

COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN Y DE SUS SIGNIFICADOS EN ESTUDIANTES PERUANOS DE SEGUNDO

DE SECUNDARIA SEGÚN LA EVALUACIÓN CENSAL 2015 Y 2016

# UNDERSTANDING THE CONCEPT OF FRACTION AND ITS MEANINGS BY PERUVIAN SECONDARY SCHOOL STUDENTS; ACCORDING TO THE 2015 AND 2016 EVALUATION STATISTICAL RECORD

# Olimpia Rosa Castro Mora

Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. Ministerio de Educación (Perú). olimpiacastro@hotmail.com

### Resumen

El aprendizaje del concepto de fracción es uno de los aspectos más importantes en la escolaridad y a la vez uno de los de mayor dificultad. Esta investigación se centra en el análisis de las tareas de la Evaluación Censal (ECE) de los años 2015 y 2016, aplicada a estudiantes peruanos de segundo de secundaria (de 14 o 15 años de edad) para conocer la comprensión que tienen los estudiantes acerca del concepto de fracción. Se busca establecer una relación entre las respuestas de los estudiantes y la comprensión que tienen del concepto de fracción y sus significados. Concepto fundamental para construir el conjunto de números racionales. Se tomó como referente teórico la teoría de campos conceptuales de Gerard Vergnaud y los significados de fracciones de Thomas Kieren. Como resultado, se evidenció que los estudiantes tienen dificultad para resolver situaciones problemáticas que involucran el concepto de fracción al no comprender sus significados ni interpretar sus diferentes representaciones.

Palabras clave: significado de fracción, campos conceptuales, situaciones

### **Abstract**

Learning the concept of fraction is one of the most important aspects in schooling, and at the same time, it is one of the most difficult aspects. This research focuses on the analysis of some tasks of the Census evaluation of the years 2015 and 2016, applied to Peruvian secondary- school students (aged 14 or 15) to know their understanding of the concept of fraction. It seeks to establish the relationship between the students' response and their understanding of the concept of fraction and its meanings. The concept of fraction is essential to construct the set of rational numbers. Both, Gerard Vergnaud's theory of conceptual fields and Thomas Kieren's meanings of fractions were considered as theoretical referents. The results showed that students have difficulties solving problematic situations that involve the concept of fraction by not understanding their meanings nor interpreting their different representations.

**Key words:** Meaning of fraction, conceptual fields, situations



### Introducción

Diversas investigaciones sirven de sustento científico para abordar el concepto de fracción según sus significados, tanto en el aprendizaje de los estudiantes durante la escolaridad, de los docentes en el proceso de enseñanza, de futuros docentes en su periodo de formación, como también, la manera cómo se aborda este concepto en algunos materiales de trabajo. Investigaciones como la de Silva (2005) pone de manifiesto que trabajar solo algunos significados de la fracción puede obstaculizar la construcción del concepto de fracción. De León y Fuenlabrada (1996), Perera y Valdemoros (2007), también señalan que parte de este fracaso en el aprendizaje de las fracciones se debe al desconocimiento de sus significados por parte de los docentes, llevando a plantear en las clases, de manera prematura, el uso del lenguaje convencional y los algoritmos lo que impide su comprensión del significado. Así mismo, Castro (2017) señala que algunos docentes en formación inicial no logran la comprensión del concepto de fracción dificultando su aplicación en la resolución de problemas. Las investigaciones mencionadas, resaltan la importancia de construir los distintos significados de fracción para alcanzar mayor comprensión y consolidar este concepto, el cual le permitirá resolver diversas situaciones problemáticas y sentar las bases para la construcción del campo de los números racionales.

En Perú, el currículo nacional señala que el concepto de fracción se construye a lo largo de la educación primaria a través de sus distintos significados, de manera que en segundo de secundaria se debería consolidar este concepto con el conjunto de números racionales. Evidencias recogidas en Evaluaciones Censales de Estudiantes (ECE) muestran que los estudiantes, incluso los de secundaria, presentan dificultades en el aprendizaje de las fracciones y su aplicación en la resolución de problemas (Minedu, 2016). Esta investigación surge con la finalidad de conocer los niveles de logro de aprendizaje que han alcanzado los estudiantes peruanos con respecto a las nociones de fracción. Por ello, el problema general de investigación es: ¿Cómo se relaciona la comprensión del concepto de fracción y sus significados en los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal, 2015 y 2016?

Para abordar este tema de investigación se requiere conocer los significados de las fracciones implicados en las tareas de la ECE y profundizar en los elementos que constituyen la conceptualización de la fracción en dichas tareas. Con estos elementos se puede comprender los conceptos de fracción que el estudiante utiliza al resolver las tareas propuestas en la evaluación censal. Es a partir del análisis de algunas tareas de la ECE de segundo de secundaria que involucran fracciones y del análisis de los resultados psicométricos de dichas tareas, que se establece la relación entre la respuesta de los estudiantes y la comprensión del concepto de fracción y sus significados implicados en su solución, especialmente en este grado que se debe consolidar el concepto de fracción y construir el conjunto de números racionales.

### ■ Marco teórico

La teoría de campos conceptuales creada por Gerard Vergnaud tiene como fin principal el estudio del proceso de conceptualización. Esta teoría se basa en analizar la construcción de conceptos por parte del estudiante estableciendo relación con otros conceptos involucrados, sus sistemas y sus rupturas que se van presentando a lo largo del proceso de adquisición.

Se define el campo conceptual (Moreira, 2002) como un conjunto espontáneo y diverso de problemas o situaciones cuyo tratamiento implica relacionar conceptos, procedimientos y representaciones de distintas maneras, pero todos conectados entre sí. De esta manera, se considera el campo conceptual como una unidad de estudio que permite dar sentido a los problemas de adquisición y a las observaciones hechas en relación a la conceptualización. En este proceso, se considera que es la situación la primera entrada de un campo conceptual y como segunda entrada estarían los conceptos y los teoremas.



De los aportes de Vergnaud (1990) acerca de los campos conceptuales, se sabe que en el proceso de conceptualización intervienen los siguientes elementos:

- Las situaciones que son las que le dan sentido al concepto.
- El conjunto de invariantes (objetos, propiedades, teoremas, relaciones, etc.) son los que se ponen en juego para resolver las situaciones.
- Las diferentes representaciones simbólicas (lenguaje natural, gráficos, sentencias formales, etc.) son las que se usan para representar los invariantes, situaciones y procedimientos.
- Los esquemas vienen a ser la forma cómo el individuo interactúa con los conceptos, las situaciones y las representaciones.

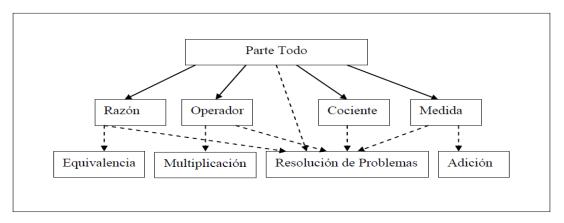
La relación entre estos elementos se muestra en la figura 1.



Figura 1. Elementos sobre los que se desarrolla la conceptualización. Por Castro (2018, p.24).

Con esta teoría se puede relacionar la construcción del concepto de fracción a partir de conocimientos básicos de herramientas intuitivas hasta la partición, equivalencia y la formación de la unidad, conectando con las estructuras multiplicativas y las diversas situaciones y representaciones que dan sentido a los conceptos de fracción (Vergnaud, 2007).

Consideramos como referencia teórica para los significados de fracción los presentados en Matute (2010) que menciona los significados de Thomas Kieren, quien ha realizado diversos estudios acerca de la construcción de estos números. Señala que Kieren reconoce varios constructos intuitivos (medida, cociente, operador multiplicativo y razón) que son los que permite construir el conocimiento de la fracción. Además, identifica un quinto constructo intuitivo: la relación parte-todo que sirve de base para la construcción de los otros cuatro mencionados anteriormente. Son estos significados los que dan sentido y conexión a las equivalencias de razones, operaciones con fracciones y su resolución de diversos problemas que los involucra. La siguiente figura presenta la relación de la naturaleza básica de cada uno de ellos.



**Figura 2.** El esquema muestra el modelo teórico de las interpretaciones del concepto de fracción. Por Matute (2010, p.18).

A su vez, se muestran ejemplos representativos de cada uno de estos constructos que permite graficar las situaciones que le dan sentido a cada significado de la fracción y contribuye b a la construcción del concepto de fracción, como se aprecia en la figura 3.

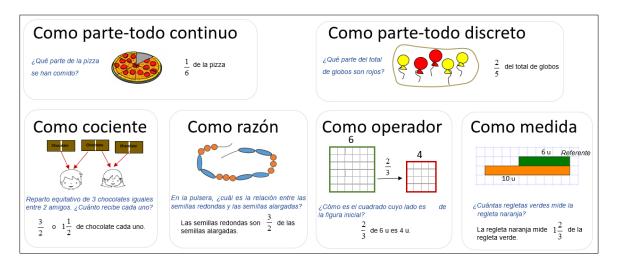


Figura 3. La figura muestra ejemplos de los significados de las fracciones. Adaptado de Castro (2018)

Desarrollando el concepto de fracción a partir de situaciones reales que aborden sus distintos significados, será posible alcanzar un conocimiento racional y funcional que permita realizar con éxito actividades operatorias tanto en situaciones cotidianas como en aquellas que exijan mayor reflexión, exploración y abstracción por parte del estudiante. De esta manera, según los aportes de Vergnaud (1990) se puede señalar que se alcanza el dominio de las fracciones como campo conceptual, cuando está conformado por tres aspectos: las situaciones que dan sentido (reparto de tortas, medida de regletas, comparación de tamaños en un logo), los conceptos que son el conjunto de invariantes, propiedades y relaciones (significados de medida, operador, razón, cociente, parte-todo vinculado a situaciones), y las representaciones (lenguaje oral, gráficos, sentencias formales, diagramas, material concreto), todos en estrecha relación.



# Metodología

Esta investigación se desarrolló mediante un enfoque cualitativo donde se busca explorar la relación de la comprensión del concepto de fracción con sus significados, en los estudiantes peruanos de segundo grado de secundaria cuyas edades oscilan entre 13 y 15 años, a partir de las evidencias en la Evaluación Censal 2015 y 2016. La investigación es no experimental, de corte transversal y de alcance descriptivo. El propósito de la investigación se centra en el análisis de algunas tareas que involucran la noción de fracción en la evaluación estandarizada, presentadas en diferentes contextos y representaciones. Se busca comprender en cada tarea la relación entre significado y concepto para poder realizar una descripción pedagógica de los hallazgos en los resultados de los estudiantes. Es a través de este enfoque que se puede describir de manera directa las nociones y representaciones que tienen los estudiantes respecto a las fracciones, como también realizar una descripción de los errores encontrados al aplicar estas nociones y poder dar pautas de sus posibles causas.

Los datos para el estudio se obtuvieron solicitando a la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes (UMC) del Ministerio de Educación información acerca de 15 ítems de la competencia de cantidad referente a fracciones, aplicadas en la ECE 2015 y 2016 a estudiantes de segundo grado de secundaria. Los resultados brindados corresponden a respuestas de aproximadamente 500 000 estudiantes evaluados en cada año. Esta información fue organizada en una tabla como la que se muestra a continuación.

Tabla 1. Ítems que involucran el concepto de fracción en la ECE 2015 – 2016 de 2. ° secundaria

Código del ítem	(	Capa	cida	d	Significado de fracción						Rep	% Acierto				
	M A	C R	E E	R A	PTC	PTD	MED	coc	OPE	RAZ	G/S/T	[0- 20]	[20- 40]	[40- 60]	[60- 80]	[80- 100]
MA2S00206				Х					Χ		T/S	X				
MA5S00342			Χ		Χ						G/S	Χ				
MA2S00030		Х								Х	G/S		Х			
MA2S00028				Χ	Χ						S		Χ			
MA2S00211	Х							Х			S/T		Х			
MA2S00056		Χ			Х						S/G		Χ			
MA2S00094			Χ				Х				Т		Х			
MA2S00160				Χ	Χ						S/T		Χ			
MA2S00002	Х						Х				S/T		Х			
MA2S00105	Χ								Χ		S/T		Χ			
MA5S00283	Х									Х	T/S			Х		
MA6P00557		Χ			Х						S/T			Х		
MA6P00479		Х				Х					G			Х		
MA6P00507		Χ			Χ						G			Х		
MA5S00280	Χ								Χ		G/S			Х		

**Nota:** Por cada ítem la tabla específica la capacidad evaluada, el significado de fracción involucrado, el tipo de representación de la fracción y finalmente el porcentaje de acierto. Castro (2018, p.136)

Los datos analizados fueron los siguientes:

• Código del ítem: Con lo que se identifica el ítem en la relación de datos sicométricos dentro de toda la escala.



- Capacidad: Esto explica las habilidades puestas en juego por el estudiante al resolver la tarea propuesta. Estas son: Matematiza MA, comunica y representa CR, elabora y usa estrategias EE y, razona y argumenta RA (Según Currículo Nacional).
- Significado de la fracción: Clasificación tomada según Thomas Kieren y están especificados en los estándares del Currículo Nacional. Estos son: Parte todo continuo, parte todo discreto, medida, cociente, operador y razón.
- Representación: Muestra el formato de presentación empleado para expresar e interpretar el concepto de fracción según la situación planteada. Estas son: Gráfica G, simbólica o numérica N y en texto continuo T; también se pueden combinar entre ellas.
- *Porcentaje de acierto:* Es la medida porcentual que indica la cantidad de estudiantes evaluados que lograron dar como respuesta la alternativa mencionada. Esta se da para la respuesta correcta de la tarea (tasa de acierto) y también para cada distractor. La tabla solo muestra el dato de tasa de acierto.

Para los propósitos de esta investigación, se realizó el análisis de cada pregunta seleccionada de la ECE, mostrando primero la tarea propuesta junto con los datos generales del ítem que permitirá comprender la intención a evaluar. Luego, se procedió a identificar el significado de fracción que está involucrado en la tarea, base del concepto que se construye y finalmente, se presentó el análisis de los distractores que permitirá generar supuestos o encontrar explicaciones a las causas que generan los errores en los estudiantes. Cabe resaltar que, si el ítem había sido liberado anteriormente en algún reporte de difusión, fue posible mostrar el original en esta investigación, de lo contrario, por motivos de salvaguardar la confidencialidad de las pruebas, se mostró un ejemplo que permita explicar el sentido del análisis.

Algunos ejemplos de análisis de las tareas propuestas en la ECE

Se presentan algunas tareas analizadas en la investigación que permiten observar aspectos que evidencian hallazgos respecto a la comprensión del concepto de fracción, tanto en sus logros como en sus dificultades. Cabe señalar que el análisis de las alternativas se realiza considerando su tasa de respuesta como también, conjeturas que orientan las distintas causas que originan el error.

### Ejemplo 1.



Figura 4. La figura muestra una pregunta de fracciones de la ECE 2015. Por Minedu (2016).



A continuación, describimos las características del ejemplo mostrado:

• Código del ítem: MA2S00028

• Competencia: Cantidad

Capacidad: Razona y argumenta

• Indicador: Identifica números racionales, en su forma fraccionaria, comprendida entre dos números racionales cualquiera

Significado de fracción: Parte todo continuo
Representación utilizada: gráfico – simbólico

### Análisis de la tarea

El 24,29% de los estudiantes respondió correctamente la alternativa c que implica establecer una relación de orden entre las dos fracciones dadas, en su concepto parte todo continuo. Ya el formato gráfico del estímulo aporta a la tarea una confirmación de la relación de orden, es decir, que  $\frac{1}{4}$  al estar en caja más pequeña es menor que  $\frac{1}{2}$ . Estos estudiantes pueden haber resuelto la tarea con procedimiento gráfico o simbólico.

Cabe resaltar que en este grado de escolaridad, los estudiantes ya están en inicios de la comprensión de la propiedad de densidad de los racionales, lo que los lleva a suponer que hay más de una fracción que cumpla las condiciones mencionadas.

Sin embargo, es alarmante ver que en esta tarea de comparación de fracciones el 39,83% de los estudiantes marca la alternativa "a" quizás asociado a algún algoritmo aprendido sin discriminar su pertinencia de aplicación. Es decir, buscan operar en el denominador, y en este caso realizan  $4 \times 2 = 8 \text{ y}$ , colocan el mismo numerador 1. Esto refleja el aprendizaje de reglas incomprendidas y la certeza de no considerar la fracción como un número que expresa en sí una sola cantidad.

Otra probabilidad de no comprender el concepto de fracción está en el 27,30% de los estudiantes que señala la alternativa b. No interpretan la fracción como una sola cantidad sino como una composición de dos números naturales independientes entre sí y atendiendo solo al denominador para establecer orden entre ellos, es decir, entre 4 y 2 está 3.

Es necesario trabajar la construcción de nociones manipulando objetos reales y abstractos, como los gráficos, para aprender nuevos conceptos de forma razonada y no centrar todo en manejo de procedimientos que finalmente se convierte en algo mecánico e incomprendido. Hincapié (2011) confirma la necesidad de construir conceptos nuevos manejando los tres elementos propuestos en los campos conceptuales como son las situaciones, los invariantes y las representaciones. De esta manera se alcanzan aprendizajes significativos y propicios para aplicarlos en diferentes situaciones.

## Ejemplo 2.

**Figura 5.** La figura muestra una pregunta de fracciones de la ECE 2015. Por Minedu (2016)





A continuación, describimos las características del ejemplo mostrado:

Código del ítem: MA6P00479

Competencia: Cantidad

• Capacidad: Comunica y representa

• Indicador: Interpreta el uso de los números racionales en sus diferentes significados y representaciones.

• Significado de fracción: Parte todo discreto

• Representación utilizada: gráfico – simbólico

### Análisis de la tarea

Solo el 43,10% de los estudiantes respondió correctamente la alternativa d.

Estos estudiantes lograron reconocer que en esta situación hay una categoría involucrante que son las frutas, y que cada una de ellas es una parte de ese todo o conjunto. Aquí radica la comprensión del concepto de fracción como parte todo discreto, considerando el "todo" que son tres frutas donde cada manzana es  $\frac{1}{3}$  del conjunto de frutas, así como un plátano también es  $\frac{1}{3}$  del conjunto de frutas. Por tanto, para recodificar del gráfico que  $\frac{2}{3}$  de las frutas son manzanas implica buscar el frutero donde hay tres frutas y solo dos de ellas son manzanas.

Por otro lado, el 54,8% de los estudiantes (22,87% responde b y 31,93% responde c) interpretan de forma equivocada la notación de fracción, puede ser que consideren la fracción como la composición de dos números naturales de manera separada, lo que hace que busquen el frutero en donde se encuentren dos de una fruta y tres de otra. Esto evidencia la dificultad de no comprender la fracción como una cantidad sino como la composición de dos partes separadas entre sí.

Estos errores pueden ser generados, como señala Castro (2017), por haber trabajado en las actividades de clase solo las fracciones en representaciones continuas y, enfrentan con extrañeza situaciones como esta, donde se aborda la unidad o todo como un conjunto de elementos. Esto es lo que Fandiño (2009) señala como dificultades en el reconocimiento de esquemas, es decir, formas distintas de presentar situaciones, sobre todo cuando se trata de cantidades discretas y con representaciones gráficas.

### Resultados

A partir del análisis de tareas de fracciones de la ECE, los principales resultados fueron:

- Los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de la noción de fracción al observarse baja tasa de acierto en estas tareas de la ECE.
- Los estudiantes resuelven mejor las tareas de fracción parte todo continuo, puede deberse por ser el significado más trabajado en las aulas y presentado en los textos escolares nacionales.
- Trabajar en clases solo el significado de fracción parte todo, no permite alcanzar la comprensión total del concepto de fracción y les impide resolver las tareas que involucran estos otros significados.
- Las fracciones presentadas de manera descontextualizada generan mayor posibilidad de error al ser trabajadas, por lo general, de manera mecánica.
- Enfatizar solo la representación simbólica de las fracciones no contribuye a la comprensión y flexibilidad en el uso de estas nociones.



### Conclusiones

En coherencia a los objetivos propuestos en este estudio, presentamos a continuación las conclusiones específicas obtenidas en esta investigación.

- 1. Las tareas referidas a fracciones, de la ECE 2015 y 2016 de segundo grado de secundaria, abordan los diferentes significados de fracción como parte todo, cociente, medida, operador y razón como se ha presentado en las tareas analizadas en esta investigación. En ellas se pudo apreciar que los estudiantes no logran identificar dichos significados trabajándolos con dificultad y poco acierto, lo que se evidencia teniendo entre 43 y 8% de tasa de acierto en estas tareas.
- 2. Al analizar los elementos que constituyen la conceptualización: situación, invariante y representación, estos elementos generan distintos niveles de complejidad en las tareas. Las tareas referidas al concepto de fracción como parte-todo representadas gráficamente y en situaciones sencillas, son las que mejor desarrolla el estudiante.
- 3. A partir del análisis de los ítems basados en las concepciones de fracción, las tareas de mayor dificultad para el estudiante son los otros significados de fracción, como operador, cociente y como razón. Los estudiantes suelen aplicar en estas situaciones los significados que más conocen, como es parte-todo, aun sin corresponder y llevándolos a presentar errores en sus respuestas.
- 4. El análisis evidencia la dificultad de los estudiantes respecto a la comprensión de los conceptos de fracción cuando este tiene que vincular diferentes representaciones del mismo, es decir, vincular la representación simbólica, gráfica y de lenguaje coloquial.

# Referencias bibliográficas

- Castro, O. (2017) Comprensión del concepto de fracción en los estudiantes en formación inicial de educación primaria. Una mirada desde la teoría de campos conceptuales. (Tesis de pregrado). Universidad Antonio Ruiz de Montoya, Lima, Perú.
- Castro, O. (2018) Comprensión del concepto de fracción y de sus significados de los estudiantes de segundo grado de secundaria en la Evaluación Censal 2015 y 2016 (Tesis de maestría). Universidad César Vallejo, Lima, Perú.
- De León, H. y Fuenlabrada, I. (1996). Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, *1*(2), 268-282.
- Fandiño, M. (2009). Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos. Bogotá: Didáctica Magisterio.
- Hincapié, C. (2011). Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Matute, K. (2010). Concepciones Matemáticas en los estudiantes de Séptimo Grado de la Escuela Normal Mixta "Pedro Nufio" acerca de las fracciones y sus diferentes interpretaciones. (Tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Tegucigalpa, Honduras.
- Ministerio de Educación [Minedu]. (2016). ¿Qué logran los estudiantes en Matemática?. 2.º grado de secundaria. Recuperado de http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2016/03/Informe-para-el-docente-Matem%C3%A1tica ECE-2015.pdf
- Moreira, M. (2002). *Vergnaud's conceptual fields theory, science education, and research in this area* [La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área] (I. Iglesias, trad.). Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Perera, P. y Valdemoros, M. (2007). Propuesta Didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 209-218).



- Silva, M. (2005). *Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série* (tesis de doctorado). Pontificia Universidad Católica de Sao Paulo, Sao Paulo, Brasil.
- Vergnaud, G. (1990). La Teoría de los Campos Conceptuales (J. D. Godino, trad.). *Recherches en Didáctique des Mathématiques*, 10(2), 133-170.
- Vergnaud, G. (2007). In what sense the conceptual fields theory might help us to facilitate meaningful learning? [¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo?] (C. Caballero, trad.). *Investigações em Ensino de Ciências*, 12(2), 285-302.