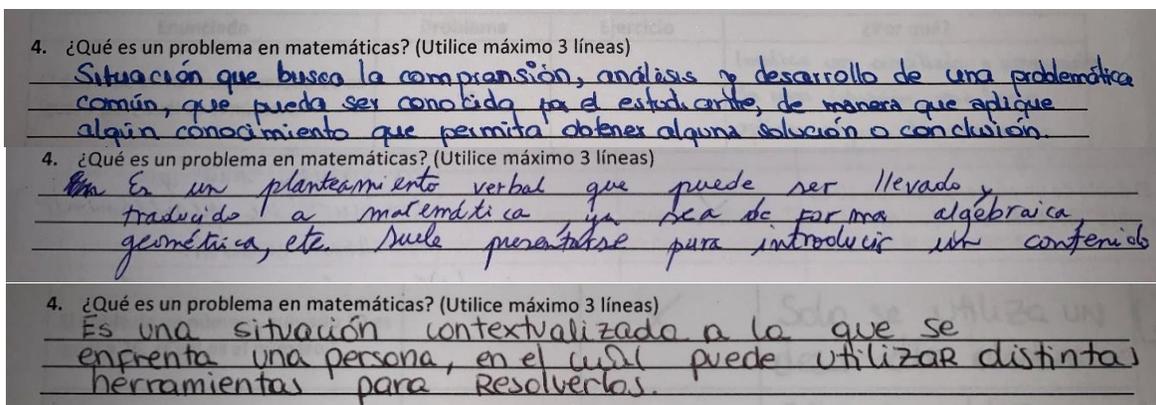


Figura 5. Evidencias de Respuestas de Académicos sobre la definición de un problema en Matemática

Cuando describen qué es un ejercicio en Matemática es considerado, en general, como una operación o aplicación Matemática sin contexto que no necesita un análisis profundo; es decir, donde sólo se utiliza la operatoria; algunos ejemplos de respuestas de los académicos son:

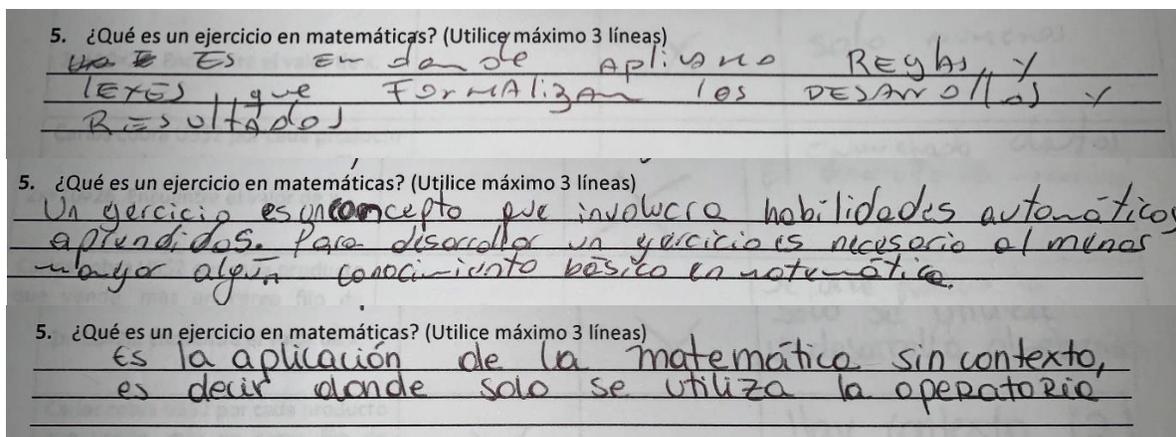


Figura 6. Evidencias de Respuestas de Académicos sobre la definición de un ejercicio en Matemática

Cuando a los académicos se les pide clasificar tareas matemáticas, reafirman la información entregada previamente.

Enunciado	Problema	Ejercicio	¿Por qué?
El doble de un número, sumado 10 es igual a 26. ¿Cuál es el número?	X		Implica un análisis y comprensión de una situación para luego aplicar algunos herramientas.
$2x+10=26$ . Encuentre el valor de $x$ .		X	Requiere uso de conocimientos previos y aplicación de definiciones o lemas.
Carlos cobra US\$2 por cada producto que vende, más un cargo fijo de US\$10 por despacho. Si un cliente pagó US\$26 por una compra con despacho, ¿Cuántos productos compró el cliente?	X		Detalla una situación particular de manera que se debe hacer la solución o conclusión requerida.
$2(x+5) = 2(x+13) - 2x$ . Encuentre el valor de $x$ .		X	Requiere uso de definiciones y lemas; de manera más directa.

Enunciado	Problema	Ejercicio	¿Por qué?
El doble de un número, sumado 10 es igual a 26. ¿Cuál es el número?	X		Es verbal y hay que traducir en planteamiento de una ecuación.
$2x+10=26$ . Encuentre el valor de $x$ .		X	Es más directo, sólo hay que despejar la "x".
Carlos cobra US\$2 por cada producto que vende, más un cargo fijo de US\$10 por despacho. Si un cliente pagó US\$26 por una compra con despacho, ¿Cuántos productos compró el cliente?	X		Hay que llevarlo a un planteamiento matemático de ecuación.
$2(x+5) = 2(x+13) - 2x$ . Encuentre el valor de $x$ .		X	Idem (*)

Enunciado	Problema	Ejercicio	¿Por qué?
El doble de un número, sumado 10 es igual a 26. ¿Cuál es el número?		✓	No se requiere de análisis o comprensión de la situación.
$2x+10=26$ . Encuentre el valor de $x$ .		✓	Se trata de una ecuación, se despeja la "x".
Carlos cobra US\$2 por cada producto que vende, más un cargo fijo de US\$10 por despacho. Si un cliente pagó US\$26 por una compra con despacho, ¿Cuántos productos compró el cliente?	✓		Se requiere de una ecuación, se traduce y se resuelve el problema.
$2(x+5) = 2(x+13) - 2x$ . Encuentre el valor de $x$ .		✓	Se simplifica, no requiere de un análisis.

Figura 7. Evidencias de Respuestas de Académicos sobre la clasificación de un ejercicio en Matemática

La información entregada por la encuesta de percepción permitió concluir que las creencias personales y los distintos procesos de formación académica generan dispersión al momento de pedir sus opiniones acerca de conceptos relacionados al grado que el académico tiene. Así, se concluye que es fundamental generar instancias de capacitación que se focalicen en la implementación de estrategias de Resolución de Problemas en el Aula, además de enfatizar en las concepciones y definiciones que INACAP pretende implementar en sus aulas.

La implementación del Taller de Estudio de Clases asesorados por una eminencia internacional en Didáctica de la Matemática (como el Doctor Arturo Mena), permitió concluir que no sólo se debía realizar un cambio en los

Programas de Estudio, sino que además se debían generar Situaciones de Aprendizajes para que las sesiones de Matemática tuvieran un enfoque constructivista con el propósito de que los estudiantes generasen su conocimiento, orientados por directrices de trabajo, cuidadosamente diseñadas, y que se basan en los contenidos a esa clase, además de generar instancias de colaboración que permitan mejorarlas, aprender metodologías y conocer mejor, tanto a los alumnos como a la propia práctica.



**Figura 8.** Taller de Estudio de Clases

La Universidad Tecnológica de Chile INACAP tiene 26 Sedes, con presencia en las 16 regiones de Chile; además, en cada una de ellas imparte matemáticas iniciales con distintos códigos en los Semestres de Otoño y Primavera. Dichos códigos y semestre dependen de la Escuela y Área Académica. En el semestre Otoño 2019 (Primer Semestre), los estudiantes matriculados que rindieron matemática inicial fueron 31.285; de ellos, el 62,69% aprobó la asignatura y el porcentaje promedio de Asistencia de los estudiantes fue de un 75,55%. Dichos resultados son considerados positivos por la Institución, los que se pretenden mejorar con nuevas instancias de formación y capacitación continua.

### ■ Referencias bibliográficas

- ARPA (2018). Activando la Resolución de Problemas en el Aula. Obtenido de ARPA: <http://www.arpamat.cl/nuestra-iniciativa>.
- Bravo Mancero, Patricia, & Varguillas Carmona, Carmen Siavil (2015). *Estrategias didácticas para la enseñanza de la asignatura Técnicas de Estudio en la Universidad Nacional de Chimborazo*. Sophia: colección de Filosofía de la Educación, 19(2), pp. 271-290.
- Genicio, M., Hernández, C. and Forcinito, S. (2008). Sistema de Ecuaciones lineales: Secuencia didáctica para su enseñanza. Estado de México: Patricia Lestón, pp.190-200.
- INACAP (2020). *Descriptor Matemática, (MTAN01)*. Recuperado 05 de mayo del 2020 de <http://siga3.inacap.cl/AAPEDescriptor/ShowAsig.aspx?idasig=MTAN01>
- Isoda M, & Olfos, R. (2009). *El enfoque de la Resolución de Problemas en la enseñanza de la Matemática a partir del Estudio de Clases*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Perdomo, J., & Felmer, P. (2017). *El taller RPAula: Activando la Resolución de Problemas en las Aulas*. Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 21, 425-444.
- Soto, Daniela, & Cantoral, Ricardo. (2014). *Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una Visión Socioepistemológica*. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 28(50), 1525-1544. <https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a25>.