

PRAXELOGIAS QUE VIVEM ATUALMENTE NA EDUCAÇÃO BÁSICA NO BRASIL

PRAXEOLOGIES CURRENTLY PRESENT IN BASIC EDUCATION IN BRAZIL

José Valério Gomes da Silva; Marianna Bosch i Casabò; Marlene Alves Dias
Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco – SEE/PE (Brasil). Universitat Ramon Llull
(Espanya). Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN/SP (Brasil).
valerio.gomes@yahoo.com.br, marianna.bosch@iqs.edu, maralvesdias@gmail.com

Resumo

Trata-se de parte de pesquisa para a construção de um Percurso de Estudo e Pesquisa. As relações institucionais foram analisadas por meio de uma grade fundamentada na Teoria Antropológica do Didático (TAD) e no referencial teórico complementar da pesquisa. Apresentamos, neste extrato, praxeologias que vivem em uma coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental (6 -14 anos) no Brasil, envolvendo três tipos de tarefa em torno da relação entre as noções de área e de perímetro. Os resultados mostram que os tipos de tarefa identificados são insuficientes no sentido de garantir que os estudantes do nono ano compreendam a independência e a dissociação dessas duas grandezas.

Palavras-chave: área, perímetro, libro didáctico, Teoría Antropológica do Didáctico

Abstract

This is part of an investigation to build a study and research path. Institutional relations were analyzed through a grid based on the Anthropological Theory of Didactics, and on the complementary theoretical framework of the research. In this report, we show praxeologies included in a collection of Mathematics textbooks of basic education (6 -14 years old) in Brazil, which involves three types of tasks about the relation between the notions of area and perimeter. The results of this research show that the types of tasks identified are insufficient to ensure that ninth-grade students understand the independence and dissociation of these two concepts.

Key words: area, perimeter, textbooks, Anthropological Theory of Didactics

■ Introdução

Este estudo é parte da tese de doutorado de Silva (2016), mais especificamente, de um tópico do capítulo que reportou análises dos livros didáticos e de documentos oficiais envolvendo as noções de área, perímetro e suas relações em superfícies planas.

O objetivo deste artigo é apresentar praxeologias que vivem em duas coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental (6 -14 anos), sendo uma coleção dos anos iniciais (6 – 10 anos) e a outra dos anos finais (11 – 14 anos), envolvendo tipos de tarefa relativos à relação entre as noções de área e de perímetro.

Consideramos, neste estudo, como referencial teórico, as noções de relação institucional, segundo Chevallard (2007); de praxeologias a partir de Chevallard; Grenier (1997); as noções de ostensivos e não ostensivos, conforme Chevallard (1994); as noções de quadro e de mudança de quadro, segundo Douady (1992); e a noção de níveis de conceituação, conforme Robert (1997) e níveis de conhecimento esperado dos estudantes, à luz da definição de Robert (1998).

Na sequência, apresentamos brevemente elementos desses referenciais que nos auxiliaram no desenvolvimento da pesquisa.

■ Referencial teórico

Iniciamos observando que, segundo Chevallard (2007), a partir do momento em que um indivíduo X passa a ocupar determinadas posições nas instituições, ele se torna sujeito dessas instituições. Assim, ao se sujeitar a uma instituição I, o indivíduo X passa a ser sujeito dessa instituição, ou seja, ele irá manter, com determinado objeto O, a relação existente em I, e dessa maneira, o objeto O existirá para X sob a exigência da relação institucional $R_I(O)$. Assim, para observar o nascimento ou a evolução de uma relação a um objeto, seja ela institucional ou pessoal, devemos observar o indivíduo ou a instituição em atividades nas quais eles ativam esse objeto, o que gera progressivamente as noções de tipo de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

A partir da consideração anterior, Chevallard (1997) buscou uma ferramenta que permitisse modelar com maior detalhe as práticas matemáticas, incluindo sua dimensão material, de forma que os saberes matemáticos fossem abordados como componentes inseparáveis das práticas.

Essa busca deu lugar à noção de organização praxeológica ou praxeologia, que corresponde a um marco no interior da Teoria Antropológica do Didático. A palavra “praxeologia” vem de *práxis*, que significa o bloco do saber fazer, composto pelo tipo de tarefa e a técnica, indicado por [T, □], e *logos*, que significa o bloco do saber, composto pela tecnologia e pela teoria, indicado por [□, □].

Assim, para o autor, uma das tarefas essenciais dos professores consiste em determinar, a partir das indicações fornecidas pelos programas oficiais, as organizações matemáticas a estudar, especificando, para cada uma delas, seu conteúdo preciso, a base dos tipos de tarefas matemáticas que elas contêm, assim como o grau de desenvolvimento a ser dado às componentes técnica, tecnológica e teórica.

Dizemos que uma tarefa (t) pertence a um tipo de tarefa (T), quando t faz parte de T. Uma tarefa ou um tipo de tarefa exprime-se por um verbo, o qual nos indica o gênero da tarefa. De acordo com Chevallard (1997), tarefas, tipos de tarefas, gêneros de tarefas são elementos que são reconstruídos em cada instituição específica, não sendo assim criados pela natureza.

Após expor as noções de tarefa, gênero de tarefa e tipo de tarefa, Chevallard (1997) ressalta que, para resolver uma tarefa (t) pertencente ao tipo de tarefa T, incluindo as problemáticas, é preciso construir uma técnica □□ que

possibilite cumprir, realizar, efetuar, conduzir bem, sendo esta técnica reconhecida por uma determinada instituição. Desse modo, uma praxeologia relativa a um tipo de tarefa T contém, em princípio, pelo menos uma técnica relativa à T. Ela compõe o bloco chamado prático-teórico, que é uma maneira genérica de nomearmos o saber fazer formado pelo par [T, □].

A tecnologia □□ tem a importante função de trazer elementos para modificar a técnica e ampliar seu alcance, superando suas limitações e possibilitando, em alguns casos, a produção de uma nova técnica. As tecnologias são afirmações mais ou menos explícitas, que precisam ser justificadas e explicitadas da mesma maneira que as técnicas, exigindo assim uma tecnologia da tecnologia, denominada por Chevallard (1997) de teoria, representada por □.

Chevallard (1994) esclarece ainda que toda atividade humana pode ser decomposta em determinado número de tarefas. Dessa forma, uma tarefa de determinado tipo pode apresentar-se como rotineira para aquele que a realiza, assim como a utilização de uma determinada técnica para executá-la. Mas essa técnica só será viável se for compreensível e justificável, o que necessita de um discurso específico, denominado tecnologia da técnica. Do mesmo modo, essa tecnologia deve ser compreensível e justificável, daí falar-se em tecnologia da tecnologia. Assim, a hierarquia técnica-tecnologia-teoria é relativa ao tipo de tarefa considerada.

Após revisitar a noção de praxeologia e mostrar a importância da técnica para o desenvolvimento de tarefas problemáticas, Chevallard (1994) apresenta as seguintes questões: de que é feita uma determinada técnica? De quais “ingredientes” ela é composta? Em que consiste a utilização de uma técnica? Para responder a estas questões, o pesquisador faz uma reflexão no sentido de que a observação da atividade humana leva a considerar uma distinção fundamental entre dois tipos de objetos: os objetos ostensivos e os objetos não ostensivos.

Sob o prisma dessa reflexão, o pesquisador define os objetos ostensivos como aqueles que têm para nós uma forma material, sensível, mas também são considerados objetos ostensivos os gestos, as palavras, os esquemas e os formalismos. Como exemplos de ostensivos, o pesquisador apresenta:

- os *objetos materiais* (um lápis, um compasso, um *software*, entre outros);
- *os gestos*: ostensivos gestuais (por exemplo, quando resolvemos uma equação do primeiro grau e isolamos x e as constantes de modo que cada um deles deve ficar num determinado membro em relação à igualdade);
- *as palavras*, e mais genericamente, o discurso: ostensivos discursivos;
- *os esquemas*, desenhos, grafismos: ostensivos gráficos;
- *as escritas e formalismos*: ostensivos escriturais.

Chevallard (1994) introduz ainda a noção de objetos não ostensivos, que equivalem ao que usualmente denominamos noções, conceitos, ideias etc. Em função de sua definição, os objetos não ostensivos não podem ser manipulados, eles somente podem ser evocados por meio da manipulação dos objetos ostensivos que lhes são associados. Como exemplo, podemos considerar que dado um retângulo, ao determinar o seu perímetro, dizemos que o mesmo corresponde à medida do contorno da figura ou que dadas as medidas de seus lados, basta somá-las. Só podemos compreender o que se pede, se dispusermos do objeto ostensivo linguajar perímetro. Além disso, para executar a ação correspondente, é preciso dispor de objetos ostensivos escriturais adequados e efetuar as ações indicadas. Assim, para resolver a tarefa proposta, é necessário dispor de certo número de objetos não ostensivos (entre eles, a noção de perímetro) e de um sistema de objetos ostensivos articulados a estes objetos não ostensivos.

Após essa breve apresentação das noções da TAD que utilizamos para este extrato de pesquisa, consideramos as noções de quadro e mudança de quadros, segundo definição de Douady (1992). Observamos inicialmente que a autora define objeto matemático como parte de um edifício mais amplo, que é o saber matemático, sendo estes objetos que constituem o que ela denomina quadro, a saber:

[...] um quadro é constituído de objetos de um ramo das matemáticas, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais associadas a esses objetos e essas relações. Essas imagens têm um papel essencial e funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. Dois quadros podem conter os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas (Douady, 1992, p.135).

A partir da definição de quadro, salientamos que os quadros considerados nesta pesquisa são: o quadro geométrico, o quadro das grandezas e o quadro numérico, definidos por Douady e Perrin-Glorian (1989), ou seja, o quadro numérico é aquele que contém os números reais não negativos decorrentes das medidas de comprimento (contornos) e de área, por exemplo: o resultado numérico da contagem de quadrados que contém uma região retangular, o quadro geométrico é aquele para o qual é dada a figura por meio do objeto ostensivo figural ou do objeto ostensivo escritural (nome da figura), por exemplo: na representação de uma região retangular numa malha quadriculada, o quadro das grandezas é aquele que contém as grandezas comprimento (contornos das figuras planas), área e suas relações, as quais serão expressas pelo par (número, unidade de medida), por exemplo: o resultado do cálculo da área de uma região retangular de 3 metros de comprimento e 6 metros de largura que é $3 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$. Enfatizamos ainda que foi necessário, para a identificação das praxeologias existentes e para as análises, considerar também o quadro algébrico: o que contém as fórmulas para os cálculos de área e de perímetro.

Ao considerar os quadros acima, parece-nos importante pontuar que Douady (1992), ao propor a abordagem teórica em termos de quadros e mudanças de quadros, transpõe para a Didática da Matemática a forma de trabalho dos matemáticos. Para tanto, ela explicita que a mudança de quadros é uma maneira de obter diferentes formulações de um problema que não são necessariamente equivalentes, propiciando um novo acesso às dificuldades encontradas e à implementação de ferramentas e técnicas que não se impunham na primeira formulação. A autora explica ainda que quaisquer que sejam as traduções de um quadro em outro, elas conduzem quase sempre a resultados desconhecidos, a novas técnicas, à criação de novos objetos matemáticos, ou seja, conduzem ao enriquecimento do quadro original e de quadros auxiliares de trabalho.

A noção de mudança de quadros é transposta para a didática por meio dos jogos de quadros que são organizados pelos professores como meios privilegiados de suscitar, ao mesmo tempo, desequilíbrios cognitivos e possibilitar a ultrapassagem desses desequilíbrios por meio de reequilibrações de nível superior.

Apresentamos, a seguir, as noções de níveis de conceituação e níveis de conhecimento esperados dos estudantes, conforme definição de Robert (1997, 1998). Essas noções auxiliaram-nos a compreender quais os níveis indicados para serem desenvolvidos no Ensino Fundamental, uma vez que os níveis de conhecimentos são relativos ao nível de conceituação escolhido para a apresentação do campo conceitual das grandezas e medidas, pois, de acordo com Robert (1997), os níveis de conceituação são os marcos a serem identificados ao longo do ensino de determinado campo conceitual, o que conduz a diferentes escolhas para a apresentação dos objetos desse campo.

À luz dessas noções, compreende-se melhor a questão do ensino, da utilização e da transposição institucional proposta para o desenvolvimento do saber associado às noções de área, perímetro e suas relações, em particular, quando se consideram as duas coleções de livros didáticos do mesmo autor, avaliados e indicados pelo Ministério da Educação do Brasil para serem utilizados no Ensino Fundamental - anos iniciais (alunos de 6 – 10 anos) e Ensino Fundamental - anos finais (alunos de 11 – 14 anos) nas escolas brasileiras e que foram analisadas nesta pesquisa para a identificação das praxeologias existentes.

O estudo dos níveis de conhecimento esperados dos estudantes em torno das noções de área, perímetro e suas relações, concorreu para a compreensão das propostas institucionais e, conseqüentemente, para identificar os conhecimentos sobre essas noções que os estudantes poderiam mobilizar.

Robert (1998) estabelece os três níveis de conhecimento esperados dos estudantes, a saber: o nível técnico, o nível mobilizável e o nível disponível.

A autora considera que essa classificação é uma ferramenta de análise útil para dimensionar as possibilidades de os estudantes desenvolverem determinadas tarefas matemáticas em função do ensino que seguiram ou que se espera que tenham seguido.

O *nível técnico* é aquele em que é possível funcionar de maneira isolada, local e concreta, ou seja, aquele em que se utilizam as ferramentas implícitas e explícitas, em particular, as definições. Consoante a pesquisadora, esse nível, em geral, corresponde ao que é exigido no *collège* (estudantes de 11 a 14 anos) na França, equivalente ao nosso Ensino Fundamental - anos finais no Brasil. Como exemplo, consideramos a tarefa: Calcular a área de um quadrado de lado 3m por meio da fórmula $A = l^2$.

O *nível mobilizável* refere-se a um início de justaposição de saberes de determinado quadro, onde vários métodos podem ser mobilizados. Por exemplo, se um saber é identificado, ele é considerado mobilizável se ele é acessível, isto é, se o estudante o utiliza corretamente. Nesse nível, o conhecimento em jogo é explicitado no enunciado. Exemplo: Determinar a área de um quadrado de lado 3m por ladrilhamento, com ladrilhos quadrados de lado 1m.

O *nível disponível* é muito próximo do nível mobilizável; a diferenciação entre eles é o fato de que, nesse nível, é preciso saber resolver o que é proposto sem indicações, de poder, por exemplo, dar contraexemplos (encontrar ou inventar), mudar de quadros (relacionar), aplicar métodos não previstos. O estudante, neste nível, resolve um problema proposto sem nenhuma sugestão do professor, isto é, são atividades que, em geral, podem solicitar a procura de contraexemplos ou mudanças de quadro sem indicação do professor.

Esse nível está associado à familiaridade, ao conhecimento de situações de referência variadas, que o estudante sabe que detém, ou seja, elas servem de terreno de experimentação. Essas situações de referência devem favorecer a que o estudante questione o que está sendo proposto, organize seus conhecimentos de modo a poder utilizá-los quando necessário, ou ainda, possa propor para si novos problemas ou fazer resumos. Exemplo: Uma piscina tem 8 m de comprimento, 4 m de largura e 1,2 m de profundidade. Deseja-se colocar azulejos quadrados de 0,2 m de lado nas paredes laterais e no fundo da piscina. Quantos azulejos serão necessários? (disponível em <http://docentes.ifrn.edu.br/marcelosilva/disciplinas/matemática>).

■ Metodologia da pesquisa

Coerentemente com seu quadro teórico e objetivo, a metodologia está centrada na análise da abordagem institucional por meio do estudo de duas coleções de livros didáticos do mesmo autor, um para cada etapa escolar, isto é, um para o Ensino Fundamental - anos iniciais (alunos de 6 a 10 anos) e outro para o Ensino Fundamental - anos finais (estudantes de 11 a 14 anos). A escolha dos livros deve-se ao fato de que eles foram avaliados e indicados pelo Ministério da Educação do Brasil e que, por serem do mesmo autor, seguem uma apresentação coerente entre as duas etapas escolares consideradas. Além disso, são utilizados em diversas escolas brasileiras.

Trata-se, portanto, de uma pesquisa qualitativa segundo Lüdke e André (2013), cuja técnica é a da pesquisa documental, uma vez que analisa fontes escritas como base da investigação, considerando documentos contemporâneos cientificamente autênticos.

Neste extrato de pesquisa, consideramos os seguintes documentos: as coleções de livros didáticos de Dante (2011, 2012), destinados aos cinco anos do Ensino Fundamental - anos iniciais e aos quatro anos do Ensino Fundamental - anos finais, respectivamente. Trata-se de documentos contemporâneos cientificamente autênticos, que foram escolhidos por terem sido os mais adotados em todo o Brasil, segundos dados do Ministério da Educação.

Na análise dos nove livros de Dante, que abrangem os nove anos do Ensino Fundamental (alunos de 6 a 14 anos), buscamos identificar três tipos de tarefa envolvendo a relação entre a noção de área e de perímetro: (T_1) - Calcular o perímetro de uma região plana quadrada, sabendo sua área e vice-versa; (T_2) - Estimar a medida dos lados, e/ou da altura, e/ou das diagonais de figuras planas para que tenham a mesma área e perímetro diferentes e vice-versa; (T_3) - Comparar os perímetros e as áreas de figuras planas, por serem os tipos de tarefa mais comuns em outras coleções de livros didáticos no Brasil.

Para a análise desses livros didáticos, construímos uma grade de análise seguindo o modelo de Dias (1998). Nessa grade, utilizamos a noção de praxeologia, identificando o tipo de tarefa e as tarefas associadas a esse tipo para, na sequência, coligar com as técnicas e tecnologias apresentadas nos livros analisados, observando ainda quais as teorias que justificavam as tecnologias observadas. Analisamos ainda os objetos ostensivos e não ostensivos necessários para a resolução da cada tarefa, assim como os quadros em que a tarefa é enunciada e resolvida, o que indica a necessidade ou não de mudança de quadros e, finalmente, consideramos ainda o nível de conhecimento esperado dos estudantes em relação aos seus conhecimentos prévios e aos novos conhecimentos. Exemplos da aplicação da grade de análise são apresentados na seção dos resultados para as três tarefas consideradas.

Para as praxeologias identificadas, construímos uma tabela para cada livro da coleção, identificando, para cada ano, quais tipos de tarefa eram tratados e para qual(ais) desses tipos de tarefa era dada ênfase, observando aqui que, nessa contagem, estão incluídas as tarefas resolvidas e propostas. Neste extrato, apresentamos nos resultados parte da tabela, considerando apenas os três tipos de tarefas anteriormente anunciados.

Nos resultados apresentados a seguir, como já ressaltado, encontramos exemplos que mostram como os dados foram obtidos, assim como da forma como foram analisados.

■ Resultados

Como já anunciado, a organização das análises deu-se a partir do modelo de grade de análise, segundo modelo de Dias (1998), com o objetivo de ser uma ferramenta que possibilitasse a identificação das relações institucionais existentes nos livros analisados. Nos exemplos das figuras de 1 e 3, encontramos tarefas que atendiam às nossas expectativas e optamos por apresentar a tratada no 9º ano para o tipo de tarefa T_1 e no 6º ano para a tarefa T_2 , encontradas no livro de Dante (2012). Na figura 2, apresentamos o tipo de tarefa esperada que não foi identificada nas obras analisadas, o que parece indicar que se trata de uma tarefa problemática que coloca dificuldades para os estudantes, uma vez que é preciso utilizar um método, em geral, pouco aplicado na escola brasileira, que é o da tentativa, pois, para o estudo das grandezas e medidas, a ênfase ainda é dada à aplicação das fórmulas.

Tipo de Tarefa 1 (T_1): Calcular o perímetro de uma região plana quadrada, sabendo sua área e vice-versa.

Exemplo (Dante (2012), 9º ano, p. 302, questão 26 a)):

Calcule e responda em seu caderno:

a) se uma região quadrada tem área de 36 cm^2 , qual é o seu perímetro?

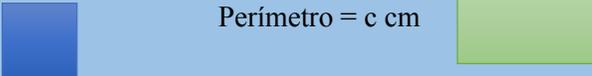
Técnicas (τ):

τ_{11} : encontrar a medida do lado do quadrado, utilizando a fórmula do cálculo da área do quadrado e determinar seu perímetro por adição dos quatro lados ou pela multiplicação por quatro, ou seja, utilizando a definição de perímetro.

	τ_{12} : encontrar a medida do lado do quadrado, utilizando a fórmula do cálculo da área do quadrado, em seguida utilizar a fórmula para determinar o perímetro do quadrado dado.
Tecnologia (θ):	(τ_{11}) noção de área do quadrado por meio de sua representação algébrica (fórmula) enoção de perímetro do quadrado por meio de sua definição. (τ_{12}) noção de área do quadrado por meio de sua representação algébrica (fórmula) enoção de perímetro do quadrado por meio de sua representação algébrica (fórmula).
Teoria (Θ):	domínio das grandezas e medidas, dos números e da geometria plana.
Objetos Ostensivos:	- dados no enunciado da tarefa: ostensivos discursivo, escritural e numérico. - manipulados na solução da tarefa: algébrico e numérico.
Objetos Não Ostensivos:	evocados na solução da tarefa: (τ_{11}) noção de área do quadrado por meio de sua representação algébrica (fórmula) e noção de perímetro do quadrado por meio de sua definição. (τ_{12}) noção de área do quadrado por meio de sua representação algébrica (fórmula) enoção de perímetro do quadrado por meio de sua representação algébrica (fórmula).
Quadro(s):	- em que a tarefa é enunciada: quadro geométrico e numérico. - em que a tarefa é resolvida: quadro geométrico, numérico e algébrico.
Níveis de conhecimento esperados dos estudantes:	- mobilizável em relação às noções de perímetro e de área, suas respectivas representações algébricas e a definição de perímetro. - disponível para as noções de números reais, suas operações e propriedades.

Figura 1: Exemplo da Grade de Análise para T_1 .

Fonte: Silva (2016).

<p>Tipo de Tarefa 2 (T_2): Estimar a medida dos lados, e/ou da altura, e/ou das diagonais de figuras planas para que tenham a mesma área e perímetro diferentes e vice-versa.</p>	
<p><u>Exemplo</u> (Silva (2016)): Estime as medidas dos lados de um quadrado e de um retângulo de forma que tenham a mesma área e perímetros diferentes.</p>	
<p>Área = $a \text{ cm}^2$ Perímetro = $b \text{ cm}$</p>	<p>Área = $a \text{ cm}^2$ Perímetro = $c \text{ cm}$</p>
	
Técnicas (τ):	<p>τ_{21}: construir uma tabela com medida de comprimento, largura, área e perímetro para identificar os que satisfazem as condições da questão. Calcular o perímetro e a área por meio de suas respectivas fórmulas. Comparar os resultados.</p> <p>τ_{22}: construir uma tabela com medida de comprimento, largura, área e perímetro para identificar os que satisfazem as condições da questão. O cálculo da área é realizado por meio de sua fórmula e o cálculo do perímetro por meio da definição</p>

	(contorno). Comparar os resultados.
Tecnologia (θ)::	(τ_{21}) noções de comprimento, largura e sobre as fórmulas de área e perímetro de quadrados e retângulo; noções de números reais, suas operações e propriedades. (τ_{22}) noções de comprimento, largura, sobre a fórmula de área de quadrados e retângulos e sobre a definição perímetro de quadrados e retângulos; noções de números reais, suas operações e propriedades.
Teoria (Θ):	domínio das grandezas e medidas, da geometria plana e dos números.
Objetos Ostensivos:	- dados no enunciado da tarefa: ostensivos discursivo, escritural e numérico. - manipulados na solução da tarefa: ostensivos gráfico, algébrico e numérico.
Objetos Não Ostensivos:	evocados na solução da tarefa: (τ_{21}) noções de comprimento, largura e sobre as fórmulas de área e perímetro de quadrados e retângulos; noções de números reais, suas operações e propriedades. (τ_{22}) noções de comprimento, largura, sobre a fórmula de área de quadrados e retângulo e sobre a definição perímetro de quadrados e retângulos; noções de números reais, suas operações e propriedades.
Quadro(s):	- em que a tarefa é enunciada: quadro numérico. - em que a tarefa é resolvida: quadro geométrico, numérico e algébrico.
Níveis de conhecimento esperados dos estudantes:	- mobilizável em relação às noções de comprimento, largura, perímetro e área de quadrados e retângulos e suas respectivas representações. - disponível em relação aos números reais, suas operações e propriedades.

Figura 2: Exemplo da Grade de Análise para T_2 .

Fonte: Silva (2016).

Tipo de Tarefa 3 (T_3): Comparar os perímetros e as áreas de figuras planas.

Exemplo (Dante (2012), 6º ano, questão 45, p.265): Em seu caderno, construa e pinte de azul uma região retangular de 10 cm por 4 cm. Em seguida, desenhe e pinte de amarelo uma região retangular com as seguintes características: sua área corresponde a 60% da região azul e seu perímetro é igual ao da região azul.

Técnicas (τ):	τ_{31} : representar por um desenho a região retangular azul indicada no enunciado e determinar sua área e seu perímetro. Na sequência, calcular 60% da área encontrada e utilizar o perímetro do retângulo azul. Determinar os lados do retângulo amarelo por tentativas, partindo de um determinado valor para os lados, utilizando a fórmula para o cálculo da área e a definição para o cálculo do perímetro. (6º ano)
	τ_{32} : representar, por um desenho, a região retangular azul indicada no enunciado e determinar sua área e seu perímetro. Na sequência, calcular 60% da área encontrada e utilizar o perímetro do retângulo azul. Determinar os lados do retângulo amarelo por tentativas, utilizando suas fórmulas. (6º ano)

	τ_{33} : representar por um desenho a região retangular azul indicada no enunciado e determinar sua área e seu perímetro por meio da fórmula. Na sequência, calcular 60% da área encontrada e utilizar o perímetro do retângulo azul. Construir um sistema não linear de duas equações e duas incógnitas e resolvê-lo. (9º ano)
Tecnologia (θ):	τ_{31} : noções de retângulo, de área de retângulo e sua fórmula, da definição de perímetro de retângulo, de porcentagem, de números reais, suas operações e propriedades. τ_{32} : noções de retângulo, de área de retângulo e de perímetro de retângulo e suas fórmulas, de porcentagem, de números reais, suas operações e propriedades. τ_{33} : noções de retângulo, de área de retângulo e de perímetro de retângulo e suas fórmulas, de porcentagem, de números reais, suas operações e propriedades, de sistemas não lineares com um método de resolução do mesmo.
Teoria (Θ):	domínio das grandezas e medidas, dos números, da álgebra e da geometria plana.
Objetos Ostensivos:	- dados no enunciado da tarefa: ostensivos discursivo, escritural e numérico. - manipulados na solução da tarefa: ostensivos algébrico, numérico e geométrico.
Objetos Não Ostensivos:	Evocados na solução da tarefa: τ_{31} : noções de retângulo, de área de retângulo e sua fórmula, da definição de perímetro de retângulo, de porcentagem, de números reais, suas operações e propriedades. τ_{32} : noções de retângulo, de área de retângulo e de perímetro de retângulo e suas fórmulas, de porcentagem, de números reais, suas operações e propriedades. τ_{33} : noções de retângulo, de área de retângulo e de perímetro de retângulo e suas fórmulas, de porcentagem, de números reais, suas operações e propriedades, de sistemas não lineares com um método de resolução do mesmo.
Quadro(s):	- em que a tarefa é enunciada: quadro numérico. - em que a tarefa é resolvida: quadro geométrico, numérico e algébrico.
Níveis de conhecimento esperado dos estudantes:	- mobilizável em relação às noções de perímetro e de área e suas respectivas fórmulas, de porcentagem e de números reais, suas operações e propriedades para as três técnicas. Para τ_{31} , é preciso ainda considerar a definição de perímetro. Para τ_{33} , é preciso ainda considerar a noção de sistema não linear e um método de resolução para esse sistema. - disponível em relação aos números reais, suas operações e propriedades e, para τ_{33} , é preciso dispor da noção de sistema não linear e de um método para sua resolução.

Figura 3: Exemplo da Grade de Análise para T_3 .

Fonte: Silva (2016).

Neste artigo, apresentamos apenas os resultados associados aos três tipos de tarefas anteriormente descritas. Essa escolha está conectada aos tipos de tarefa usuais associadas à relação entre a noção de perímetro e a noção de área, em que essas noções são tratadas como objeto de estudo, no sentido de Douady (1992), segundo característica da abordagem indicada pelo autor do livro didático considerado. Mesmo sabendo que se trata de duas noções dissociadas, identificar tipos de tarefas que expressem a relação entre elas pode contribuir na construção da independência entre as noções de área e perímetro, pois muitos estudantes consideram que aumentar ou diminuir uma corresponde ao mesmo efeito na outra, o que constatamos por meio de pesquisas publicadas envolvendo essas noções.

Ressaltamos ainda que os três tipos de tarefa identificados e apresentados anteriormente não estavam distribuídos nos nove anos do Ensino Fundamental (EF) da Educação Básica no Brasil (6 – 14 anos), como mostra a figura 4.

LIVRO DIDÁTICO (LD)	TIPOS DE TAREFA (T)		
	T ₁	T ₂	T ₃
1º ano	-	-	-
2º ano	-	-	-
3º ano	-	-	-
4º ano	01	-	01
5º ano	-	-	-
6º ano	03	-	01
7º ano	-	-	-
8º ano	01	-	06
9º ano	01	-	01
Total	06	00	09

Figura 4: Distribuição dos Tipos de Tarefa em Dante (2011, 2012).

Fonte: Silva (2016).

Observando a distribuição dos tipos de tarefas nos nove anos do Ensino Fundamental exposta na figura 4, verificamos que ela se apresenta de forma insuficiente no sentido de garantir que os estudantes do 9º ano (final do Ensino Fundamental) compreendam a independência das grandezas área e perímetro, uma vez que no 1º, 2º, 3º, 5º e 7º anos não identificamos o tipo de tarefa de relação entre área e perímetro; já nos 4º, 6º, 8º e 9º anos, identificamos apenas 15 tipos de tarefas que foram classificadas como T₁ ou T₃; enquanto o tipo de tarefa que envolve o gênero de tarefa “Estimar” representado por (T₂) não foi discutido pelo autor nos livros didáticos analisados, como já havíamos exposto anteriormente.

Mesmo as tarefas de tipo T₁ e T₃ são pouco trabalhadas. Ao observarmos os dados da figura 4, apenas no 6º ano são tratadas três tarefas de tipo T₁, que são revisitadas brevemente no 8º ano, o que acreditamos ser insuficiente para compreender as situações de medida e comparação apresentadas por Baltar (1996). O mesmo ocorre para o tipo de tarefa T₃, cujo tratamento inicia-se no 4º e 6º anos, voltando a ser considerada importante no 8º ano, mas sendo praticamente abandonada no 9º ano, uma vez que encontramos apenas uma tarefa, ou seja, uma rápida revisita, que pode não indicar a importância de seu estudo.

Nos livros do 1º ao 3º ano, não foram encontrados tipos de tarefas T_1 , T_2 e T_3 . As situações envolvendo a relação entre as grandezas área e perímetro no livro didático do 4º ano (alunos de nove anos) não são representativas, concentrando o trabalho em situações de medida e de comparação no sentido de Baltar (1996), mas podemos considerar como um início do trabalho a ser desenvolvido, ou seja, que nesse livro didático é valorizada a importância da independência entre as duas grandezas. Não identificamos situações de produção, no sentido de Baltar (1996), envolvendo a relação entre as grandezas área e o perímetro neste mesmo livro. Nesta ocasião, já seria possível propor o tipo de tarefa: construir, em uma malha quadriculada, uma figura plana com a mesma área da figura dada e com o perímetro maior que o perímetro desta figura.

Ainda nesse livro didático, as técnicas que prevaleceram nas situações envolvendo as grandezas área e/ou perímetro são: ladrilhamento de figuras, determinação da área ou do perímetro a partir de malhas, utilizando contagem de quadrados ou dos lados do quadrado, sendo justificadas pelos seguintes elementos tecnológico-teóricos: características e propriedades das figuras planas, operações com números racionais e a medição das grandezas inseridas nos domínios das grandezas e medidas; da geometria plana e dos números racionais. As situações que nos interessam apresentaram-se, em sua maioria, por meio dos objetos ostensivos discursivo e figural e, para a solução das mesmas, era necessária uma articulação entre os quadros numérico, geométrico e das grandezas. Por se tratar da etapa de introdução dos primeiros conceitos e de noções matemáticas, assumimos que as tarefas propostas se encontram no nível mobilizável, já que é preciso pedir explicitamente o que deve ser calculado, o que consideramos adequado.

No 5º ano, não foram encontrados tipos de tarefas T_1 , T_2 , T_3 e as tarefas associadas à relação entre as noções de área e perímetro identificadas na obra de Dante (2012) do 6º ano (alunos de 11 anos) estão presentes em apenas quatro atividades propostas aos estudantes, ou seja, esta relação, apesar de se mostrar agregada à ocasião do primeiro encontro, é deixada sob a responsabilidade do professor e dos estudantes.

O livro didático analisado não tem como foco as situações que propõem a relação entre as noções de área e de perímetro; talvez esta relação seja desenvolvida nos anos posteriores ao sexto ano, o que justificaria delegar aos estudantes a exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica. Estas situações são trabalhadas de forma tímida apenas no 4º ano do EF - anos iniciais.

É importante sublinhar que o estudo dessa relação, considerando as diferentes possibilidades de estudo, em particular, a institucionalização, pode auxiliar os estudantes na dissociação entre as noções de área e perímetro, que equivale a uma dificuldade já apontada pelos estudos de Melo (2003), Barros (2006), Ferreira (2010), entre outras pesquisas.

No 7º ano, não foram encontrados tipos de tarefas T_1 , T_2 , T_3 e, no livro didático do 8º ano (alunos de 13 anos), foram identificados sete tipos de tarefa envolvendo a relação de área e de perímetro, nos quais o foco continua sendo direcionado a situações de medida e de comparação. Não encontramos nesse livro, Dante (2012), situações de produção envolvendo as grandezas área e perímetro em um único objeto, por exemplo, *construir uma figura plana numa malha quadriculada com a mesma área e perímetro menor que a figura dada em uma malha com o mesmo quadriculado*. Observamos aqui que esta proposta poderia favorecer a distinção entre as duas grandezas geométricas.

Constatamos também que o livro didático do 9º ano (alunos de 14 anos) não amplia a apresentação de situações envolvendo a relação das grandezas em estudo, delegando ao professor a complementação do ensino desse conteúdo com outras situações. Já que o 9º ano é o último ano do Ensino Fundamental, entendemos que os estudantes teriam condições de compreender as noções de área e perímetro, podendo aplicá-las por meio de tipos de tarefas mais amplos, que considerassem situações de relação entre as duas grandezas. Contudo, ao longo do livro do 9º ano, constam apenas duas situações condizentes com essa abordagem.

■ Algumas considerações

Acreditamos que um estudo mais intenso em torno da relação entre as noções de área e de perímetro nos seis anos do Ensino Fundamental favoreceria a compreensão da independência dessas grandezas, uma vez que iniciar o estudo dessa relação no 4º ano é considerado adequado.

A análise dos livros de Dante (2011, 2012) nos leva a refletir que, como sabemos, nas escolas brasileiras, o livro didático tem um papel muito importante, posto que é avaliado e distribuído pelo Ministério da Educação do Brasil. Sendo assim, podemos supor que muitos professores sintam segurança em propor seus planos de curso seguindo o livro adotado, o que lhes possibilita desenvolver suas aulas discutindo apenas o que é apresentado no livro didático, sem se questionar sobre a importância da relação entre área e perímetro. Daí pode decorrer o fato de, por vezes, não compreenderem as dificuldades de seus alunos e estudantes.

Sendo assim, é preciso que o professor fique atento e considere os conhecimentos prévios de seus alunos e estudantes, de modo a propor novas organizações matemáticas e didáticas que auxiliem a articulação dos conhecimentos matemáticos. Quando nos referimos mais especificamente às noções de perímetro e de área, é preciso que os estudantes possam considerar as mudanças de quadros e os diferentes tipos de situações, que podem contribuir na introdução e desenvolvimento de novos tipos de tarefas que podem auxiliar na compreensão da independência e da dissociação dessas duas grandezas.

■ Referências bibliográficas

- Baltar, P. M. (1996). *Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège*. Tese de Doutorado na Université Joseph Fourier. Grenoble, França.
- Chevallard, Y. (2007). *Le développement actuel de la TAD: pistes et jalons*. Recuperado em 04 de abril de 2020 de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/TAD_-_Pistes_Jalons_-_Didirem.pdf
- Chevallard, Y; Grenier, D. (1997). *Le topos de l'élève*. Actes de la IX école d'été de didactique des mathématiques. Houlgate: França
- Chevallard, Y. (1994). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Recuperado em 04 de abril de 2020 de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Ostensifs_et_non-ostensifs.pdf
- Dante, L. R. (2012). *Projeto Teláris: Matemática*. São Paulo: Ática.
- Dante, L. R. (2011). *Ápis: Alfabetização Matemática*. São Paulo: Ática.
- Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM* 6, 132-158.
- Dias, M. A. (1998). *Les problèmes d'articulation entre points de vue «cartésien» et «paramétrique» dans l'enseignement de l'algèbre linéaire*. Recuperado em 04 de abril de 2020 de <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01252758>
- Lüdke, M.; André, M. E. A. (2013). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(2), 139-190.
- Robert, A. (1997). Niveaux de conceptualization et enseignement secondaire. En J.L. Dorier, G. Harel, J. Hillel, M. Rogalski, J. Robinet, A. Robert, A. Sierpinska et al. (Eds), *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question* (pp.149-157), Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.
- Silva, J. V. G. (2016). *Grandezas e medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional*. Tese de Doutorado da Universidade Anhanguera de São Paulo. Brasil.