

BILLETES DECIMALES, MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

DECIMAL BANKNOTES, DIDACTIC MATERIAL FOR TEACHING OF THE DECIMAL NUMBERING SYSTEM

Olga Emilia Botero Hernández
Universidad de Antioquia (Colombia).
oebotero@gmail.com

Resumen

Se presenta a continuación el material didáctico denominado billetes decimales, que surgió como una posible respuesta a las dificultades particulares que se observaron en un grupo de estudiantes de educación básica primaria. Se analizaron los diferentes enfoques didácticos relacionados con la enseñanza del sistema de numeración decimal y se diseñó un conjunto de fichas con denominaciones de potencias de 10 que pudiesen representar las unidades de diferente orden del sistema de numeración decimal posicional, con las cuales los niños interactuaron de forma concreta en diversos contextos cotidianos para ellos. Después de emplearlos se concluyó que favorecieron en los niños su comprensión de las relaciones y propiedades del sistema de numeración decimal y de las operaciones básicas de adición y sustracción.

Palabras clave: billetes decimales, sistema numeración decimal

Abstract

This paper presents the teaching material called decimal bills, which arose as a possible answer to the specific difficulties observed in a group of primary basic education students. Different approaches related to the decimal number system were analyzed. So, a set of cards was designed, involving base-ten power denominations that could represent the different-order units of the positional decimal number system, which the children interacted with, specifically in their different daily contexts. After putting such cards into practice, it was evidenced they enhance children' understanding of the decimal number system properties and relationships, as well as, addition and subtraction basic operations.

Key words: decimal bills, decimal number system

■ Introducción

En este trabajo se presenta el material didáctico Billetes Decimales, el contexto en el cual tuvo su origen, los referentes teóricos que soportan su diseño y su utilización en el aula de clase, algunos ejemplos de tareas que se han desarrollado con los niños y algunas conclusiones que se han derivado de las experiencias e investigaciones, posteriores a su diseño, en las cuales se han utilizado los billetes decimales. Este material se diseñó con el propósito de constituir una propuesta para la enseñanza de las matemáticas en los primeros grados de escolaridad, de manera particular para la enseñanza del Sistema de Numeración Decimal (en adelante SND) y de las formas básicas de calcular adiciones y sustracciones, como respuesta a las múltiples dificultades que se observaron en los estudiantes de estos grados iniciales, con relación a las nociones mencionadas.

Al incluir este material en el proceso de enseñanza y aprendizaje del SND se pretende que los niños alcancen un mayor nivel de comprensión de las relaciones entre las unidades de diferente orden y de las características del funcionamiento del SND, de modo que, de acuerdo con Terigi y Wolman (2007) el proceso de aprendizaje del SND y de las operaciones adición y sustracción se lleve a cabo, por parte de los niños, de manera simultánea y que sus estrategias de cálculo no dependan de manera exclusiva de la utilización de los algoritmos convencionales con lápiz y papel.

El aporte fundamental de los billetes decimales a la matemática educativa es ofrecer a los docentes un medio que permita a los niños que están en el proceso de constitución del SND y de aprendizaje de las Estructuras Aditivas (Vergnaud, 1991) y sus operaciones adición y sustracción, comprender los principios que rigen el sistema y las operaciones subyacentes a la notación numérica (Terigi y Wolman, 2007), de manera que puedan representar y manipular las unidades del SND y sus relaciones de forma concreta. Este material permite superar algunas dificultades que se presentan al emplear otros materiales que se utilizan en la escuela para la enseñanza del SND. Con relación al ábaco, la principal ventaja que presentan los billetes es que la relación de equivalencia entre una decena y diez unidades se hace evidente, en tanto al trabajar con este instrumento, esta relación no es evidente ya que la arandela que se retira de la segunda barra (la de las decenas) es exactamente igual a las que están en la primera barra (la de las unidades), haciendo que los niños presenten confusiones acerca del SND pues tanto la arandela de la unidad como la de la decena son idénticas y su uso se restringe a la representación de numerales en las barras del ábaco. En cuanto a los bloques de Dienes, la ventaja que presentan los billetes decimales consiste en permitir que se lleve a cabo una abstracción con respecto a las unidades de diferente orden y se reconozcan como cantidades, en tanto dicho material, por su diseño, conlleva a la realización de conteos uno a uno, sin establecer una abstracción sobre las equivalencias entre las unidades de diferente orden.

Una de las posibilidades más relevantes en cuanto al uso de los billetes decimales es que permite hacer explícitas las relaciones de adición presentes en la representación numérica de nuestro Sistema de Numeración Decimal, potenciar habilidades de cálculo mental y posibilitar así la comprensión y posterior uso de algoritmos convencionales en tanto permite dotar de significado las reglas subyacentes a su utilización a partir de la composición y descomposición en las unidades del sistema. El trabajo con los billetes decimales en la escuela permite que los estudiantes realicen procesos como composición y descomposición de unidades, fundamentales para la comprensión de los algoritmos convencionales de adición, sustracción y división.

El presente artículo está compuesto por cuatro apartados, el primero corresponde a la descripción del contexto y de la problemática que dio origen a los billetes decimales, en el segundo apartado se presentan los referentes a nivel teórico que fundamentan la pertinencia y las características propias del material en cuestión, en el tercero se presentan tareas que se han desarrollado con los niños y, por último, el lector podrá encontrar algunas de las conclusiones que se han derivado de la implementación de tareas con los billetes decimales en investigaciones y experiencias de aula.

■ Problemática

Los billetes decimales surgieron en el contexto de la clase de matemáticas del segundo grado de básica primaria en un colegio privado de la ciudad de Medellín, Colombia, en el año 2010. Al inicio del año escolar se lleva a cabo, en este colegio, un repaso general de las nociones y conceptos abordados durante el grado primero, durante este repaso inicial del sistema de numeración decimal (SND) y de las operaciones adición y sustracción los niños debían resolver diversas tareas en el aula que implicaban descomponer cantidades en unidades, decenas y centenas y realizar adiciones sencillas.

Ante estas tareas los niños manifestaron la necesidad de dibujar una casilla conformada por tres columnas y sus correspondientes encabezados de unidades, decenas y centenas para descomponer los números y recurrieron, de manera exclusiva, a la escritura de las sumas y restas de forma vertical para hallar su resultado. Mostrando así poca habilidad para establecer las relaciones entre las diferentes unidades del SND, sus descomposiciones y sus valores relativos y absolutos. De la misma manera que se evidenció en los niños dificultad para componer y descomponer cantidades y poco dominio de las reglas que subyacen al funcionamiento del SND. En la imagen 1 se muestra la descomposición en unidades, decenas y centenas de tres números diferentes, realizadas por los niños durante las actividades de repaso.

C	d	u
1	3	2
	4	5
3	7	8

Imagen 1: Casilla empleada convencionalmente para descomponer cantidades.
(Fotografía tomada el 18 de febrero de 2010)

Ante este panorama toman fuerza los planteamientos de Brissiaud (1993), quien afirma que cuando los niños comienzan el aprendizaje del SND y de las operaciones básicas es necesario conducirlos a realizar procesos de cálculo, que vayan más allá del conteo con colecciones analógicas y que les permitan establecer relaciones entre cantidades a partir de su representación simbólica. En esta etapa es fundamental desarrollar tareas a partir de materiales que le permitan al niño comprender la estructura del sistema de numeración decimal (Obando, Vanegas & Vásquez, 2006), para lo cual Martínez (2000), propone utilizar material estructurado que tenga de manera visible unos, dieces y otras potencias de 10.

A partir de lo propuesto por Martínez (2000), se implementó en el aula en la que se evidenciaron las dificultades mencionadas, un proyecto acerca de la tienda, en el que la moneda a emplear eran billetes con denominaciones de \$1, \$10, \$100 y \$1000 para que los niños manipularan las unidades del SND y establecieran relaciones entre ellas. Este material les permitió descomponer numerales como el 132 de diferentes formas, a saber: la estándar, en la que se pone de manifiesto la adición, que existe entre cada potencia de diez, correspondiente a un billete de \$100, tres billetes de \$10 y dos billetes de \$1, y formas alternativas a partir de cambios entre unidades, como en un billete de \$100, dos billetes de \$10 y doce billetes de \$1, entre otras. En la imagen 2 se observan cuatro posibles maneras de descomponer el 132.

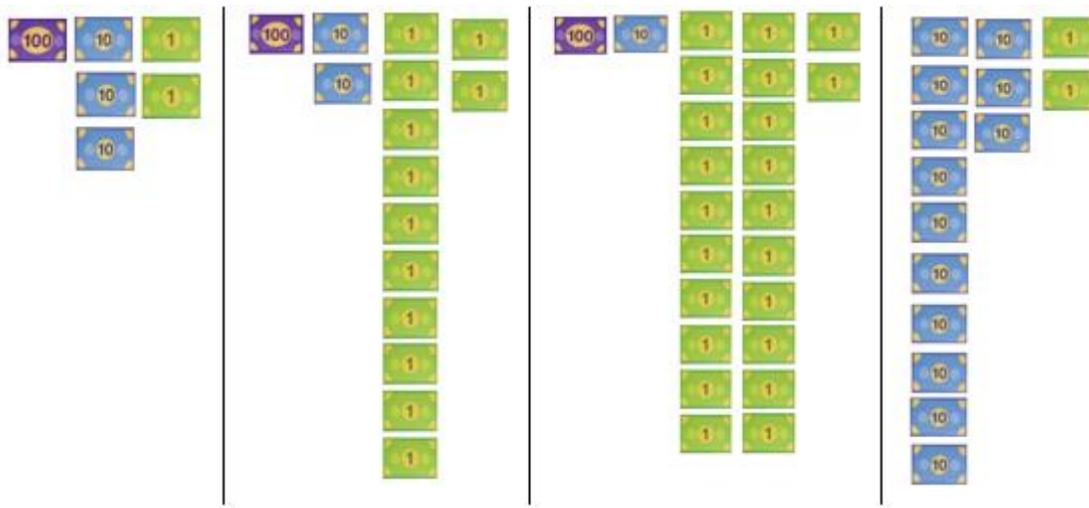


Imagen 2: Arreglos posibles para representar el 132.
Elaboración propia.

Los niños realizaron adiciones y sustracciones sin recurrir exclusivamente al algoritmo vertical, pues en cálculos como $13 + 18$, lograron concluir que un billete de \$10 más otro billete de \$10 son \$20 y los tres de \$1 y los 8 de \$1 permiten tener once de \$1, de los cuales diez se pueden cambiar por uno de \$10, para un total de \$31. El procedimiento descrito se observa en la imagen 3.

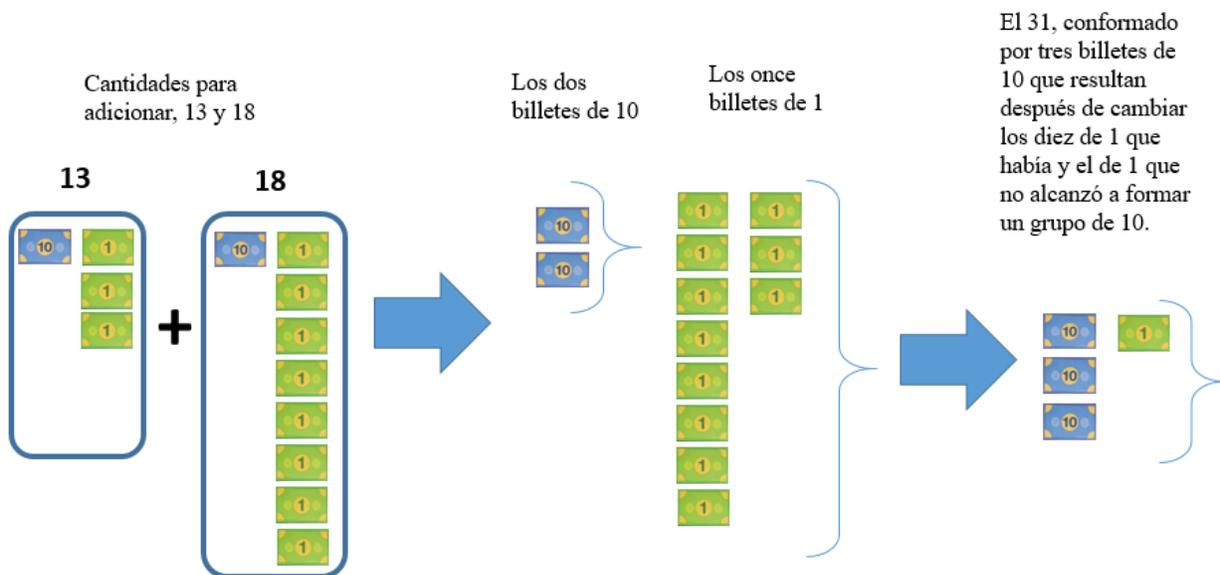


Imagen 3: Adición de $13 + 18 = 31$ con los billetes decimales.
Elaboración propia.

Ante los resultados obtenidos al emplear este material estructurado, se validó su utilidad en una investigación de pregrado, calificada como trabajo meritorio, (Jiménez, Cautiva y Zapata, 2017) y se llevaron a cabo los talleres denominados “Los billetes decimales: más allá de Unidades, Decenas y Centenas en la enseñanza del Sistema de

Numeración Decimal” (Botero y Jiménez, 2017) en el II Cemacyc del 2017 en la ciudad de Cali, Colombia y “Ábaco, regletas, bloques multibase y billetes decimales: posibilidades y restricciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje del sistema de numeración” (Botero y Jiménez, 2019) en el XV CIAEM del 2019 en la ciudad de Medellín, Colombia. Otra investigación a nivel de pregrado que incorporó este material en alguna de sus tareas (Gaviria y López, 2018) mostró su utilidad en el proceso de aprendizaje de las estructuras aditivas y se utiliza en la actualidad como material didáctico e instrumento de cálculo en la clase de matemáticas de los grados 1°, 2° y 3° de una institución de carácter privado en la ciudad de Medellín.

■ Fundamentos teóricos

Para Vygotsky (1981), la acción mediada instrumentalmente hace parte fundamental del desarrollo de los procesos psicológicos superiores, en tanto el sujeto transforma la realidad y se transforma a sí mismo a partir del uso que hace de diferentes instrumentos simbólicos para actuar sobre dicha realidad. Es así como en la misma línea Obando, Arboleda y Vasco (2014) se refieren a la importancia de los instrumentos como mediadores de la actividad matemática del sujeto ya que “median las prácticas matemáticas en el aula de clase, dado que cristalizan en su estructura ciertas formas de relación que pueden ser puestas en analogía con formas de relación entre conceptos y objetos matemáticos” (p. 85). Los billetes decimales permiten que el niño establezca la analogía existente entre diferentes unidades del SND, como la relación entre diez unidades y una decena que el niño puede “materializarla” a través de la relación entre diez fichas de 1 y una ficha de 10 a 1 que equivalen.

Los instrumentos, según Leontiev (1978), citado Obando, Arboleda y Vasco (2014, p.85), corresponden a “ese conjunto de recursos simbólicos —signos, símbolos, textos, fórmulas, medios gráfico-simbólicos, artefactos, software, gestos— que constituyen los medios para la acción matemática”

Se optó por recurrir a este material manipulativo en tanto constituye un modelo físico que permite comprender las relaciones entre las unidades del SND, en consonancia con los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, que en sus documentos rectores afirman que el uso de materiales manipulativos es importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en tanto “los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas” (MEN, 2006, p. 54). En los Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas se plantea como uno de los principales propósitos “que los niños logren entender el significado de los números, además del uso cotidiano, hay que darles la oportunidad de realizar experiencias en las que utilicen materiales físicos y permitirles que expresen sus reflexiones sobre sus acciones y vayan construyendo sus propios significados” (MEN, 1998, p. 46).

A lo largo de las décadas de 1960 y 1980 se desarrollaron varias teorías didácticas (Mialaret, 1962 y Kamii, 1989) que sostenían que los conocimientos de la serie numérica y del Sistema de Numeración Decimal se aprenden en una secuencia que inicia con la manipulación de material concreto para contar, luego semiconcreto y por último abstracto, de manera que los niños logran generalizar relaciones numéricas, sin embargo autores como Silva A. y Varela C. (2010) plantean que estos materiales, como el ábaco, los bloques multibase, las regletas de colores, entre otros, no permiten establecer la distinción entre el conteo y el sistema de numeración decimal, dado que el material se usa tanto para contar como para trabajar con los símbolos numéricos.

La enseñanza usual se diseña sobre el supuesto de que los niños tienen que comprender el sistema de numeración antes de comenzar a utilizarlo, pues el uso deviene de la correcta aplicación de los principios conceptuales que rigen al sistema. Se establece, entonces, un proceso didáctico que comienza con la explicación por parte del docente del principio de agrupamiento en base diez que rige al sistema, y que promueve luego la aplicación de ese principio a diversas situaciones de uso, como la resolución de pequeñas cuentas, el dictado de números, etcétera (Terigi y Wolman, 2007, p.72).

Si bien no se reconoce esta práctica como errónea, si es posible mencionar que es una práctica bastante extendida y que no permite que los niños detecten regularidades en la elaboración de la secuencia numérica ni que comprendan los mecanismos de acción, (agrupar y desagrupar) subyacentes al cálculo de las operaciones matemáticas adición, sustracción y división. Es por esto que mediante la utilización de los Billetes Decimales se pretende que el niño logre establecer la distinción entre el conteo y los símbolos numéricos, en tanto los billetes de 1, permiten que se lleve a cabo un conteo de colecciones y a su vez los símbolos impresos en los billetes, 1, 10, 100 etc., permiten trabajar con símbolos numéricos que representan las unidades de diferente orden del Sistema de Numeración y hacen posible hacer conteos de colecciones mayores, de diez en diez o de cien en cien, etc. Este material hace posible que los niños se aproximen, de manera simultánea a los procesos de numeración, de comprensión del SND y de cálculo de operaciones adición y sustracción, que como lo señalan Terigi y Wolman (2007) debe ser un aprendizaje simultáneo de manera que no se lleve a cabo de manera fragmentada.

■ Diseño de tareas

A continuación, se ofrecen ejemplos de actividades y juegos llevados a cabo con los estudiantes que ilustran al lector en la forma en que se utilizan las fichas numéricas para representar cantidades, favorecer procesos de cálculo, llevar a cabo adiciones, sustracciones y divisiones.

Serpiente numérica: favorece procesos de cálculo rápido con base en las unidades del sistema de numeración decimal. Se trata de formar una hilera de fichas y llevar la cuenta, mentalmente, del total de puntos que se representan allí. Por turno cada integrante del juego (pueden ser varios jugadores) añade una ficha numérica y enuncia verbalmente la cantidad que representa la serpiente, a medida que alguien añade una ficha debe enunciar la nueva cantidad. Pierde quien olvide la cuenta de la serpiente. Se puede repetir cuantas veces sea necesario y de acuerdo con el nivel de los niños puede variar su longitud. Este juego puede apoyarse del uso y registro en tabla para observar la regularidad en el aspecto escrito de los numerales.

Esta actividad favorece en los niños el cálculo de adiciones y sustracciones en potencias de diez, de manera que, ante cada nueva pieza que modifica la fila, deben determinar cuál de las unidades es la que se modifica, para dar cuenta de la cantidad de puntos totales. El ejemplo de la imagen 4 ilustra los billetes que se fueron agregando, uno a la vez, hasta completar la serpiente numérica cuyo puntaje total fue de 352 y la tabla 1 presenta el registro que se completa durante el proceso y que permite a los niños establecer regularidades.



Imagen 4: Fila numérica o serpiente. Elaboración propia.

Ficha agregada	Puntaje total
1	1
10	11
100	111
10	121
10	131
1	132
100	232
10	242
100	342
10	352

Tabla 1: Registro durante la formación de la serpiente numérica. Elaboración propia

Para resolver adiciones: la principal ventaja de llevar a cabo adiciones con este material es que les permite a los alumnos hacerlo de manera “natural”, similar al manejo del dinero y no se ven forzados a iniciar los cálculos por la “casilla de la derecha” como es el caso de los algoritmos convencionales. También les permite a los niños dotar de sentido la acción convencional de “llevar”, en tanto el material hace evidente que realmente se realiza un cambio de varias unidades que están desagrupadas, por una unidad que las reúne.

El ejemplo que se presenta en la imagen 5 ilustra la manera de realizar la adición de $35 + 28$ con los billetes decimales.

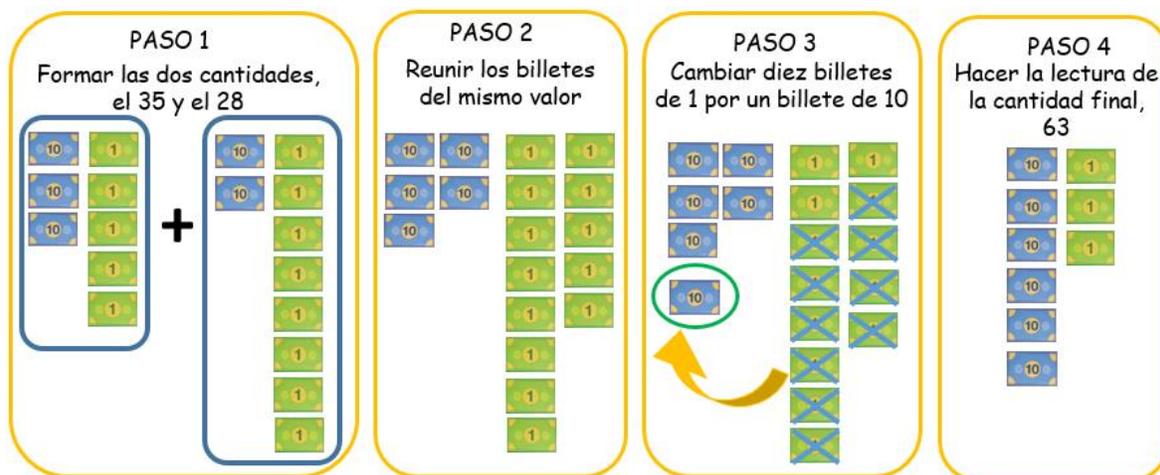


Imagen 5: Secuencia de pasos para sumar con los billetes decimales. Elaboración propia.

Para resolver sustracciones: la principal ventaja de llevar a cabo sustracciones con este material es la naturalidad que implica la realización de estas operaciones y sus reglas implícitas al utilizar el material, el cual es similar al

manejo del dinero, de manera que los niños no se ven forzados a iniciar los cálculos por la “casilla de la derecha” como es el caso de los algoritmos convencionales. También le permite al niño dotar de sentido la acción convencional de “prestar”, en tanto el material hace evidente que realmente se realiza un cambio o desagrupamiento de una unidad de mayor denominación, por las diez fichas equivalentes de orden inferior.

En la imagen 6 se presentan los pasos para llevar a cabo la sustracción $54 - 28$ con los billetes decimales.

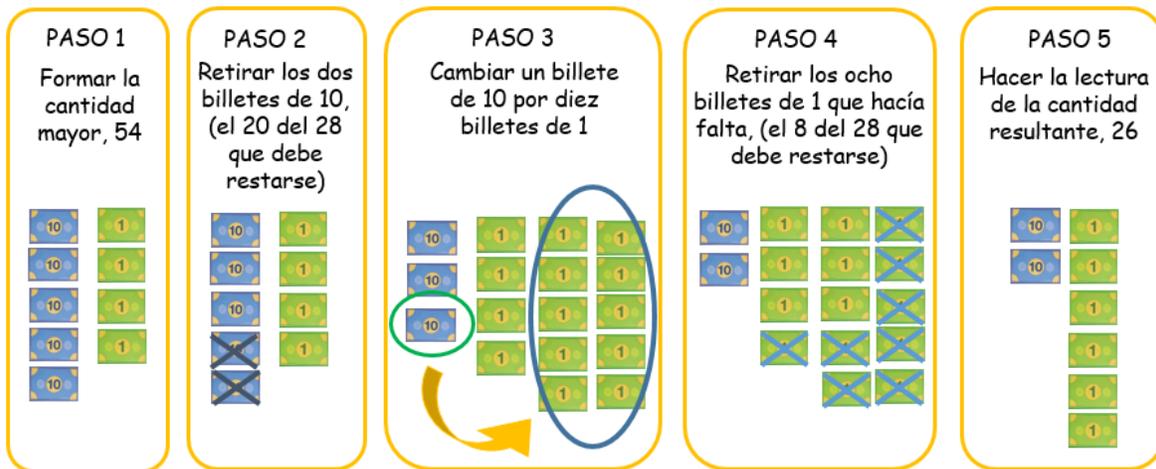


Imagen 6: Secuencia de pasos para restar con los billetes decimales. Elaboración propia.

Para resolver situaciones de reparto: la principal ventaja de iniciar el proceso de comprensión del algoritmo de la división con este material es que permite a los niños comprender los cambios de unidad que implica “bajar la cifra siguiente” cuando se llevan a cabo divisiones. Se presenta en la imagen 7 un ejemplo que muestra proceso para repartir de manera equitativa 435 entre tres personas.

Repartir de manera equitativa 355 entre dos personas.

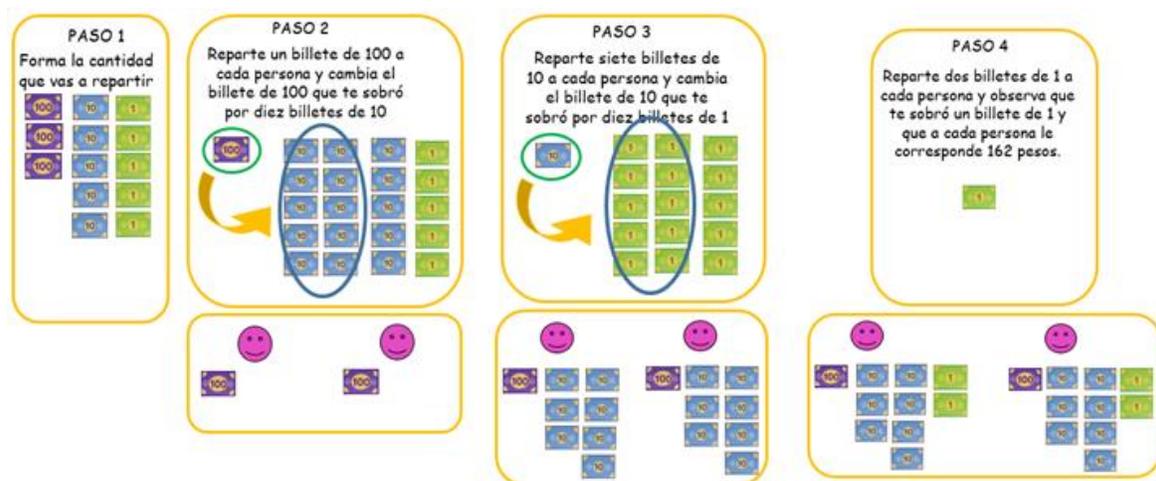


Imagen 7: Secuencia de pasos para llevar a cabo repartos con los billetes decimales. Elaboración propia.

También se propone el uso de las fichas en otros contextos simulados de compra y venta, como la tienda o el restaurante, en los que los niños pueden utilizar los billetes decimales para hacer pagos de determinados artículos, de manera que tengan la oportunidad de calcular el valor total de una compra, formar la cantidad para pagar o decidir con cuál billete hacerlo y en ese caso, cuáles serían las “vueltas” que recibiría. Los niños pueden intercambiar roles y jugar algunas veces a ser el vendedor y otras veces a ser el comprador.

Uno de estos contextos fue el de la compra y venta de materiales para la elaboración de accesorios decorativos como collares o pulseras (Jiménez, Cautiva y Zapata, 2016). Se llevó a cabo en la investigación mencionada y en las clases de matemáticas en el colegio donde se utilizan de manera regular. La tarea consistió en que la profesora dispuso de material para la elaboración de pulseras, como cuerda de colores, chaquiras pequeñas y medianas, con formas circulares y de estrella. Se le presentó a los niños la lista de precios para cada uno de los materiales que se emplearían en la elaboración de las pulseras y ,como se acercaba la fecha del día de amor y amistad, (fecha especial en nuestro país), se invitó a los estudiantes a pensar en alguna persona significativa para ellos a quien le desearan regalar una pulsera, luego de esto, se les mostraron los materiales y los precios de cada uno, de manera que los niños pudieron elaborar un presupuesto de los materiales que comprarían y proceder a hacer el pago. Para este momento del trabajo se dispusieron diferentes condiciones que movilizaran en los niños el uso de cambios entre las fichas, la adición y la sustracción, en ocasiones los niños podían hacer el pago con el valor exacto, lo que les implicaba formar la cantidad que debían entregar, en otras oportunidades la profesora hizo las veces de banco y tenía todos los billetes de 1 pertenecientes a los niños, de manera que ellos debían acercarse a realizar cambios y poder entregar el valor correspondiente a su compra, en otros momentos los niños debían hacer el pago con billetes diferentes a los de 1, de manera que fuera necesario recibir el cambio y ellos eran los encargados de decir a la profesora qué cantidad de dinero correspondía a dicho cambio.

Composición y descomposición de numerales, favorece su comprensión del sistema de numeración decimal, en tanto logran trascender la descomposición de cantidades solo en la casilla que se utiliza de manera convencional con unidades, decenas y centenas.

Por ejemplo, el número 234 puede formarse de muchas formas diferentes, algunas de ellas se muestran en la tabla 2.

	Billetes de 100	Billetes de 10	Billetes de 1	Total
Forma uno	Dos	Tres	Cuatro	234
Forma dos	Uno	Trece	Cuatro	234
Forma tres	Uno	Doce	Catorce	234
Forma cuatro	Cero	Veintitrés	Cuatro	234
Forma cinco	Cero	Veinte	Treinta y cuatro	234

Tabla 2: Descomposición del numeral 234 de diferentes formas. Elaboración propia.

■ Conclusiones

Los Billetes Decimales permiten vincular de manera simultánea el aprendizaje del SND, sus relaciones de orden y las equivalencias entre las diferentes unidades con el aprendizaje de las operaciones básicas y los agrupamientos y reagrupamientos que deben llevarse a cabo durante los cálculos de adiciones y sustracciones.

Los Billetes Decimales constituyen un material idóneo para mediar de los procesos de enseñanza y aprendizaje del SND y de las operaciones básicas como adición y sustracción en tanto permiten que los niños de los primeros grados de educación básica lleven a cabo composiciones y descomposiciones que se encuentran implícitas en los cambios de unidades y los procesos de representación cuando se interactúa con el SND.

Con relación a los materiales manipulativos que se emplean en la enseñanza y aprendizaje del SND, los billetes Decimales ofrecen la posibilidad de trascender el conteo de colecciones analógicas y avanzar hacia el cálculo, es decir hacia el establecimiento de relaciones entre cantidades sin la mediación de todos los elementos involucrados en la adición o la sustracción que se lleve a cabo.

La posibilidad de llevar a cabo adiciones y sustracciones de manera “natural”, simulando el empleo que se hace en la vida cotidiana de los billetes para las acciones de compra y venta favorece en los niños el desarrollo de habilidades de cálculo mental sin depender de manera exclusiva de los algoritmos escritos para su realización.

■ Referencias bibliográficas

- Botero, O. y Jiménez, A. (2017) Los billetes decimales: más allá de Unidades, Decenas y Centenas en la enseñanza del Sistema de Numeración Decimal. *Educación Matemática desde América Central y El Caribe*. (Memorias del II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe). México: Comité Interamericano de Educación Matemática. ISBN: 978-607-97480-4-3
- Botero, O. y Jiménez, A. (2019) Ábaco, regletas, bloques multibase y billetes decimales: posibilidades y restricciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje del sistema de numeración. *Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (Memorias de la XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática). Recuperado el 15 de mayo de 2020 de <https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/schedConf/presentations>
- Botero, O. y Villa-Ochoa, J. (2011). *Estrategias y reflexiones matemáticas de maestr@s para maestr@s. Propuestas para la Educación Básica Primaria*. Medellín: Escuela del Maestro.
- Brissiaud, R. (1993). *El aprendizaje del cálculo, más allá de Piaget y de la teoría de conjuntos*. Madrid: Visor.
- Gaviria, Y. y López, M. (2018). *Prácticas de Enseñanza en torno a las Estructuras Aditivas y el Sistema de Numeración Decimal en el Grado Primero de la Institución Educativa la Asunción*. Tesis de pregrado no publicada. Universidad de Antioquia, Medellín. Colombia. Recuperada el 15 de mayo de 2020 de http://bibliotecadigital.udea.edu.co/dspace/bitstream/10495/13833/4/GaviriaValenciaYuliana_2019_Ense%c3%blanzaEstructurasAditivas.pdf
- Jiménez, A., Cautiva, F y Zapata, C. (2017). *Prácticas matemáticas que movilizan los estudiantes de primer grado al utilizar los billetes decimales*. Tesis de pregrado no publicada. Universidad de Antioquia, Medellín. Colombia. Recuperada de <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/handle/123456789/2486?mode=simple> Universidad de Antioquia, Medellín.
- Kamii, C. (1989). *Reinventando la aritmética II*. Madrid: Ed. Aprendizaje Visor
- Leontiev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. New Jersey, NJ: Prentice-Hall.
- Martínez, J. (2000). *Una didáctica del cálculo para el siglo XXI*. Madrid: CissPraxis.
- Mialaret, G. (1962). *Pedagogía de la iniciación en el cálculo*. Buenos Aires: Kapelusz.

- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Recuperado el 15 de mayo de 2020 de https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Recuperado el 15 de mayo de 2020 de http://cms.mineduacion.gov.co/static/cache/binaries/articles-340021_recurso_1.pdf?binary_rand=1223
- Obando, G., Vanegas, D. y Vásquez, N. (2006). *Pensamiento numérico y sistemas numéricos*. Medellín: Gobernación de Antioquia.
- Obando, G., Arboleda, L. y Vasco, C. (2014). Filosofía, Matemáticas y Educación: una perspectiva histórico-cultural en Educación Matemática. *Revista Científica*, 3(20), 72-90.
- Silva, A. y Varela, C. (2010). Los materiales concretos en la enseñanza de la numeración. *Que hacer Educativo* 110, 26-36.
- Vergnaud, G. (1991/2000). *El niño, las matemáticas y la realidad*. (Reimpreso en 2000.) México: Editorial Trillas.
- Vygotsky, L. (1981). The instrumental method in psychology. En: J. V. WERTSCH (ed.). *The concept of activity in Soviet psychology*. (pp. 134 – 143) Armonk, NY: M. E. Sharpe.
- Terigi, F. & Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista iberoamericana de educación*, ISSN 1022-6508, N° 43, 2007, 59-84.