

ANÁLISIS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO EN MATEMÁTICA EDUCATIVA: EMPLEO DE ESTUDIOS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICOS EN EL DISEÑO DE EXPERIENCIAS DE AULA

HISTORICAL-EPISTEMOLOGICAL ANALYSIS IN MATHEMATICS EDUCATION: USE OF HISTORICAL-EPISTEMOLOGICAL STUDIES IN THE DESIGN OF CLASSROOM EXPERIENCES

Gerardo Cruz-Márquez, Daniela Emmanuele, Fabián W. Romero, Neemias Lemus-Cortez
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (México). Universidad Nacional de Rosario (Argentina). Universidad de Costa Rica (Costa Rica). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile).

gerardo.cruz@cinvestav.mx, emmanueledaniela@gmail.com, fabian.romero@ucr.ac.cr, neemias.lemus.c@mail.pucv.com

Resumen

De forma general, la enseñanza actual presenta a las nociones matemáticas como conocimiento acabado, trivializando los procesos epistemológicos involucrados. La historia reconoce que la construcción de estas nociones responde a necesidades humanas y problemas tanto de la matemática como de otras disciplinas. En consecuencia, esta sesión del Grupo se enfocó en reflexionar alrededor del empleo de estudios histórico-epistemológicos en el diseño de experiencias de aula. Para ello, se presentan dos ejemplos: el primero corresponde a una serie de experiencias de aula realizadas con profesores en formación inicial y que fueron construidas a partir de elementos histórico-epistemológicos; el segundo, alude al diseño de una tarea de modelación a partir de una Ingeniería Didáctica fundamentada principalmente en su componente epistemológica. Las reflexiones finales del Grupo enfatizan que los estudios histórico-epistemológicos proveen elementos para el diseño de experiencias con miradas alternativas a la tradición escolar.

Palabras clave: diseño fundamentado, formación inicial docente, geometría proyectiva, distribución normal

Abstract

In general, current teaching presents mathematical notions as finished knowledge, trivializing the epistemological processes involved. History recognizes that the construction of these notions responds to human needs and problems both in mathematics and in other disciplines. Consequently, this session of the Discussion Group focused on thinking about the use of historical-epistemological studies in the design of classroom experiences. With this aim in mind, two examples are presented: the first one corresponds to a series of classroom experiences carried out with initial-training mathematics teachers and which were constructed from a historical-epistemological approach; the second one alludes to the design of a modeling task from a Didactic Engineering, based mainly on its epistemological component. The final reflections of the Group emphasize that historical-epistemological studies provide elements for the design of experiences with alternative views to the school tradition, which favors learning processes.

Key words: informed design, initial teacher training, projective geometry, normal distribution

El Grupo de Discusión de “Análisis Histórico-Epistemológico en Matemática Educativa” pretende —de unos años a la fecha— constituir un colectivo latinoamericano de estudiantes, profesores e investigadores en Matemática Educativa y áreas afines, interesados en reflexionar sobre los fundamentos, métodos, resultados y aplicaciones de los estudios de corte histórico-epistemológico realizados en nuestra disciplina.

Con este propósito en mente, se han elegido diferentes temáticas a abordar para cada edición del Grupo. Por ejemplo, en la edición anterior, realizada en el marco de la XXXII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (Relme32), se discutió acerca del *empleo de elementos histórico-epistemológicos en la formación inicial docente* (Cruz-Márquez, Romero y Gavarrete, 2019). En esta edición, se decidió centrar la discusión del Grupo en el rol que la historia de la matemática juega en el aula de clases, más específicamente, en el *empleo de estudios histórico-epistemológicos en el diseño de experiencias de aula*.

■ El diseño de experiencias de aula a partir de estudios histórico-epistemológicos

El divorcio entre la matemática escolar y su contexto de surgimiento advierte la importancia, no sólo de incluir la historia de la matemática en las aulas —en un sentido anecdótico o como base para el diseño instruccional—, sino también de investigar desde una perspectiva histórico-epistemológica con el fin de enriquecer la fundamentación de las experiencias de aula.

En este sentido, González (2004) menciona que, al estudiar la historia de las matemáticas, se conoce el origen de los términos, lenguajes y notaciones singulares en que se expresaban, las dificultades implicadas, los problemas que resolvían, y las necesidades cotidianas que se solventaban. Más aún, Russ, Ransom, Perkins, Arcavi, Barbin, Brown y Fowler (1991) reconocen que, además de identificar asuntos ocultos de conceptos matemáticos, el investigar en la historia de las matemáticas sensibiliza al docente sobre las dificultades que enfrentan sus estudiantes cuando aprenden una noción matemática específica.

Con esto en mente, se pueden rescatar al menos dos funciones de la historia y epistemología de las matemáticas en la Matemática Educativa. La primera alude al papel de la componente histórico-epistemológica en la investigación, en particular para el diseño de situaciones de aula con el propósito de construir un objeto matemático específico o diseños exploratorios para recabar información respecto del desarrollo del pensamiento matemático alrededor de ciertos objetos. La segunda función tiene que ver con el docente, quien podrá —al indagar en la historia— percibir herramientas que le sirvan como elemento para el diseño de sus actividades de aula, identificar algunos de los obstáculos y dificultades que se han presentado alrededor de los conceptos matemáticos desde su surgimiento y estructurar propuestas de solución a las mismas. Es decir, el acercamiento a la historia de las matemáticas concede al docente una visión más amplia de la actividad matemática, mostrándola como una actividad humana incardinada en el contexto sociocultural de cada época (Sierra, 2000).

Así, durante esta edición del Grupo de Discusión, se presentaron dos ejemplos del uso de estudios histórico-epistemológicos para el diseño de experiencias de aula, cada uno de ellos asociado a una de las funciones aludidas. El primer ejemplo corresponde a experiencias de aula en formación inicial docente, el cual parte de la premisa de que una de las debilidades en la formación de profesores en matemáticas es la falta de una formación histórico-epistemológica integral, una instrucción que incluya a la historia de las matemáticas como variable didáctica y no sólo como una mera referencia anecdótica (Vernazza y Emmanuele, 2017, 2018). El segundo ejemplo trata sobre el diseño de una tarea de modelación a partir de una Ingeniería Didáctica fundamentada principalmente en su componente epistemológica y en la consideración de lo cotidiano de una disciplina específica, la medicina; cuya premisa principal radica en que la relación entre lo matemático y el cotidiano favorece la construcción de conocimientos matemáticos con significado a partir de su uso (Lemus-Cortez y Huincahue, 2019). A continuación, se amplía —por separado— acerca de cada uno de estos dos ejemplos.

■ El uso de un enfoque histórico-epistemológico para la enseñanza de la Geometría Proyectiva: experiencias en el aula de Profesorado en Matemática

La ciencia es una forma de saber intrínsecamente ligada a condiciones históricas y sociales. El contexto social, económico y cultural de una época y lugar dado, es consecuente con el tipo de ciencia que se hace en esta. Los conceptos matemáticos no surgen en cualquier sociedad, en cualquier época, sino que emergen precisamente bajo el predominio de ciertas cosmovisiones y bajo el estándar de ‘verdad’ en turno. Por ejemplo, la *Geometría Proyectiva* tiene origen en la necesidad artística del renacimiento, donde el centro estaba puesto en el hombre, el placer terrenal del goce con los sentidos y no en el más allá. De hecho, Durero —un artista alemán— es quien fomenta el estudio de la Geometría Proyectiva con su obra pictórica.

Fundamentación teórica de las actividades

De acuerdo con la propuesta realizada por Félix Klein (1849-1927) en su Programa de Erlangen presentado en 1872, se considera que una geometría es el estudio de los invariantes de un grupo de transformaciones actuando sobre un conjunto; por ello, no nos referiremos más a la geometría, sino a las geometrías. En cada una de las geometrías, se presenta un grupo de transformaciones que actúa sobre un determinado conjunto de puntos considerado como el espacio. Así, desde este enfoque, cada una de las geometrías se basa en el establecimiento de una terna:

- i. un conjunto de referencia —el plano o el espacio euclídeo, el plano o el espacio afín, una variedad n -dimensional, el espacio hiperbólico, el espacio proyectivo, por ejemplo—;
- ii. un grupo abstracto —el grupo lineal, el grupo de isometrías, el grupo afín, el grupo proyectivo, entre otros— donde cada elemento de este se representa —vía un homomorfismo del grupo abstracto en el grupo de las biyecciones del conjunto elegido, como una transformación en el conjunto—; y
- iii. una acción a izquierda —o a derecha— del grupo sobre el conjunto —en general, se considera la acción canónica—.

Por consiguiente, el aprendizaje de las geometrías consiste en poder generar una representación de esta terna de datos que permita estudiar en forma activa las transformaciones correspondientes —euclídeas, afines, hiperbólicas o proyectivas, según de qué geometría se trate—, para lograr dos objetivos principales: a) detectar los invariantes propios de dicha geometría, vale decir, aquello que caracteriza de manera intrínseca a esta; y b) establecer relaciones entre las diferentes estructuras geométricas en términos de subgeometrías y supergeometrías, pues de esta manera es factible relacionar los invariantes en cada una de ellas.

Dependiendo del nivel estructural, se pasa de una geometría más general con menos invariantes —la Geometría Proyectiva, que es la ‘geometría de las incidencias’, por ejemplo—, a una geometría muy especializada con un número elevado de invariantes —la Geometría Euclídea, que es la ‘geometría de los movimientos rígidos’, por mencionar sólo una—.

Se persigue responder a cuáles son los esquemas conceptuales epistemológicos puestos en juego por los estudiantes de profesorado, asociados a la evolución histórica de los conceptos proyectividad y razón doble de cuatro puntos. Esto permitirá diferenciar las ideas, los métodos, las representaciones y los conceptos asociados a la noción de razón doble como invariante proyectivo.

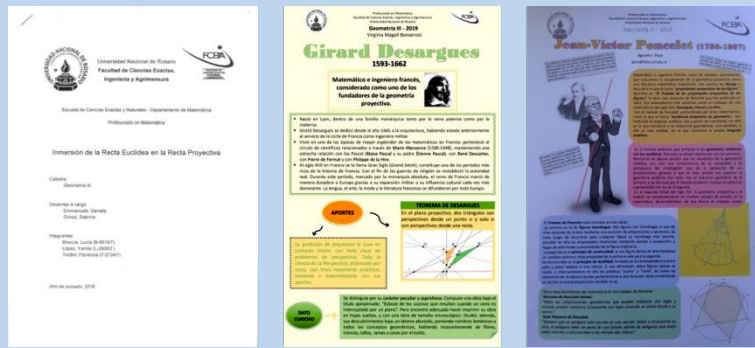
Elementos teórico-metodológicos

Se contemplan y articulan prácticas de referencia, actividades de exploración, desarrollos teóricos, prácticas formales, actividades de investigación y debates, y evaluaciones integradoras.

laboratorio de computación, propiedades que posteriormente se desarrollarían en forma teórica.

Clases especiales: También prepararon clases especiales donde debieron actuar en tanto estudiantes (preparando y comprendiendo los temas, resolviendo ejercicios y/o analizando situaciones problemáticas) y en tanto futuros/as docentes (seleccionando material, bibliografía, estrategias didácticas de presentación, recursos didácticos, proponiendo problemas y/o ejercicios).

Confección de pósters de divulgación: cada estudiante preparó un póster que diera cuenta de la vida y de los aportes significativos de cada uno de los autores seleccionados, entre ellos, Desargues, Poncelet, von Staudt, y otros.



Fuente: Elaboración propia.

La etapa diagnóstica pretende dar luz, a los estudiantes de Profesorado en Matemáticas, sobre la conceptualización de las proyectividades y de la razón doble como invariante fundamental en la Geometría Proyectiva. Luego, durante la etapa prácticas de referencia, en la actividad Pintores Renacentistas, culminan con el cálculo de razones dobles —a partir de las mediciones realizadas— y cotejan dichas razones dobles con las obtenidas a través de las mediciones hechas sobre la pintura realizada y sobre la fotografía tomada; construyendo la idea de que “cuanto más similares fueran los distintos resultados obtenidos, mejores pintores resultarían”, esto atendiendo al invariante fundamental de la Geometría Proyectiva.

Por último, cabe resaltar que este ejemplo se enmarca en un proyecto de investigación que aún se está llevando a cabo. El propósito que se persigue con este tipo de presentaciones didácticas es superar el diseño de una matemática disciplinar aislada, apuntalando el hecho de que el conocimiento matemático se construye a partir de la interacción del individuo y su comunidad con el mundo. Se sostiene que nuestras prácticas docentes deben dotar de significado a los objetos matemáticos —en este caso, geométricos—, favoreciendo la construcción de conocimientos por parte de los estudiantes; más aún, cuando se trata de estudiantes de formación inicial docente.

El identificar el origen de un conocimiento, su evolución y su campo de aplicabilidad, así como el conocer el contexto histórico, político, económico, social, cultural y epistemológico en que dicho conocimiento se origina y el tipo de demanda social que impulsa su conceptualización es fundamental en la formación de Profesores en Matemática. Todos estos saberes fundamentan los contenidos que deben ser enseñados en los distintos niveles educativos y dan respuesta a cuestionamientos que es habitual que planteen los alumnos en el aula, como ser: ¿de dónde sale esto?, ¿para qué nos sirve? Más aún, cuando de estudiantes de Profesorado en Matemática se trata.

■ Una tarea de modelación construida a partir de un análisis histórico-epistemológico

El análisis histórico epistemológico es importante al momento de realizar intervenciones pedagógicas con miras a que estas propicien el aprendizaje de los objetos matemáticos. En este sentido, se discute acerca de una tarea de modelación que nace desde una ruta epistémica con base en un análisis histórico-epistemológico sobre la Distribución Normal (DNor) (Lemus-Cortez y Huincahue, 2019) y su funcionalidad en la medicina.

Según Conde (2015), se reconocen dos caminos epistemológicos donde se visualizan aproximaciones de la DNor, definidos por el autor como camino de la probabilidad y camino de la curva de los errores (Gauss, 1857; Placket, 1958; Stahl, 2006), donde se identifican momentos de construcción, significados, usos y tratamientos. El primer camino es reconocido en el currículo chileno (Mineduc, 2017) y da cuenta de que su tratamiento se sustenta en aprender procedimientos y fórmulas para resolver las tareas, soslayando el análisis, la experimentación, el descubrimiento y la construcción del objeto matemático. En cambio, el segundo camino no es utilizado para el desarrollo de la DNor en la escuela, siendo un camino adecuado para analizar datos y promover el uso del objeto matemático.

El análisis histórico-epistemológico realizado, da cuenta de la curva del error como un camino propicio para promover el aprendizaje de la DNor, pues muestra que la DNor surge en el conocimiento humano inherente al error existente en la medición de reiteradas observaciones sobre un mismo fenómeno. En la Figura 1 se muestra cómo evolucionó la curva del error en la DNor, partiendo de los babilonios quienes realizaron las primeras mediciones experimentales de cuerpos celestes considerando la dispersión de los datos (Estepa y Pino, 2013).

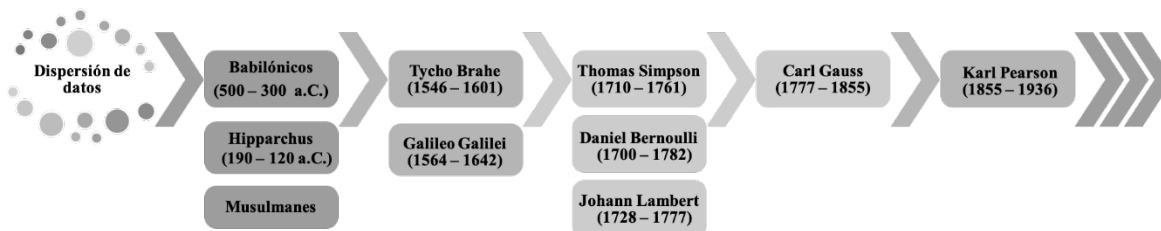


Figura 1. Evolución de la curva del error en la DNor (Lemus-Cortez y Huincahue, 2019).

Carl Gauss (1777-1855) define el concepto de curva del error, declarando que, en medio de múltiples mediciones experimentales sobre un mismo fenómeno, la media aritmética de todas las mediciones determina el valor más probable y representativo del fenómeno (Lemus-Cortez y Huincahue, 2019). Años más tardes, Karl Pearson (1855-1936), retoma el concepto de curva del error y acuña el de curva normal (Stahl, 2006).

Luego de tener la base epistemológica, se investigó sobre los alcances de la DNor en lo cotidiano de otras disciplinas, en especial en aquellas que realizan análisis estadísticos, buscando en un grupo de datos la normalidad dentro de la variabilidad de ellos. Este es el caso de la medicina, donde hay múltiples trabajos publicados que hablan de la DNor y la utilidad que presta en todos los análisis de tipo clínico, en la interpretación de la gráfica y cómo se comportan los datos en ella, pues hay trabajos que hablan sobre el nivel de curtosis de los datos, siendo esto un concepto propio de la DNor.

El instrumento médico

Con base en estos dos aspectos —el camino epistemológico y la funcionalidad de la DNor en la medicina—, se decidió utilizar como instrumento al *saturómetro* para realizar la tarea de modelación. El saturómetro es un instrumento médico muy utilizado en los recintos asistenciales de todo el mundo. Este instrumento mide dos tipos

de constantes vitales, la saturación de oxígeno en sangre y la frecuencia cardiaca, donde la curva pletismográfica entregada por el aparato ayuda a realizar una lectura correcta de estas constantes, como muestra la Figura 2.

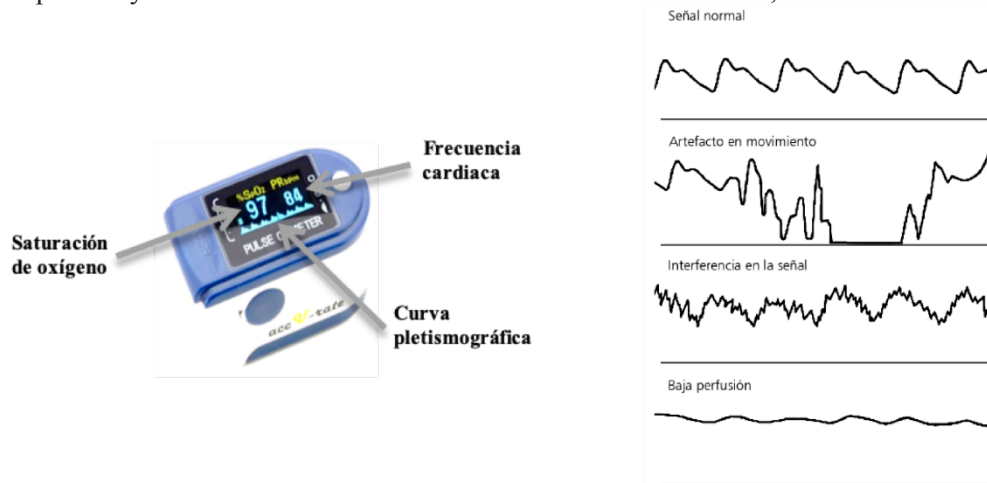


Figura 2. Saturómetro y curva pletismográfica (Lemus-Cortez y Huincahue, 2019).

La curva pletismográfica permite al usuario determinar el momento exacto para medir la saturación de oxígeno en la sangre, en caso contrario realizará una mala medición y puede producir graves consecuencias al paciente, por las implicancias que tiene la saturación de oxígeno en el torrente sanguíneo y por ende en la salud del paciente.

La tarea de modelación

Teniendo una base histórico-epistemológica, una funcionalidad dentro de una disciplina específica y el instrumento a utilizar, se procede a construir la tarea de modelación. La base histórico-epistemológica ayuda a determinar un camino alternativo para abordar la DNor en el aula. La funcionalidad de la DNor en la medicina nos entrega elementos necesarios para construir la tarea de modelación con base en el ciclo de modelación de Blum-Borromeo (Borromeo-Ferri, 2010), estableciendo la saturación de oxígeno como el mundo real. Además, la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995) fue la metodología utilizada para estructurar y articular los elementos para el diseño de la tarea de modelación, así como para implementar y analizar los resultados con base en sus diferentes fases.

La tarea fue construida en dos momentos, uno de organización de los grupos y la misión que debían realizar, como se muestra en la Figura 3. Además, los estudiantes recibieron una tabla para la interpretación de la saturación de oxígeno clínicamente, con el fin de que interpretaran los resultados al analizar los datos recogidos.

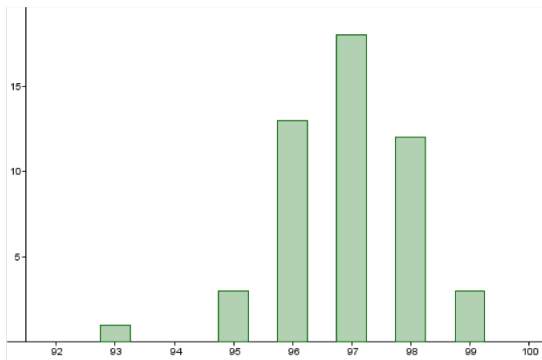
TU MISIÓN
 Construya la tabla de frecuencia para la saturación de oxígeno y representa con un gráfico de barra.
 a. ¿Cuál es la saturación de oxígeno referencial del compañero? (Explique su decisión).
 b. ¿Cuál es la media de los datos?
 c. Si consideramos la representación gráfica, la saturación de oxígeno referencial y la media de los datos. Entonces, ¿Cuál sería la saturación de oxígeno del compañero? y ¿cuál es su interpretación basándose en la tabla 1?
 d. A continuación, se entregan los datos de Javiera, compañera del cuarto medio A. ¿Cuál es la saturación de oxígeno de Javiera? Y ¿Cuáles son las diferencias y similitudes, en base a la gráfica, saturación de oxígeno referencial y la media de los datos de Javiera, en comparación con los de su primer compañero?

%	Acción
Saturación	
>95%	No actuación inmediata
95-90%	Tratamiento inmediato y monitorización de la respuesta al mismo, según ésta, valorar derivación al hospital. Los pacientes con enfermedades respiratoria crónica toleran bien saturaciones en torno a estos valores.
<90%	Enfermo grave. Hipoxia severa. Oxigenoterapia + tratamiento y traslado al Hospital.
<80%	Valorar intubación y ventilación mecánica.

Figura 3. La misión de la tarea de modelación e interpretación clínica de la saturación de oxígeno (Casado y Seco, 2010).

Los estudiantes se organizaron en tres grupos y realizaron la actividad, construyendo sus propias curvas de error con base en el análisis del fenómeno de saturación de oxígeno de tres sujetos de estudio. Cada grupo obtuvo sus 50 datos y los graficaron, pero de ellos observaremos a un grupo y a su sujeto de estudio (G1).

Los elementos visualizados en el análisis histórico-epistemológico, como la curva del error y que el dato más probable para ser el representante del fenómeno viene a ser la media de todos los datos, fueron construidos y calculados por cada grupo. Al mirar sus respuestas, como se observa en la Figura 4, los estudiantes logran evidenciar que el 97 es el valor representativo de saturación de oxígeno en el sujeto de estudio al momento del experimento.



a. 97, porque es el número más frecuente en cuanto a cantidad de apariciones en los datos obtenidos.

b. La media es 97.

c. Basándonos en la tabla se podría decir que predomina el 97, ya que sería la forma normal del individuo y 93 sería el menor valor sacado, por conclusión que esa frecuencia es la que menor vez se ve y dentro de lo normal estaría entre 93 y 97 de frecuencia.

d. En comparación con la tabla anterior observamos que son literalmente iguales y se podría decir que los dos están en un rango de la normalidad que sería $93 > 97$ y podríamos decir que son sanos y hasta con la condición de un deportista.

Figura 4. Respuesta sobre la saturación de oxígeno del sujeto de estudio G1 (Lemus-Cortez y Huincahue, 2019).

El concepto de normalidad que está presente en la DNor es inherente al analizar los datos y en las respuestas de los estudiantes, pues ellos declaran que los datos son normales debido al número representante de la saturación de oxígeno en la sangre y como ese dato se interpreta clínicamente.

Al estar la tarea en el ciclo de modelación de Blum-Borromeo (Borromeo-Ferri, 2010), los estudiantes realizan el ciclo de forma natural, pues al tomar los datos del mundo real y analizarlos en el mundo matemático, se produce una conexión entre lo cotidiano y lo matemático; debido a que, al momento de interpretar ese dato resultado del análisis, el dato pierde ese sentido numérico, pues es un dato que tiene un contexto y que tiene un significado en el mundo del sujeto de estudio. Ejemplo de lo anterior, son las respuestas acerca del sujeto de estudio G1, pues los estudiantes realizan la interpretación de los datos y sus explicaciones en el mundo cotidiano de G1, concluyendo que los resultados obtenidos del análisis se deben a que G1 lleva una vida sana y de deporte.

La creación de tareas de modelación con base en el análisis histórico-epistemológico propicia el aprendizaje de los objetos matemáticos, pues se evidencia a la luz de los resultados, que hay un logro en la construcción de una aproximación conceptual de la DNor. Esta construcción ayuda a promover aprendizajes que enlazan lo matemático y lo cotidiano.

■ Reflexiones finales

En suma, durante esta sesión del Grupo de Discusión de “Análisis Histórico-Epistemológico en Matemática Educativa” se discutió, con base en los ejemplos presentados y los aportes de los asistentes, acerca de los usos que damos a los elementos histórico-epistemológicos, específicamente sobre su empleo en el diseño de experiencias de aula.

Como resultados de dicha discusión, coincidimos en que el enfoque histórico-epistemológico ofrece la posibilidad de estudiar los aspectos que dieron origen a un concepto determinado, mostrando que las matemáticas son el resultado de un proceso en continua evolución, en los cuales se han presentado dificultades y épocas de estancamiento. A la luz de los ejemplos presentados, se considera que este enfoque permite: vislumbrar cómo surgen los objetos matemáticos en su contexto de origen y los problemas que resolvieron (Sierra, 2000); al profesor de matemáticas —en ejercicio o formación inicial— reflexionar y enriquecer su práctica docente (Anacona, 2003); e identificar formas alternativas para promover la construcción de conocimiento matemático en las aulas (González, 2011).

Otras reflexiones —quizá más generales— construidas producto de esta edición del Grupo (Cruz-Márquez, 2019) fueron:

- Es muy importante y necesaria la sistematización y publicación de los resultados de este tipo de experiencias, teniendo un registro detallado (audios, videos, producciones de los participantes, entre otros), con el fin de poder compartirlas con la comunidad de investigadores y educadores.
- Al considerar este tipo de propuestas para el trabajo en el aula, donde los tiempos institucionales son limitados, se presentan ciertos obstáculos pues se percibe una demanda mayor en tiempo y esfuerzo humano para incluir a la historia de la matemática en forma transversal para la construcción de conocimiento matemático. Esto amerita una reflexión más profunda.
- Tener presente que hay distintos usos de la historia de la matemática, el más habitual es un uso anecdótico como elemento motivador para detonar el trabajo en clase. Sin embargo, este no considera la epistemología que es inherente a dicha historia, la que —como muestran los ejemplos— es fuente de elementos importantes para el diseño de situaciones de aula. Vale mencionar que el uso de este enfoque histórico-epistemológico requiere del desarrollo de investigaciones apropiadas, así como de espacios de reflexión y trabajo conjunto entre docentes e investigadores.

Por último, respecto a la organización del Grupo, consideramos que la participación continua de este durante las últimas cuatro ediciones de la Relme da muestra de que el Grupo de Discusión de Análisis Histórico-Epistemológico en Matemática Educativa se está consolidando como un espacio de intercambio, interacción y cooperación para profesores e investigadores —en formación y en ejercicio— de la comunidad latinoamericana. Además, esta edición, nos hizo pensarnos a futuro como un *Proyecto Latinoamericano de Investigación Histórico-Epistemológica en Matemática Educativa*. Sabemos que para esto serán necesarias más acciones por parte de los miembros del Grupo: participación en otros espacios académicos, proyectos conjuntos, redes de colaboración, organización de eventos, por mencionar algunas. La meta parece clara, nos resta construir el camino a través de acciones concretas.

■ Referencias bibliográficas

- Anacona, M. (2003). La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. *Revista EMA*, 8(1), 30–46.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Ed.). *Ingeniería didáctica en educación matemática*, 33–59. Bogotá: Una empresa docente.
- Borromeo-Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 99–118.
- Camacho-Ríos, A. (2011). Socioepistemología y prácticas sociales. Hacia una enseñanza dinámica del cálculo diferencial. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 2(3), 152–171.
- Casado, M. y Seco, A. (2010). *Técnicas en AP: Pulsioximetría*. La Coruña. España.
- Conde, A. (2015). La distribución normal una rápida revisión histórica. *Heurística*, 17, 59–65.

- Cruz-Márquez, G., Romero, F. y Gavarrete, M. E. (2019). Análisis Histórico-Epistemológico en Matemática Educativa: Empleo de elementos históricos en la formación inicial docente. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(2), 608-615. ISSN: 2448-6469.
- Cruz-Márquez, G. [cruzmarquezg]. (2019, 18 de julio). Grupo de Discusión Análisis Histórico-Epistemológico en Matemática Educativa | Relme33 [Archivo de video]. Disponible en <https://youtu.be/m5oZnU4O8mk>
- Estepa, A. y Pino, J. (2013). Elementos de interés en la investigación didáctica y enseñanza de la dispersión estadística. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, 43-63.
- Gauss, C. (1857). *Theory of motion of the heavenly bodies moving about the sun in conic section*. (trans. C. Davis). Boston: Little, Brown and Company (obra original publicada en 1809).
- González, M. (2011). Revisitando los conceptos de máximo y mínimo a través del libro de L'Hôpital. *Epsilon - Revista de Educación Matemática*, 28(77), 83-97.
- González, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma: Revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, (45), 17-28.
- Lemus-Cortez, N. y Huincahue, J. (2019). Distribución Normal: Análisis histórico-epistemológico e implicancias didácticas. *UCMaule*, (56), 9-57.
- Mineduc (2017). *Experiencias de aprendizaje: Matemáticas*. Santiago: Maval S.A.
- Placket, R. L (1958). The principle of the arithmetic mean. *Biometrika*, 45(1-2), 130-135.
- Rojano, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje: Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 12(1), 45-56.
- Russ, S., Ransom, P., Perkins, P., Arcavi, A., Barbin, E., Brown, G., y Fowler, D. (1991). The Experience of History in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, 11(2), 7-16.
- Sierra, M. (2000). El Papel de la Historia de la Matemática en la Enseñanza. *Revista Número: Didáctica de las Matemáticas*, 43-44(18), 93-96.
- Stahl, S. (2006). The Evolution of the Normal Distribution. *Mathematics Magazine*, 79(2), 96-113.
- Vernazza, C. y Emmanuele, D. (2017). Aplicaciones de la Matemática en Carreras de Ingeniería: Una Debilidad en la Formación de Profesores. En N. Cheeín (Coord.), *Libro de Actas del XX Encuentro Nacional y XII Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería* (pp. 259-267). Santiago del Estero: Lucrecia.
- Vernazza, C. y Emmanuele, D. (2018). El rol del alumno de Profesorado en Matemática, futuro docente, en las materias disciplinares del campo orientado. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(2), 1748-1755. ISSN: 2448-6469.