

PROPUESTA DE ACTIVIDADES PARA CONSTRUIR DEFINICIONES DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS EN EL AULA

PROPOSAL OF ACTIVITIES TO BUILD DEFINITIONS OF MATHEMATICAL CONCEPTS IN THE CLASSROOM

Mabel Susana Chrestia
Universidad Nacional de Río Negro (Argentina).
mchrestia@unrn.edu.ar

Resumen

Este trabajo resume la experiencia de haber dictado el taller denominado “Propuesta de actividades para construir definiciones de conceptos matemáticos en el aula” en el contexto de la XXXIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (Relme 33), celebrada en la ciudad de La Habana (Cuba). Bajo un enfoque tradicional de enseñanza, las definiciones son dadas por el docente, como un producto cerrado y acabado, las cuales el estudiante normalmente acepta sin cuestionarlas. Este taller tiene como objetivo proponer ideas de actividades tendientes a transformar este aspecto, buscando que la definición sea el resultado de una construcción colectiva (docente y estudiantes). En RELME 31 brindé un taller de esta temática, que se centró en la propuesta de una estrategia para definir. Ahora, en el actual taller, el objetivo fue focalizarnos en actividades variadas, para realizar en el aula, con el propósito de que los estudiantes logren construir sus propias definiciones de conceptos matemáticos.

Palabras clave: definición de conceptos matemáticos, construcción del conocimiento, actividades en el aula

Abstract

This paper summarizes the experience of a workshop called:” *Proposal of activities to construct definitions of mathematical concepts in the classroom*” in the context of the Thirty-third Mathematics Education Latin-American Meeting (33rd RELME), held in Havana City, Cuba. Under a traditional teaching approach, definitions are given by the teacher, as a closed and ended product, which the students generally accept without questioning them. This workshop is aimed at suggesting ideas of activities addressed to change this aspect, seeking a definition resulting from a collective construction (teacher and students). In the 31st RELME, I provided a workshop on this topic, which focused on the proposal of a strategy for defining. Now, in the present workshop, the aim is to approach varied activities to be carried out in the classroom, in order that the students are able to construct their own definitions of mathematical concepts.

Key words: definition of mathematical concepts, construction of knowledge, classroom activities

■ Introducción

Bajo un enfoque tradicional de enseñanza, por lo general las definiciones ocupan el inicio del desarrollo de un tópico. Además, son dadas por el docente, como un producto cerrado y acabado. El estudiante normalmente las acepta sin cuestionarlas.

Un cambio de enfoque implica, por un lado, que las definiciones sean una construcción colectiva (docente y alumnos), y además que la definición aparezca en otro momento del proceso de enseñanza-aprendizaje, no al inicio, sino durante el desarrollo del tema, o bien al final.

En este proceso de definir, los conocimientos que ya posee el alumno se recuperan y se relacionan con la nueva información, para construir una definición. De esta manera, el nuevo concepto es asimilado en vez de solo memorizado, y es menos probable que sea olvidado. Nos acercamos más a un aprendizaje significativo que a uno mecánico y memorístico. En este Taller se propusieron variadas actividades para realizar en el salón de clase, tendientes a lograr que los estudiantes puedan construir definiciones de conceptos matemáticos.

■ Marco teórico

Varios autores trataron la temática de las definiciones de un concepto. Ferrater Mora (1994) utiliza la idea de *delimitar* para explicar qué es definir. “Desde un punto de vista muy general, la definición equivale a la delimitación, esto es, a la indicación de los fines o límites (conceptuales) de un ente con respecto a los demás.” Es necesario entonces individualizar el concepto, marcar los límites, para poder diferenciarlo de los demás conceptos.

Tall & Vinner (1981) y Vinner (2002) distinguen entre la *definición de un concepto* y la *imagen del concepto*. Los autores señalan que, aunque la definición de un concepto sea conocida, al escuchar dicho concepto los estudiantes lo asocian con la imagen que tienen de él, y no con su definición. Esta imagen conceptual es “algo” no verbal asociado en la mente con el nombre del concepto. Puede ser una representación visual de este, en caso de que la tenga; también puede ser una colección de impresiones o experiencias asociadas al concepto. Entonces, adquirir un concepto significa formar una imagen del mismo. Es por ello por lo que saber de memoria la definición de un concepto, no garantiza el entenderlo (Vinner, 2002).

Objetivos del taller

Los objetivos del taller fueron los siguientes: a) Introducir a los asistentes en la temática de las definiciones, reflexionando acerca de su uso en el proceso de enseñanza-aprendizaje; b) Conocer propuestas de actividades para desarrollar en el aula, a fin de que los alumnos puedan construir sus propias definiciones de conceptos matemáticos. El taller estaba dirigido a docentes de nivel medio y superior.

■ Metodología

El taller se desarrolló en dos sesiones de una hora y media cada una. En la primera sesión se realizó una introducción al tema, para luego comenzar a realizar las primeras actividades.

En la segunda sesión se continuó trabajando con las actividades, algunas incluidas en (Chrestia, 2015). Se pretendió mostrar cómo el proceso de definir puede lograr en los alumnos un aprendizaje más cercano al significativo que a uno mecánico y memorístico (Moreira, 1988). Por último, se realizó el cierre, realizando un balance de lo trabajado en las dos sesiones.

Las actividades propuestas fueron grupales y dinámicas. Es importante tener en cuenta que, en un taller, se prioriza la “práctica” sobre la “teoría”, aunque no se descarta ninguno de estos dos aspectos, ya que se considera que son dos instancias necesarias en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por otro lado, la idea fundamental es “aprender haciendo”, es decir, los conocimientos adquiridos por cada asistente serán debidos a la propia producción personal y a la experiencia adquirida, ya sea en forma individual o grupal. (Kac, 2011)

Actividades propuestas

A continuación, se detallan las actividades propuestas, incluyendo en cada caso un relato de lo acontecido al momento de realizarse cada una.

Actividad 1: ¿Noción o definición?

Esta actividad fue introductoria, es decir, sirvió para comenzar a desarrollar la temática del taller. Se entregó una página a cada asistente conteniendo las respuestas dadas por estudiantes universitarios en una instancia de examen final de la asignatura “Razonamiento y Resolución de Problemas” de la Universidad Nacional de Río Negro (Argentina), al solicitarles que escriban la definición de *ecuación*.

Las respuestas incluidas eran las siguientes:

- 1) Una ecuación es la forma de expresar números e incógnitas (expresadas en letras) para resolver un problema. Se resuelve mediante una igualdad.
- 2) Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones donde puede haber una o más variables, para que se complete y verifique tal igualdad se tiene que hallar el valor de dichas incógnitas.
- 3) Una ecuación es una expresión en la cual se debe despejar la incógnita que se presente en ella.
- 4) Una ecuación es una fórmula con el fin de encontrar una incógnita.
- 5) Una ecuación es una operación algebraica con una o más incógnitas.
- 6) Las ecuaciones son cuentas que tienen una o varias incógnitas y necesitan una igualación para resolverse.

El propósito de esta actividad fue debatir acerca de la validez de las respuestas, para luego distinguir entre los vocablos *noción* y *definición*. Los asistentes usaron las palabras: *imprecisión*, *confusión*, *errónea*, *incompleta*, para evaluar algunas respuestas de los alumnos. Esto llevó a formalizar la idea de *noción* de un concepto, para diferenciar de la *definición* de este.

Para cerrar la actividad, se mostró un cuadro en el cual se comparan ambos términos, numerando sus diferencias y similitudes (Tabla 1), el cual fue tomado de (Chrestia, 2015).

Tabla 1. Comparación entre los términos NOCION y DEFINICION

NOCION	DEFINICION
Vaguedad, ambigüedad.	Exactitud, precisión.
Idea general, elemental, básica, incompleta.	Idea acabada, completa, en profundidad.
Lenguaje riguroso o no riguroso.	Lenguaje riguroso o no riguroso.
Características: una o varias.	Características: las necesarias y suficientes.
Subjetividad.	Objetividad.
No permite individualizar un concepto.	Permite individualizar un concepto.

Se puede enunciar utilizando lenguaje oral, escrito, gráfico.

Se puede enunciar utilizando lenguaje oral, escrito, gráfico.

Elaboración propia.

Actividad 2: Esquema para armar definiciones

La actividad se basó en la implementación de una propuesta para construir definiciones de conceptos matemáticos (Chrestia, 2018). En dicha propuesta, se ofrece un esquema básico para que los estudiantes puedan generar sus primeras definiciones. Se busca que construyan oraciones válidas en un sentido sintáctico y semántico, y correctas en un sentido matemático.

La actividad se desarrolló entre todos los asistentes junto con el coordinador del taller, buscando incluir el aporte de todos. En la figura 1 se incluyen algunas dispositivas que muestran el esquema aplicado para construir definiciones, y algunos ejemplos de definiciones construidas en el taller.

Nombre del objeto a definir	"es un/a" "es el/la"	hiperónimo del objeto	"que" "tal que" "que cumple" "que verifica" "en el/la que"	Condiciones necesarias y suficientes que caracterizan e individualizan al objeto.
ECUACION	es una	igualdad	que	tiene números y letras, que representan las incógnitas, relacionados por operaciones matemáticas.
NÚMERO RACIONAL	es un	número real	tal que	puede expresarse como cociente de dos números enteros, siendo el segundo distinto de cero.
TRIANGULO	es un	polígono	que	tiene tres lados y tres ángulos.

Figura 1. Diapositivas del taller de la actividad 2.

DIAGONAL DE UN POLIGONO	es un	segmento	tal que	une dos vértices no consecutivos del polígono.
GRAFICA DE BARRAS	es una	gráfica	tal que	presenta la información utilizando rectángulos.
FUNCIÓN	es una	relación entre dos conjuntos	tal que	a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y solo un elemento del segundo conjunto.
BARI-CENTRO DE UN TRIANGULO	es un	punto	en el que	se intersectan las tres medianas del triángulo.

Figura 1 (continuación). Diapositivas del taller de la actividad 2.

Actividad 3: ¿Es válida esta definición?

Esta actividad se realizó en grupos de a 2 o 3 personas. Se les entregó una página en la cual se escribieron varias definiciones de dos conceptos matemáticos extraídas de diferentes libros de textos escolares, correspondientes a los niveles educativos medio y superior. Los conceptos trabajados fueron *ecuación* y *círculo*.

El objetivo de esta actividad fue, en primer lugar, conocer diferentes formas de definir a un mismo concepto, y luego debatir/cuestionar la validez de estas, y si son apropiadas o no para ciertos niveles escolares, teniendo en cuenta los conocimientos que poseen sus estudiantes.

El debate se concentró en los siguientes aspectos: palabras utilizadas en las definiciones, rigurosidad matemática, validez de la definición. También los asistentes se cuestionaron el hecho de que al brindar el docente una definición, o una forma de definir un concepto, se “pierden” otras definiciones o maneras de definirlo, limitando la posibilidad de creatividad por parte de los alumnos, y tendiendo a que memoricen la definición dada, la cual será considerada como la única válida para definir ese concepto.

En la figura 2 se muestran las dispositivas utilizadas en el taller en el desarrollo de esta actividad.

ECUACIÓN

- *Igualdad entre dos expresiones que contiene una o más variables.*
- *Igualdad matemática entre dos expresiones, denominadas miembros y separadas por el signo igual, en las que aparecen elementos conocidos o datos y elementos desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas.*
- *Igualdad en la cual hay términos conocidos y términos desconocidos.*
- *Igualdad entre dos expresiones algebraicas, que nos permitirá descubrir el valor desconocido o incógnita de un problema.*
- *Igualdad entre dos expresiones algebraicas, que solo se verifica para ciertos valores determinados.*

Figura 2. Diapositiva del taller de la actividad 3.

CÍRCULO

- *Figura geométrica delimitada por una circunferencia.*
- *Superficie que está contenida por una circunferencia.*
- *Conjunto de puntos cuya distancia al centro es igual o menor que el radio.*
- *Área engendrada por una línea recta finita que da vueltas alrededor de uno de sus extremos.*
- *Región del plano formada por todos los puntos del plano cuya distancia al centro de una circunferencia es menor o igual que el radio de la circunferencia.*
- *Figura plana formada por una circunferencia y la parte de plano que hay dentro de ella.*

Figura 2 (continuación). Diapositiva del taller de la actividad 3.

Actividad 4: ¿De qué estoy hablando?

Esta actividad se basa en mostrar una definición para que los alumnos descubran de qué concepto se trata. En el taller se desarrolló de manera global, entre todos los asistentes y el coordinador juntos.

A medida que el coordinador mostraba definiciones, los asistentes debían levantar la mano y decir el nombre del término definido. Es una actividad ideal para evaluar, para hacer un repaso de temas vistos anteriormente, para romper la rutina de la clase, y para generar un buen clima en el aula, ya que la actividad se convierte en un juego.

En la figura 3 se muestra un ejemplo de las diapositivas utilizadas. La figura 3 (a) muestra la primera diapositiva, en la cual aparecen las definiciones sin los conceptos. La figura 3 (b) muestra la misma diapositiva una vez que fueron “descubiertos” los términos buscados.

Es un número que es el producto de un número dado por otro número entero.

Es un segmento rectilíneo que une el centro de una circunferencia con un punto sobre la circunferencia.

Es un conjunto que no tiene ningún elemento.

Es el conjunto formado por todos los valores que la función puede tomar.

Figura 3 (a). Diapositiva del taller de la actividad 4.



Figura 3 (b). Diapositiva del taller de la actividad 4.

Actividad 5: Uso de los mapas conceptuales (parte 1)

Los mapas conceptuales constituyen un instrumento muy eficaz que puede utilizarse en diferentes momentos del proceso de enseñanza–aprendizaje. Es posible implementar actividades que van desde la etapa de diagnóstico, para indagar acerca de los conocimientos previos de los alumnos, hasta la evaluación (Chrestia, M., Dondo- Bühler, M., Quijano, M., 2012). Ayudan a lograr un aprendizaje más cercano al significativo que a uno mecánico y memorístico. Se pueden utilizar en cualquier área del conocimiento y nivel educativo.

“Los mapas conceptuales tienen por objeto representar relaciones significativas entre conceptos en forma de proposiciones. Una *proposición* consta de dos o más términos conceptuales unidos por palabras para formar una unidad semántica.” (Novak y Gowin, 1988).

Numerosas publicaciones relatan experiencias del uso de los mapas conceptuales en diversas asignaturas. Específicamente en matemática, muchos trabajos (Cuevas, A., 2003; Antomil Ibias, J., Arenas Parra, M., Bilbao Terol, A., Pérez Gladish, B. y Rodríguez Uría., M.V., 2006; Pérez Flores, R., 2006) muestran las ventajas de su utilización, tanto para el alumno como para el docente.

La actividad propuesta en el taller tuvo como finalidad presentar un recurso didáctico que puede ser aprovechado también como ayuda para la construcción de definiciones.

A modo de ejemplo se mostró un mapa conceptual cuyo concepto principal era “Figuras geométricas”, y se lo utilizó para poder realizar un aporte en el armado de la definición del concepto de *triángulo*.

En primer lugar, se recorrió todo el mapa conceptual, distinguiendo sus niveles y sus “ramas”. Los asistentes armaron oraciones a partir de este mapa. Algunas de ellas se transcriben a continuación: “las figuras geométricas se clasifican según su dimensión, pudiendo ser de dimensión cero, uno, dos, tres, etc.”; “las figuras planas son figuras geométricas de dimensión dos, que pueden ser cónicas o poligonales”; “el cilindro y el cono son ejemplos de cuerpos redondos”; “las figuras geométricas de dimensión uno son llamadas lineales, y son, por ejemplo, la recta y el segmento”.

Luego, se focalizaron en la ubicación del concepto *triángulo* en el mapa. Una vez ubicado, los asistentes debieron generar oraciones utilizando varios conceptos del mapa, incluido triángulo. Por ejemplo: “el triángulo es una figura geométrica plana”; “los triángulos son polígonos, al igual que los cuadriláteros, pentágonos y hexágonos”; “un triángulo es una figura geométrica de dimensión dos”.

Se pudo concluir que el mapa conceptual, además de mostrar la ubicación de los triángulos en la clasificación de las figuras geométricas, permitió ayudar a construir la definición del *triángulo*. En la figura 4 se aprecia el mapa conceptual utilizado en esta actividad.

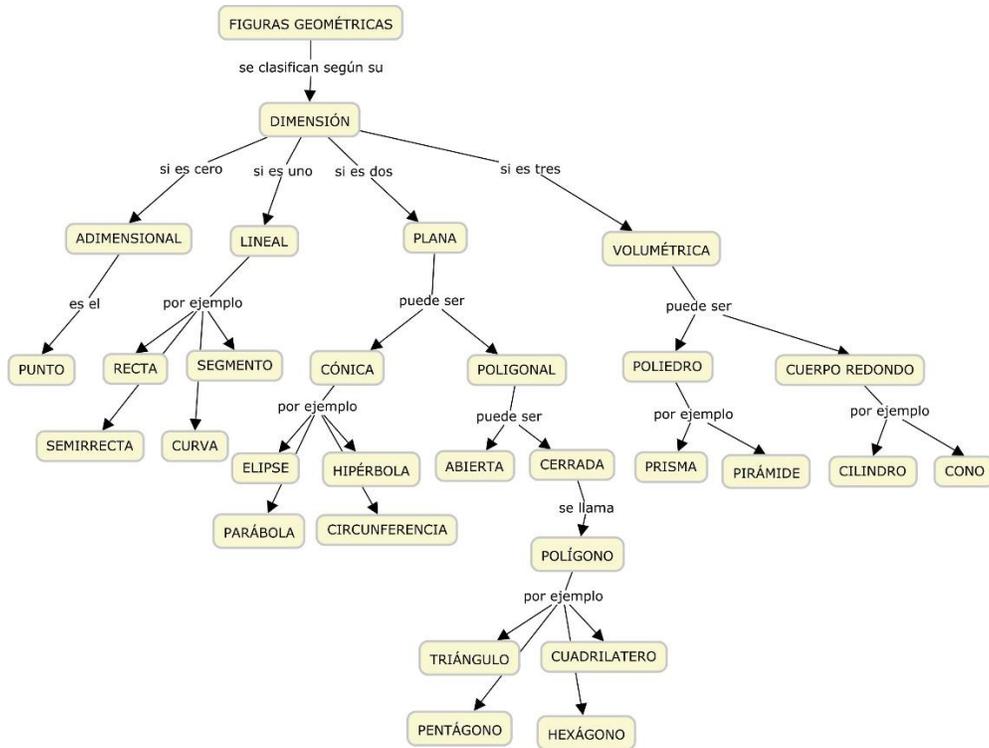


Figura 4. Mapa conceptual utilizado en la actividad 5 (elaboración propia).

Actividad 6: Uso de los mapas conceptuales (parte 2)

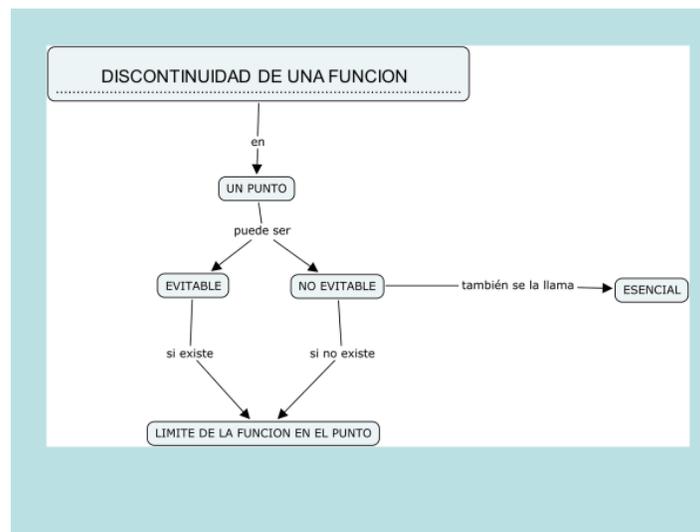


Figura 5. Diapositiva del taller de la actividad 6.

En la siguiente actividad también se utilizaron mapas conceptuales como medio para trabajar con definiciones de conceptos matemáticos.

Se mostraron diferentes mapas, cuyos conceptos principales estaban ocultos. Los asistentes debían encontrar cuál era ese concepto en cada mapa. Esta actividad es una variación de la actividad 4 relatada previamente, ya que también consiste en “adivinar” el concepto que se está describiendo. Pero en vez de proporcionar la definición en forma de un texto, se la muestra de manera gráfica, mediante un mapa conceptual.

En la figura 5 se muestran algunos mapas utilizados. En el desarrollo de la actividad el concepto principal estaba oculto y se hizo visible una vez que fue “descubierto” por los asistentes. Los conceptos por descubrir fueron *discontinuidad de una función*, *punto crítico* y *lugar geométrico*, entre otros.

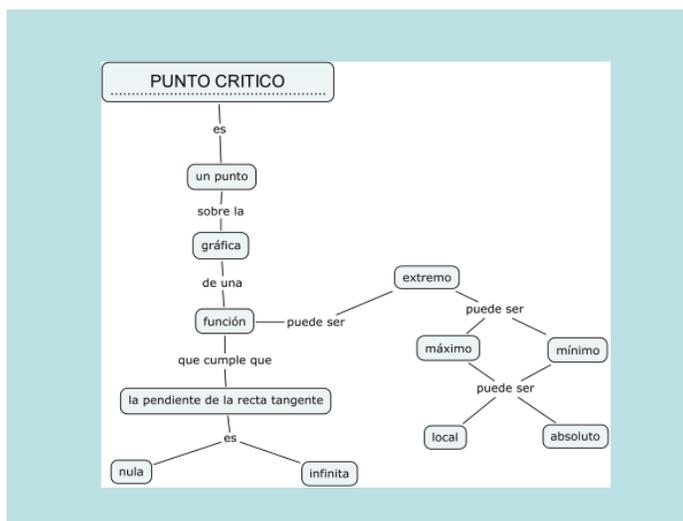


Figura 5 (continuación). Diapositiva del taller de la actividad 6.

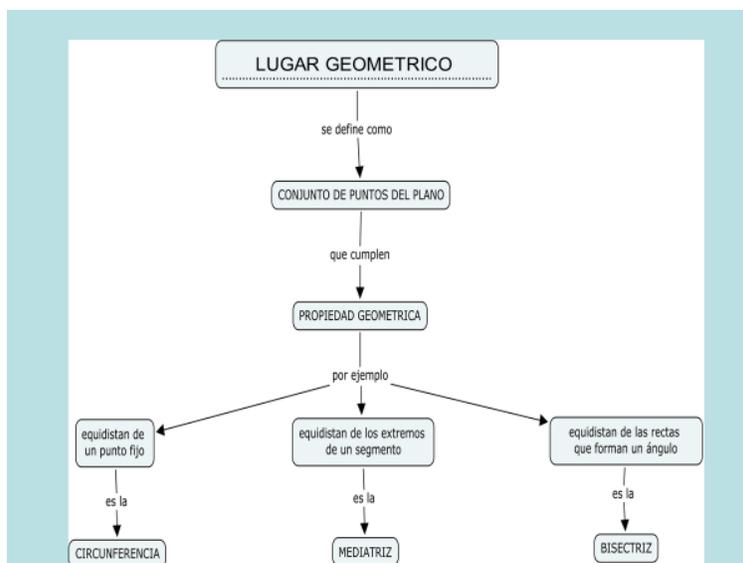


Figura 5 (continuación). Diapositiva del taller de la actividad 6.

Actividad 7: ¿es o no es?

Una manera de acercarnos a la idea de qué es algo, es pensar qué no es. En este sentido, el autor Ferrater Mora (1994, p.411) propone: “Por eso se ha concebido con frecuencia la definición como una negación; delimitamos un ente con respecto a otros porque negamos los otros hasta quedarnos mentalmente con el ente definido. Se supone que al llevar a cabo de un modo consecuente esta delimitación, alcanzamos la naturaleza esencial de la cosa definida.” Pensemos en el concepto de número irracional. Generalmente se define primero número racional, como aquel número real que puede expresarse como cociente de dos números enteros, siendo el segundo distinto de cero. Entonces, un número irracional se define como aquel número real que no es racional, es decir, aquel que no puede expresarse de esa forma.

Siguiendo con esta idea, se propuso una actividad consistente en mostrar varios gráficos en los que se incluía una circunferencia y un segmento. Se explicó que la intención era deducir el concepto de *cuerda*. Al lado de cada gráfico se agrega la palabra “sí” o “no” según ese gráfico muestra o no una cuerda. Los asistentes al taller ya conocían el concepto de cuerda, por lo cual se les pidió que piensen en la utilidad de esta actividad en el aula, con alumnos que no saben qué es una cuerda en el sentido geométrico. Por lo cual debían indicar a los alumnos que de todos los segmentos mostrados algunos son cuerdas y otros no.

El objetivo de esta actividad es que los mismos alumnos encuentren cuál es la propiedad que esos segmentos cumplen, para luego construir la definición de cuerda.

En la figura 6 se muestra la diapositiva utilizada en esta actividad. Se repitió la actividad para definir el término *trapecio*.

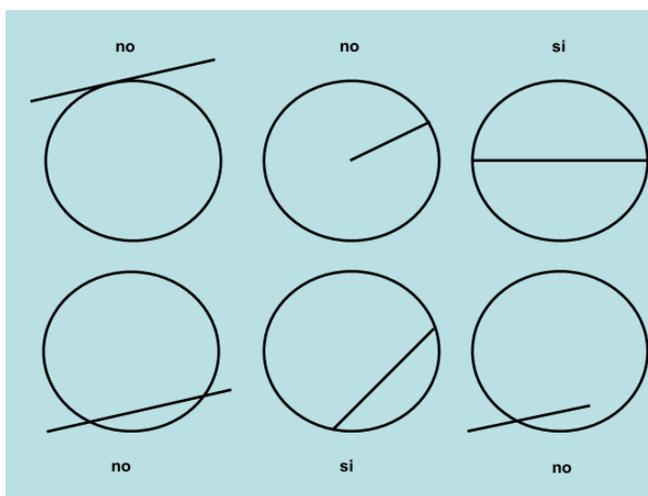


Figura 6. Diapositiva del taller de la actividad 7.

■ Conclusiones

El taller realizado permitió a los asistentes introducirse en la temática de la construcción de definiciones de conceptos matemáticos, y proporcionó ideas de actividades para que los docentes puedan desarrollar esta temática en el aula.

La finalidad del taller fue, además de mostrar diferentes propuestas de actividades, que los docentes reflexionen acerca de los beneficios de construir definiciones de conceptos matemáticos, en vez de enseñar las definiciones como un producto acabado, sin posibilidad de modificarse.

Los docentes que estuvieron presentes en el taller se mostraron satisfechos y motivados para seguir indagando acerca de la temática. Al finalizar el taller cada uno dio su opinión al respecto, dando una primera idea de cómo insertar la temática en sus clases.

■ Referencias bibliográficas

- Antomil Ibias, J., Arenas Parra, M., Bilbao Terol, A., Pérez Gladish, B. y Rodríguez Uría., M.V. (2006). *La utilización de mapas conceptuales en las asignaturas de matemáticas para la economía en el marco del espacio europeo de educación superior*. Recuperado el 10 de marzo de 2012 de <http://www.uv.es/asepuma/XIV/comunica/110NUEVO.pdf>
- Chrestia, M., Dondo-Bühler, M., Quijano, M.T. (2012). La incorporación de los mapas conceptuales como medio para aprender y evaluar. Libro de Actas de la IV Reunión Pampeana de Educación Matemática (IV REPEM). ISSN 978-950-863-176-3.
- Chrestia, M. (2015). De la noción a la definición en matemática: una propuesta para construir definiciones. *Novedades Educativas, Agosto* (296): 70-76. ISSN: 0328-3534.
- Chrestia, M. (2018). Una herramienta didáctica para ayudar a construir definiciones de conceptos matemáticos. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME)*, volumen 31(2): 1308-1314. México. ISSN: 2448-6469.
- Cuevas, A. (2003). Propuesta de aplicación de los mapas conceptuales en un modelo pedagógico semipresencial. *Revista Iberoamericana de Educación*. Recuperado el 15 de marzo de 2012 de <http://www.rieoei.org/deloslectores/493Cuevas.PDF>
- Ferrater Mora, J. (1994). *Diccionario de filosofía*. Vol.1: A-D. Editorial Ariel. Barcelona.
- Kac, M (2011). El taller como estrategia metodológica del trabajo grupal. Recuperado de <https://es.scribd.com/doc/79871324/El-taller-como-estrategia-metodologica>.
- Moreira, M. (1988). Mapas conceptuales y aprendizaje significativo. *Revista O ENSINO. Pontevedra/Galicia/España y Braga/Portugal*, (23 a 28), 87-95.
- Novak, J., Gowin, D. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Ediciones Roca.
- Pérez Flores, R. (2006) *Mapas conceptuales y aprendizaje de matemáticas*. Recuperado el 15 de marzo de 2012 de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/view/533/525>
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Vinner, S. (2002). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. En D. Tall (Ed.): *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). New York: Kluwer.