

LA MODELACIÓN EN LA MATEMÁTICA EDUCATIVA: SUS PROGRAMAS DE INVESTIGACIÓN Y LA DOCENCIA. EL ROL DE LA TRANSVERSALIDAD DE SABERES MATEMÁTICOS

MODELING IN EDUCATIONAL MATHEMATICS: ITS RESEARCH PROGRAMS AND TEACHING; THE ROLE OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE TRANSVERSALITY

Francisco Cordero, Carolina Henríquez, Miguel Solís, Claudia Méndez, Claudio Opazo, Atenea De la Cruz

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados-IPN, Universidad de Talca (Chile),
Universidad Autónoma de Chiapas, Casio Académico, Centro de Investigación y de Estudios
Avanzados-IPN, Universidad Autónoma de Chiapas (México).

fcordero@cinvestav.mx, cahenriquez@utalca.cl, solise@unach.mx, clmendezb@cinvestav.mx,
copazo@cinvestav.mx, ateneadr@hotmail.com

Resumen

Valorizar los usos del conocimiento matemático que emergen en la gente, la matematización de la realidad elaborada por culturas distintas y los proyectos interdisciplinarios en correlación con los cursos de matemáticas son tres grandes programas de modelación matemática. Sus planteamientos del conocimiento matemático generan visiones ontológicas y epistemológicas que conllevan cuestionamientos de la educación habitual de la matemática. Una vértebra de estos programas es la transversalidad de saberes matemáticos. Su inclusión en la educación deriva en un cambio de la matemática escolar: la matemática en uso. La función del docente consiste en mantener las transversalidades como acciones del aprendizaje. Para tal fin, la matemática educativa deberá conformar programas de acompañamiento permanente con el profesorado que coadyuve a su transformación.

Palabras clave: modelación matemática, transversalidad de saberes, función del docente de matemáticas

Abstract

Valuing the uses of mathematical knowledge that emerge in people, the mathematization of reality elaborated by different cultures and interdisciplinary projects in correlation with the courses of mathematics are three great programs of mathematical modeling. His approaches to mathematical knowledge generate ontological and epistemological visions that lead to questions of the usual education of mathematics. A vertebra of these programs is the transversality of mathematical knowledge. Its inclusion in education results in a change in school mathematics: mathematics in use. The teacher's role is to maintain transversality as learning actions. To this end, educational mathematics must form permanent support programs with the teaching staff that contribute to its transformation.

Key words: mathematical modeling, transversality of knowledge, math teacher role

■ Introducción

En esta ocasión el Grupo de Discusión Modelación en la Matemática Educativa, conformado por las y los autores de este escrito, enfocaron la atención en los programas de modelación matemática que por sus planteamientos ontológicos y epistemológicos trastocan la habitual matemática escolar. Por un lado, lo ontológico, está destinado a comunidades de la escuela (estudiantes y profesores), del trabajo (jergas del oficio y de la profesión) y de la vida (cotidiano y cultura), y por otro, lo epistemológico, está destinado al conocimiento matemático, no estrictamente el académico, sino propio de esas comunidades, el cual se convino, en la discusión del grupo, llamarle matemática funcional.

Esa matemática funcional es una categoría de modelación matemática, cuyo principio se basa en relaciones recíprocas entre la matemática y la realidad. Su estructura está compuesta por los usos del conocimiento matemático, y por las resignificaciones de esos usos, en situaciones específicas (Cordero, Villa-Ochoa, Rosa, Suárez-Téllez, Carranza, P. y Mendoza-Higuera, 2019). Tales situaciones son parte de ese entorno (relaciones recíprocas) que suceden en comunidades de conocimiento matemático. Cada situación específica se conforma por elementos secuenciales que construyen lo matemático: significación, procedimiento e instrumento, que derivan la argumentación de la situación. En términos genéricos, la argumentación es una resignificación de usos construida por la comunidad en la situación (Cordero, 2016). Efectivamente es un conocimiento matemático situacional que emerge de las comunidades, no corresponde a la emulación del objeto matemático en la situación, sino a la revelación de los usos y significados del objeto, propios de la comunidad, normados por la situación.

Los usos se resignifican en cada situación; pero también cuando suceden transversalidades entre escenarios o dominios de conocimiento. Por ejemplo, entre la escuela y el trabajo o entre la matemática y la ingeniería, los usos se resignifican. Pero en las situaciones y transversalidades suceden *momentos*, y entre ellos también los usos se resignifican. Los momentos son fases en el proceso situacional. Y los usos son las funciones orgánicas de las situaciones (funcionamientos) que se manifiestan por las “tareas” que componen la situación, y la forma del uso será la clase de esas “tareas”. Las tareas pueden ser actividades, acciones, ejecuciones y alternancias de dominios. Cuando la alternancia de tareas sucede, se genera una nueva función orgánica, que debatirá con las formas de los usos. A este “acto de uso” se le llama resignificación de usos (Cordero y Flores, 2007).

Para incluir estos nuevos saberes matemáticos en la educación será esencial crear *programas de acompañamiento permanente con el profesorado*. Puesto que el surgimiento de una base epistemológica de esos saberes derivará en el cambio de la matemática escolar. Entonces estos acompañamientos generarán diferentes líneas simultáneas de trabajo. Por un lado, diseñar situaciones escolares que coadyuven, al estudiantado y profesorado, a valorizar las transversalidades de saberes (resignificación de usos); y por otro, organizar la función del docente para mantener las situaciones como acciones del aprendizaje. Ambas tareas deben ser sistemáticas, de ahí la importancia del acompañamiento permanente.

A continuación, se presentan los ejemplos de las categorías de modelación (transversalidad de saberes) delimitada a la recolección de datos que se han realizado en las investigaciones científicas en el seno del grupo. La atención se enfocó en dos temas: por un lado, los programas de modelación matemática, la formación inicial y el desarrollo del docente de matemáticas, y por el otro, el impacto educativo de la transversalidad de saberes matemáticos.

Esas categorías de modelación conllevaron reflexionar sobre su significado en la matemática escolar. En primer lugar, esas categorías, a priori, no están en el tratamiento escolar de la matemática. En segundo, se discutió la caracterización de la categoría de modelación en los docentes y estudiantes de los diferentes niveles educativos.

Se formuló la necesidad de entender a los docentes de matemáticas como una comunidad de conocimiento matemático que construye sus categorías matemáticas propias de su entorno normadas por las relaciones recíprocas entre el conocimiento de la escuela y la realidad. Los programas de modelación deberán orientar las articulaciones

necesarias en acciones autónomas en la docencia de la matemática, de ahí la importancia de generar investigaciones sobre la función del docente (Opazo-Arellano, Cordero y Silva-Crocci, 2018) y generar programas alternativos de formación inicial del docente (Proyecto en ejecución FID TAL. 1758).

■ Los programas de modelación matemática, la formación inicial y el desarrollo del docente de matemáticas

Los Programas de la Pedagogía de la Matemática en Chile: El caso de un Proyecto de Formación Inicial

La pregunta que define la génesis de un proyecto de investigación en curso (FID TAL.1758) para la formación inicial docente (FID) de educación media en matemáticas, en una universidad del centro sur de Chile se describe como ¿Cuáles son las habilidades específicas que articulan los dominios disciplinar y didáctico disciplinar que se deben desarrollar en la formación inicial del profesorado de matemáticas de secundaria? Y más precisamente, ¿Cómo estas habilidades consideran los diversos contextos socioculturales locales en la FID? El currículo de la escolaridad secundaria en Chile (Mineduc, 2015) considera explícitamente el desarrollo de habilidades como la modelación, resolución de problemas, entre otras. En este sentido, el proyecto busca analizar a partir de contextos socioculturales locales que están presentes en la escuela, el desarrollo de habilidades específicas y, cómo esto se articula en los escenarios formativos en la FID. Luego, con una perspectiva teórica se abordan las relaciones entre los marcos de los Espacios de Trabajo Matemático (ETM) (Kuzniak, Tanguay & Elia, 2016) y sobre el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTK) (Carrillo-Yáñez et al., 2018). Los alcances del proyecto implican intervenciones y un plan de mejoramiento en la FID que consideran los resultados alcanzados. Entonces se deberá enfocar la atención a la articulación entre las habilidades que suceden en la diversidad de contextos socioculturales y los marcos teóricos ETM y MTK. Tal vez un eje para tal fin sea la categoría de modelación planteada en la Introducción. Los usos del conocimiento matemático y sus resignificaciones definirán las habilidades, pero también los espacios matemáticos y el conocimiento especializado del profesorado de matemáticas.

La matemática de la ingeniería y la Categoría de Modelación

Se entiende la matemática de la ingeniería como aquel conocimiento que usan los ingenieros, profesionales y en formación, cuando se enfrentan a problemas propios de su disciplina, en contraste con la matemática escolar de la ingeniería que es el conjunto de asignaturas organizadas en un currículo de enseñanza de la ingeniería, que, hoy en día es poco solidaria con su práctica.

El estudio del uso del conocimiento matemático en comunidades de ingenieros y estudiantes de ingeniería (Mendoza-Higuera, 2013) permitirá acercar a la matemática escolar de la ingeniería a la matemática de la ingeniería, esta última de carácter funcional, a través de un rediseño del discurso matemático escolar en la enseñanza de la ingeniería.

Para este rediseño se deben caracterizar las prácticas propias de la ingeniería que permita diseñar situaciones que involucren la modelación matemática con el propósito construir un conocimiento matemático funcional.

La modelación, como categoría del conocimiento que involucra significaciones o resignificaciones y sus procedimientos, ha permitido establecer el diálogo entre la matemática funcional del ingeniero y la matemática escolar.

En Solís (2012), con el uso de las gráficas, se identifican las nociones de predicción y simulación, propias de la ingeniería. La simbiosis predicción-simulación constituye en una especie de modelación matemática donde la

búsqueda de comportamientos tendenciales (Cordero, 1998) en las ecuaciones diferenciales lineales es producto de esta simbiosis.

La tecnología digital, la modelación y la educación media

La tecnología digital, en los actuales planes y programas de estudio del Sistema Educativo Nacional mexicano, tiene un papel prioritario en la búsqueda del “éxito” de los estudiantes en su vida académica. Esto no es exclusivo de México, pues la tecnología está viviendo un auge a nivel mundial en diferentes escenarios, a saber: la escuela, el trabajo y la ciudad.

La educación matemática contemporánea explicita la necesidad de la funcionalidad de “lo que se aprende” en la escuela con la vida cotidiana; sin embargo, esto no es trivial. Pues la vida cotidiana de la gente es diversa en situaciones y condiciones, esto permea los usos del conocimiento matemático U(CM). Es decir, este dialogo entre el conocimiento de la escuela y el del cotidiano debe ser recíproco, pues no son ajenos uno del otro. En este sentido, la *modelación* permitirá el diálogo entre estos conocimientos, el de la escuela y el cotidiano, pero no como la creación de modelos que emulen uno en términos del otro; sino como el mecanismo que genera diversidad de argumentaciones para exhibir una pluralidad de usos y transversalidad de saberes en diversos dominios.

De esta manera, la tecnología per se no es el recurso que permitirá un éxito escolar en los estudiantes; sino que, por sus cualidades, será el instrumento conveniente para accionar categorías de conocimiento matemático a través de la modelación z(Mod) según Cordero et al. (2019); lo que además exigirá de un *Programa de acompañamiento permanente con el profesorado* pues esta tarea es compleja y requiere de la investigación educativa, la experiencia y debate de colectivos. Más adelante se mostrará un ejemplo de proyecto de *mejoramiento en matemáticas con laboratorios tecnológicos* con docentes de Nivel Medio Superior en México.

El rol de la modelación en la formación inicial del estudiante de Pedagogía en Matemáticas

La formación inicial, en Chile, ha incorporado como requisito la modelación en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de pedagogía. Esto conlleva dirigir acciones educativas coordinadas con el fin de incluir la modelación como una habilidad a desarrollar por quien aprende para enseñar matemáticas. Una tendencia es que en lo habitual de la matemática escolar la modelación se instrumentaliza a partir de la resolución de problemas. En este contexto, surgen dos preguntas. La primera: ¿De qué naturaleza son los problemas que se resuelven en la matemática escolar en torno a la modelación? La segunda: ¿Conocemos cómo modela el que se forma para enseñar matemáticas? Ambas preguntas tensan la enseñanza de las matemáticas. Por una parte, cuestiona la epistemología que subyace en la modelación de la matemática escolar. Por otra, llama la atención sobre la opacidad del núcleo que define una comunidad de conocimiento matemático: la reciprocidad, la intimidad y la localidad que denota la construcción del conocimiento en una situación específica de modelación. Al desarrollar la modelación sin dimensionar estos dos aspectos, tiene como consecuencia *la adherencia al discurso Matemático Escolar* (Opazo-Arellano, Cordero y Silva-Crocci, 2018). Se subraya que la adherencia implica no confrontar la matemática escolar, por lo tanto, no se legitiman los usos y significados del conocimiento matemático que emergen en el cotidiano escolar-académico del estudiante de pedagogía en matemáticas.

La matemática de la Ingeniería

El contenido de las matemáticas en las carreras propias de la ingeniería es significativo en la mayoría de los planes curriculares las ubican dentro de las ciencias básicas, mismas que preceden a las materias de las ciencias de la ingeniería y las materias profesionales. Esta importancia y dificultad de las matemáticas hace que los alumnos, profesores y la sociedad en general demande cuestionamientos que tiene que ver más con el sentido utilitario que funcional del conocimiento matemático: ¿Sirve esa matemática de la escuela, en la vida diaria del ingeniero?

La Ingeniería Civil se desarrolla a partir del análisis, diseño, dictamen y predicción, actividades que norman la

formación y actividad en el ejercicio de su profesión. En cada una de las actividades mencionadas existe el contenido matemático. Un papel importante de la matemática educativa consiste en proponer marcos de referencia que ayuden a entender la reconstrucción del conocimiento matemático (Cordero, 2008), para atender una problemática de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el área de la Ingeniería Civil. A raíz de las prácticas observadas en la formación del ingeniero civil se logra distinguir la modelación, misma que se encuentra implícita en dichas prácticas, de tal forma que desempeña un papel medular en las actividades de esta comunidad.

Epílogo

Los programas de modelación matemática, en la matemática educativa, incursionan por diferentes escenarios. Estos escenarios expresan líneas de investigación en donde se atienden las problemáticas de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Por ejemplo, hay proyectos de la formación inicial del docente que enfocan el interés en los contextos culturales regionales, lo que desembocará en una matemática funcional dotada de usos y significados según los contextos culturales. Pero también, hay proyectos de formación inicial, donde lo que importa es el desarrollo epistemológico de la matemática para diseñar permanentemente situaciones escolares para que el estudiante y el docente valoricen los usos del conocimiento matemático que emergen en la gente. Otra línea de investigación es la tecnología digital, la cual trastoca la matemática escolar habitual porque la tecnología digital pasa a ser un instrumento que ayuda al estudiante y al docente a dotar de significados a la matematización de las realidades del que aprende. Pero los proyectos interdisciplinarios en correlación con los cursos de matemáticas componen otra línea de investigación, donde se reflexiona sobre la importancia de distinguir entre los saberes matemática de la ingeniería y la matemática educativa de la ingeniería. Cada una de estas líneas subyace un principio: la transversalidad de saberes matemáticos.

■ El impacto educativo de la transversalidad de saberes matemáticos

El rol de la transversalidad de saberes en Pedagogía de la Matemática en Chile: ¿Las tareas como un foco de atención?

Reflexionamos respecto al rol de la transversalidad de saberes en el marco de un programa de formación inicial, lo que conlleva a la posibilidad de considerarla como una base epistemológica del conocimiento matemático que en la FID podrían ser abordados en un programa de formación, su rol dentro del trabajo matemático del formador y del profesor en formación inicial, y el impacto que tendría en las escuelas, en el currículo escolar, en los programas de la FID, dando sentido a los contextos socioculturales locales y redefiniendo habilidades matemáticas que es necesario favorecer en los estudiantes y en las aulas. En este sentido, el conocimiento especializado del profesorado de matemáticas y de los formadores debería ser resignificado.

Ahora bien, la transversalidad de saberes matemáticos, por el momento, será considerada en un sentido amplio, donde cobra valor analizar y diseñar tareas que favorecen ciertas rutas de trabajo intencionadas y que permitirían articular diversos contextos de conocimiento, como la escuela y la cultura, la escuela y la formación de los profesores, la formación de profesorado de matemáticas y escenarios interculturales, contextos escolares rurales, escuelas multigrado, entre otros. Por otra parte, en el marco de los ETM, Kuzniak (2011) señala que “[...] los problemas no son parte del espacio de trabajo, pero son su razón de ser y su activador” (p. 13); es decir, el rol de las tareas y su diseño sería un foco de atención que podría favorecer la resignificación de usos del conocimiento matemático en diversos contextos de conocimiento.

La matemática de la ingeniería

El diseño, construcción, mantenimiento y, posteriormente, eliminación de artefactos son prácticas propias de la ingeniería. Ésta no siempre fue considerada como una ciencia, sino hasta que establece su relación con la matemática. La obra de Bernard Belidor (1729), “La ciencia de los ingenieros”, es una de las primeras en vincular ciencia e ingeniería a partir de la matematización de la ingeniería. Hoy en día no se concibe a la ingeniería desligada de la ciencia, la tecnología y la matemática.

La ingeniería se entiende ahora como la aplicación de la ciencia y la tecnología, su enseñanza se ha organizado en este sentido, así los currículos de los programas de ingeniería se agrupan en ciencias básicas, ciencias de la ingeniería e ingeniería aplicada. La matemática escolar de la ingeniería, bajo este esquema, no es diferente a la matemática escolar en otras disciplinas.

Pero, los programas de formación de ingenieros no han considerado el uso del conocimiento matemático en la ingeniería (Mendoza, Cordero, F, Solís & Gómez, 2018), de esta forma no es posible establecer un diálogo entre la matemática escolar y la práctica de la ingeniería.

Al hablar de ingeniería y matemática habría que hacer una distinción en la forma en que estas se relacionan. Por un lado, está la *matemática de la ingeniería*, aquella que es funcional con las prácticas de la ingeniería y por otro está también la matemática escolar en la ingeniería que, en muchos de los programas de ingeniería, son esos contenidos mínimos propuestos por los consejos acreditadores de la enseñanza de la ingeniería (Barrera 2018) y organizados dentro de un currículo que no considera los usos del conocimiento matemático en ingeniería.

La matemática educativa en ingeniería es la disciplina que reestablecerá el diálogo. La categoría de modelación y la transversalidad de los saberes permitirá un rediseño del discurso matemático escolar de la ingeniería que haga de la matemática un conocimiento funcional.

La tecnología y la matemática en la educación media

En la educación media superior se hace explícito el uso de la tecnología como elemento primordial para la innovación educativa y logro de retos sociales contemporáneos. Sin embargo, la inclusión de la tecnología en el aula no debería ser inercial sino intencional.

En este sentido, mencionamos un programa de acompañamiento docente que ha ido madurando, con una vida de 3 años ha logrado atender a más de 6 mil estudiantes y 15 mil docentes de diversos niveles y modalidades educativas. Actualmente se cuenta con la participación activa de aproximadamente 30 maestras y maestros que diseñan actividades e imparten talleres, cursos, conferencias, etc., para sus colegas docentes respecto al uso tecnologías en el aula (Recursos: http://casiocalculadoras.mx/academico_02.html). Este programa se nutre de la investigación en Matemática Educativa y otras disciplinas, además de proyectos alternos por instituciones educativas.

De esa manera, los docentes se reúnen para experimentar, debatir y reconstruir propuestas del uso de tecnologías escolares en el aula. La base de estas propuestas es una epistemología de lo matemático que versa en: la Variación, Transformación, Aproximación, Selección, Ponderación, Periodización (ver Figura 1). Esto nos ha permitido generar actividades y situaciones con base en los U(CM), no sólo con la cualidad de la operatividad rápida y precisa que brinda una tecnología, sino que se ha procurado que sea el escenario donde se construyan significados y procedimientos diversos exhibiendo la funcionalidad del conocimiento matemático.

Este diseño y rediseño de situaciones es una tarea compleja y requiere del colectivo, de la experiencia y el debate, así como de la puesta en escena en escenarios reales con estudiantes, aulas, evaluaciones, requerimientos, modalidades y condiciones diversas. Así se vivió lo denominado *proyecto de mejora en matemáticas con laboratorios tecnológicos*, proyecto de acompañamiento durante 6 meses a 9 docentes de educación básica y media

superior, atendiendo a 401 estudiantes, referentes a 10 planteles de la Ciudad de México; Tetlanohcan, Tlaxcala; Ciudad Madero, Tamaulipas y Tlapa de Comonfort, Guerrero.

Si bien en este proyecto no se diseñaron situaciones para cada plantel, se tuvo como eje rector “repensar” la matemática de la escuela, pues con el uso de un instrumento tecnológico obligaba a hacer preguntas distintas, más en términos del desarrollo de estrategias de solución ante distintas situaciones.

Este proyecto forma parte del programa de acompañamiento docente que se modifica continuamente con base en las necesidades del aula. Consideramos que la educación media sin duda requiere de la inclusión de las diversas tecnologías pues serán el instrumento que permitan las acciones para el aprendizaje, siendo el docente quien las haga accionar a través de una epistemología de U(CM) de diferentes dominios que, a través de diversas situaciones, vivan en un escenario escolar.

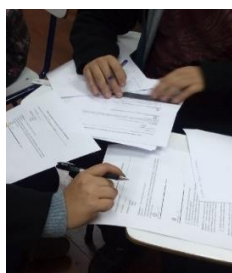
La matemática en la formación inicial de los estudiantes de Pedagogía en Matemáticas

La enseñanza de la matemática escolar exige una transformación. El cambio, desde la construcción social del conocimiento matemático, radica en la epistemología que norma lo habitual de su enseñanza. Una expresión de cambio es la resignificación del conocimiento matemático. Por lo anterior, los diseños de actividades escolares que construyen los estudiantes de pedagogía en matemáticas en su cotidiano escolar-académico son un ejemplo de la fuente de sentido que promueve la transformación. Esto deriva en la construcción de la identidad disciplinar y en la definición de la función del docente (Opazo-Arellano, Cordero y Silva-Crocci, 2018).

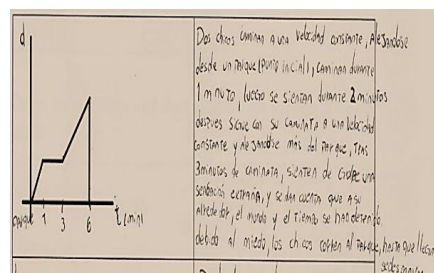
Los diseños de actividades escolares que se construyen recuperan la construcción de lo matemático. Es decir, significaciones, procedimientos, lo útil al humano y argumentaciones que denotan *pluralidad epistemológica* y *transversalidad de saberes* (Cordero, 2016). Un ejemplo, es el *comportamiento tendencial de las funciones* (Ver Figura 1). Destaca en este contexto la situación de modelación de movimiento, la que favorece la resignificación del uso de la gráfica (Zaldívar y Briceño, 2019). Quien aprende para enseñar matemáticas pone en uso esta situación con el objetivo de hacer emerger argumentaciones autónomas en quien aprende (la gente). Los diseños, por ende, se sustentan en una base de conocimiento que amplía la modelación que se promueve en la enseñanza de la matemática escolar. La ampliación está sujeta a la transversalidad entre dominios de conocimiento o entre situaciones.

La Tabla 1, muestra el uso de la gráfica en una situación específica de modelación. En este caso, se conforma una comunidad de conocimiento que a la luz de las preguntas del diseño transita en la significación de parámetros gráficos y analíticos, lo que deriva la variación de parámetros. Con ello, encuentra un patrón de comportamiento. Lo útil al humano está en la función como una instrucción que organiza de comportamientos gráfico, la argumentación es: *el comportamiento tendencial de las funciones*. Una expresión de esta resignificación es cuando la comunidad de conocimiento a partir de los comportamientos locales y globales que se analizan en la gráfica anticipan la situación en cuestión.

Tabla 1: Situación de modelación del movimiento.



El Comba en 2 partes, la primera es cuando se detiene en el minuto 5 a conversar con su amigo y la segunda parte es cuando acelera hasta el minuto 9 s.
Estas son las partes en que cambia porque hay una variación de la razón de la pendiente.



La modelación es funcional cuando responde a lo útil a lo humano. Esta tesis confronta la matemática escolar y promueve un cambio desde el que aprende, la gente. Para tal fin, en la formación inicial, el estudiante de pedagogía debe cambiar la epistemología. Es decir, pasar de las definiciones y conceptos a la construcción de un patrón de comportamiento que responde a su cotidiano escolar-académico. Habrá que avanzar en un programa permanente que haga cada vez más robusto la epistemología del cambio.

La ingeniería y la Categoría de Modelación

A fin de establecer diálogos, vínculos entre el conocimiento matemático de las materias básicas y las materias propias de la ingeniería civil, se proponen actividades que los provoquen, por lo que se retoma el diseño y los objetivos de actividades sustentadas en la Socioepistemología que considera al binomio Modelación-Graficación como categoría del conocimiento matemático, en el sentido de que se constituye en una herramienta para la construcción misma de conocimiento, y no solo como aplicación de conocimiento adquiridos en los cursos matemático previos (Suárez 2008). La modelación matemática según Suárez (2014) es concebida en sí misma como una construcción de su conocimiento por su potencial de vinculación con otras disciplinas y diferentes ramas de la matemática entre sí. Para Arrieta (2003) la modelación es una práctica social que se ha ejercido históricamente tanto en lo cotidiano como en lo profesional, sobre todo en el ámbito profesional cuando ha sido relacionado la mayoría de las veces con fenómenos físicos, químicos o sociales. Se destaca también las actividades que constituye el hacer, reproducir y comunicar el conocimiento matemático científico subrayando que existen separaciones y fronteras aun no definidas claramente entre la actividad matemática, científica; actividad del uso de las matemáticas y la actividad matemática escolar todos inmersos en la actividad humana.

De la Cruz-Ramos (2011), reportó la instrumentación de una experimentación para la resignificación del Binomio de Newton en el contexto de la Ingeniería Civil, sobre el fenómeno de la infiltración.

En las argumentaciones finales, los alumnos expresaron argumentos variacionales como el que se presenta a continuación:

“A medida en que se repite el procedimiento la velocidad con la que filtra el agua en el suelo lleva más tiempo. La grafica obtenida varía demasiado conforme la velocidad va disminuyendo y el tiempo se incrementa; logrando identificar las causas que origina que la capacidad de filtración se pierda conforme pasa el tiempo”.

De lo anterior se concluye que la puesta en escena propicia la exploración, determinación y formulación de una idea misma que trascendió y produjo recursos propios, para la emisión de un juicio acerca de un fenómeno físico como lo es la Infiltración.

La finalidad de esta puesta en escena fue en un primer momento: establecer vínculos entre el conocimiento creado en las aulas como el implementado en el qué hacer diario del profesional de la Ingeniería, particularmente Hidrología e investigar el uso de la Predicción y la Modelación-Graficación, como elementos medulares en la toma de decisiones en el ejercicio profesional del Ingeniero Civil.

Epílogo

Hemos mencionado tres grandes programas de modelación matemática: la valorización de usos del conocimiento matemático que emergen en la gente, la matematización de la realidad elaborada por contextos culturales y los proyectos interdisciplinarios en correlación con los cursos de matemáticas. Sus inserciones en la educación (básica, media y superior) conllevaría a un cambio epistemológico de la matemática escolar. Por un lado, admitiría una pluralidad epistemológica, ya que tomaría en cuenta saberes matemáticos en diferentes escenarios: la escuela, el trabajo y la vida. Y por otro, las transversalidades de esos saberes, ya que los usos del conocimiento matemático se

resignifican entre situaciones, dominios y escenarios (Cordero, 2016). El impacto educativo consistirá en nuevos diseños de situaciones escolares que ayuden a emerger los usos del conocimiento matemático en la realidad del que aprende. El aprendizaje no será entonces emular un procedimiento matemático, sino será desarrollar autonomía de resignificaciones de usos en diversas situaciones, en múltiples dominios y en diferentes escenarios.

■ Conclusiones

Los programas de modelación mencionados derivan en transversalidades de saberes. Con una gran diversidad de investigaciones en comunidades de conocimiento matemático (ver por ejemplo Cordero, Del Valle y Morales, 2019; Mendoza et al, 2018), sus resultados han arrojado categorías del conocimiento matemático (ver Figura 1). Cada una de las categorías: predicción, comportamiento tendencial, analiticidad, optimación, compensación y anticipación; se han evidenciado como emergencias en comunidades de docentes, estudiantes y profesionistas no necesariamente matemáticos, a través de situaciones específicas según sus jergas disciplinares: variación, transformación, aproximación, selección y periodización. Estas situaciones han sido bases epistemológicas para generar diseños de situaciones escolares donde suceden aprendizajes autónomos (por ejemplo, Opazo, et al, 2018). Esto diseños confrontan y transforman la matemática escolar habitual, debido a que se valorizan los usos y significaciones de los objetos matemáticos.

Una epistemología de lo matemático

CONSTRUCCIÓN DE LO MATEMÁTICO	SITUACIONES					
	VARIACIÓN	TRANSFORMACIÓN	APROXIMACIÓN	SELECCIÓN	PONDERACIÓN	PERIODIZACIÓN
Significaciones	Flujo Movimiento Acumulación Estado Permanente	Patrones de comportamiento gráficos y analíticos	Límite Derivación Integración Convergencia	Patrón de adaptación	Distribución de comportamiento	Reproducción de comportamientos
Procedimientos	Comparación de dos Estados	Variación de parámetros	Operaciones lógico formales (cociente)	Distinción de cualidades	Equiparar	Comparación de periodos
Instrumentos	Cantidad de variación continua $f(x+h) - f(x) = ah$ $a = f'(x)$	Instrucción que organiza comportamientos $y = Af(Bx+C)+D$	Formas analíticas $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$	Lo estable	Punto de equilibrio $\sum x_i - \bar{x} = 0$ 	Interpolación
Argumentación/Resignificaciones	Predicción $E_0 + Variación = E_1$ 	Comportamiento tendencial 	Analiticidad de las funciones $f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)h^2}{2} + \dots$	Optimación 	Compensación 	Anticipación ETILENO

Figura 1. Categorías de usos del conocimiento matemático

Entonces, la tarea pendiente es generar programas permanentes de acompañamiento para impactar al sistema educativos en todos los niveles: básico, medio y superior. La composición de estos programas consistirá en una estructura multifactorial y de estadios en la formación y desarrollo profesional del docente. Por ejemplo, un factor es la identidad disciplinar que confronta la adherencia de la matemática escolar y genera la autonomía de las categorías de usos. Las acciones de este factor tendrán que ser mantenidas, por eso la idea del programa permanente, por un lado, en los entornos de diálogos horizontales y recíprocos entre el conocimiento de la ciencia, el conocimiento escolar y el conocimiento de la vida. Y por otro, construir la articulación entre lo institucional y lo

funcional para el cambio educativo de la matemática: generar la relación dialéctica entre los procesos del conocimiento matemático escolar y la funcionalidad del conocimiento matemático de la gente.

■ Referencias bibliográficas

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de doctorado no publicada. D. F., México: CINVESTAV-IPN.
- Barrera, M. E. (2018). *Marco de Referencia 2018 del CACEI en el Contexto Internacional (Ingenierías)*. México: CACEI A. C.
- Belidor, B. F. (1729). *La Science des Ingenieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'Architecture civile*. Paris: Claude Jombert.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. & Muñoz-Catalán, C. (2018). The mathematics teacher's 500mail50zed knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, DOI: 10.1080/14794802.2018.1479981
- Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y del análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 1(1), 56-74.
- Cordero, F. (2008). El Uso de las Gráficas en el Discurso del Cálculo Escolar. Una visión Socioepistemológica. *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano*. México: Ediciones Díaz de Santos.
- Cordero, F. (2016). Modelación, funcionalidad y multidisciplinaridad: el eslabón de la matemática y el cotidiano. En J. Arrieta y L. Díaz (Eds.), *Investigaciones latinoamericanas de modelación de la matemática educativa* (pp. 59-88). Barcelona, España: Gedisa.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 7-38.
- Cordero, F., Villa-Ochoa, A., Rosa, M., Suárez-Téllez, L., Carranza, P. y Mendoza-Higuera, E.J. (2019). La modelación en la matemática educativa: sus métodos de investigación y el impacto educativo en la formación y desarrollo de la docencia de la matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, Vol. 32. Núm.1, 539-547.
- Cordero, F., Del Valle, T. y Morales, A. (2019). Usos de la optimización de ingenieros en formación: el rol de la ingeniería mecatrónica y de la obra de Lagrange. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 22 (2): 185 – 212. DOI: 10.12802/relime.19.2223
- De la Cruz-Ramos, A. (2011). *Situaciones Didácticas de las Ecuaciones Diferenciales en el contexto de Ingeniería Civil a través de la Predicción*. Tesis de maestría no publicada. México: Universidad Autónoma de Chiapas.
- Kuzniak, A. (2011). L'Espace de Travail Mathématique et ses Genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 9-24.
- Kuzniak, A., Tanguay, D. & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. *ZDM Mathematics Education*, 48, 721–737, DOI 10.1007/s11858-016-0812-x.
- Mendoza-Higuera, E.J. (2013). *Matemática funcional en una comunidad de conocimiento: el caso de las ecuaciones diferenciales lineales en la ingeniería* (Tesis de Maestría no publicada). CINVESTAV-IPN, México
- Mendoza, J. y Cordero, F. (2018). La modelación en las comunidades de conocimiento matemático. El uso de las matemáticas en ingenieros biónicos. El caso de la estabilidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 36-61.
- Mendoza, J., Cordero, F., Solís, y M. Gómez, K (2018). El Uso del Conocimiento Matemático en las Comunidades de Ingenieros. Del Objeto a la Funcionalidad Matemática. *Boletim de Educação Matemática-BOLEMA*, volumen 32, número 62, 1219-1243.

- Opazo-Arellano, C.; Cordero Osorio, F. y Silva-Crocci, H. (2018). ¿Por qué estudiar la identidad disciplinar en la formación inicial del docente de matemáticas? *Premisa 20* (77), 5-20.
- Proyecto en ejecución FID TAL.1758 – Conocimiento especializado del profesor de matemática y física en la formación inicial de profesores: Estudio de relaciones entre ETM-MTSK.
- Solís, M. (2012). *Las gráficas de las funciones como una argumentación del cálculo. Caso de la predicción y la simulación en las ecuaciones diferenciales lineales de primer orden* (Tesis de Doctorado no publicada). CINVESTAV-IPN, México.
- Suárez, L. (2014). *Modelación Graficación para la matemática escolar*. México: Díaz de Santos.