

ANÁLISIS DE ERRORES DE NEWMAN EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LÓGICA Y CONJUNTOS

ANALYSIS OF NEWMAN'S ERRORS IN SOLVING PROBLEMS OF LOGIC AND SETS

Estela L. Juárez Ruiz, Ruth G. Solano, Carina Andrea Hernández Pacheco
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. (México)
estela.juarez@correo.buap.mx, ruth.garciasol@correo.buap.mx, carinah30@hotmail.es

Resumen

Una de las habilidades más demandadas de los estudiantes es la resolución de problemas. Newman delimitó cinco errores establecidos en niveles, que los estudiantes pueden cometer al resolver problemas. El alumno debe superar sucesivamente estos niveles para poder obtener la solución requerida. El objetivo de este trabajo consistió en analizar qué errores de Newman cometen con mayor frecuencia estudiantes universitarios y si están correlacionados significativamente. La muestra consistió de 52 estudiantes. De los errores presentados por los estudiantes, el 9.35% correspondió a errores de lectura, 17.29% a errores de comprensión, 18.22% a errores de transformación, 46.73% a errores de habilidades de proceso y 8.41% a errores de codificación. Siete de las diez correlaciones resultaron significativamente diferentes de cero, confirmando que los errores de Newman están relacionados entre sí, no solamente consecutivamente por niveles.

Palabras clave: errores de Newman, problemas matemáticos

Abstract

Problem solving is one of the most demanding skills of students. Newman defined five errors that are set out in levels, which students can make when solving problems. The student must successively pass these levels in order to obtain the required solution. The objective of this work was to analyze which ones of Newman's errors are most frequently made by university students and if they are significantly correlated. The sample consisted of 52 students. Of all errors presented by the students, 9.35% corresponded to reading errors, 17.29% to comprehension errors, 18.22% to transformation errors, 46.73% to process skills errors and 8.41% to coding errors. Seven of the ten correlations were significantly different from zero, confirming that Newman's errors are related to each other, not only consecutively by levels.

Key words: Newman's errors, mathematics problems

■ Introducción

Una de las habilidades más demandadas de los estudiantes es la resolución de problemas (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1991), pues la capacidad de resolver problemas es muy importante para desarrollar el aprendizaje de las matemáticas (Hasbullah y Wibawa, 2017). Es necesario analizar los obstáculos o dificultades que los estudiantes tienen en la resolución de problemas para poder hacer mejoras en la enseñanza. (Newman, 1977, 1983) estableció que cuando una persona intenta resolver un problema matemático, tiene que poder superar varios obstáculos sucesivos, etapas o niveles. Abdullah, Abidin, y Ali (2015) los definen como sigue:

- Nivel 1 *Lectura o decodificación*, implica la capacidad para leer problemas matemáticos dados e identificar oraciones, signos y símbolos matemáticos.
- Nivel 2 *Comprensión completa*, consiste en que los estudiantes puedan comprender el problema.
- Nivel 3 *Transformación*, es la capacidad para realizar un plan para resolverlo o para determinar el método de solución matemática.
- Nivel 4 *Habilidades de proceso*, es la capacidad para realizar correctamente las operaciones necesarias para resolver el problema.
- y Nivel 5 *Codificación*, es la capacidad para integrar los elementos obtenidos en una respuesta coherente al problema (p. 134).

Ellerton y Clements (1996) declararon que Newman usó la palabra "jerarquía" explicando la razón por la cual los estudiantes que fracasan en cualquier nivel de resolución de problemas les impide obtener la solución requerida. Esta perspectiva rigorista diría que si un estudiante se equivoca en una etapa del proceso de resolución del problema, tiene mal todo lo demás. Pero ¿si la coherencia de todo lo demás es correcta, sería adecuado ponerle todo mal?

El presente estudio tiene como objetivo analizar qué errores de Newman se presentan con mayor frecuencia en estudiantes de primer semestre de ingeniería en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), en México, y si están correlacionados significativamente. De esta manera, se pretende dar un soporte cuantitativo a la propuesta de Newman de que los errores están relacionados entre sí, no solo consecutivamente por niveles, y estudiar qué tipos de errores no consecutivos también están relacionados.

Las preguntas de investigación son: ¿Qué errores de Newman presentan con mayor frecuencia los estudiantes de primer semestre de la Facultad de Electrónica de la BUAP? ¿Qué correlaciones significativas existen entre los errores de Newman cometidos por estos estudiantes?

■ Marco referencial

El estudio de errores que cometen los estudiantes al resolver problemas matemáticos ha sido el foco de varias investigaciones, esto debido al gran interés de realizar mejoras tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las matemáticas.

Uno de los aportes sobre el análisis de los errores presentes en los estudiantes es el estudio realizado por Sarwadi y Shahrill (2014), quienes investigaron sobre la comprensión de los errores y conceptos erróneos que poseen estudiantes que cursan el año 11 (segundo año de educación media superior en México). Su objeto de estudio fue investigar cuánta matemática entendieron y recordaron los estudiantes; cómo su nivel de confianza en sí mismos afecta sus respuestas de los ítems de la prueba, y las causas de los errores e ideas falsas que evidencian. Los participantes de la investigación estuvieron constituidos por 74 estudiantes y nueve maestros del mismo año escolar. Para la recolección de información, realizaron pruebas a los estudiantes junto con una escala para medir la confianza de los alumnos en sí mismos, y cuestionarios a estudiantes y profesores. El estudio obtuvo que no hubo correlación entre la confianza de los estudiantes en sí mismos y su rendimiento en la prueba; pero los conceptos erróneos que

tienen los estudiantes parecen tener un impacto significativo en el progreso y logro en las pruebas. Estos errores y conceptos erróneos fueron variados y debido a diferentes causas, como la falta de atención y el descuido del maestro.

Por otro lado, Rokhimah, Suyitno, y Sukestiyarno (2015) realizaron una investigación de corte cualitativo, que tuvo como propósito determinar cuáles son los tipos y las causas de error que los estudiantes de séptimo grado (primer año de secundaria en el sistema mexicano) cometen al resolver problemas verbales de aritmética social (problemas de compra y venta en la vida cotidiana). Los autores mencionan que de acuerdo con el método de análisis de los errores de Newman, se sugieren cinco actividades cruciales para encontrar el tipo y causa de los errores de los estudiantes al resolver problemas verbales, añadiendo un sexto error denominado error de descuido (Clements, 1982). Para recolectar los datos, realizaron tests y entrevistas a seis estudiantes divididos en dos ternas, cada una de ellas con estudiantes pertenecientes a tres diferentes niveles de rendimiento académico (alto, medio y bajo). Entre los resultados que obtuvieron, encontraron que los sujetos de nivel alto presentaron errores de comprensión, transformación y habilidades de proceso; los de nivel medio mostraron errores de comprensión, transformación, habilidades de proceso y descuido; y los estudiantes de nivel bajo, errores de lectura y comprensión. Entre las conclusiones, los investigadores recomiendan, por un lado, aumentar la comprensión de fórmulas y por otro, aumentar la capacidad de los estudiantes para interpretar palabras claves y para realizar procedimientos de cálculo de operaciones.

Otros estudios que centran su atención en el método de análisis de los errores de Newman son los hechos por White (2009, 2010) y están relacionados con la reevaluación de dicho método. Los artículos enuncian que el análisis de errores de Newman (NEA por sus siglas en inglés) ha sido incluido en una serie de programas en Nueva Gales del Sur, en Australia, y se discute su uso como una herramienta de diagnóstico para vincular la aritmética y la lecto-escritura. El estudio concluyó que en uno de los programas en que se introdujo el NEA se hizo una contribución importante en la mejora de los resultados de aprendizaje de docentes y estudiantes, reflejados estadística y educativamente entre el inicio y finalización del programa vinculado con la resolución de problemas verbales matemáticos. Asimismo, los maestros que aplicaron el método lo consideraron como una estrategia correctiva y pedagógica en el aula.

Finalmente, Rohmah y Sutiarsa (2018) buscaron en su investigación explorar los tipos y factores de errores que se presentan en la resolución de problemas de ecuaciones lineales de dos variables en estudiantes de secundaria en Indonesia. Para ello, utilizaron el procedimiento de Newman el cual juega un papel importante para la elaboración y análisis de una prueba aplicada a 147 estudiantes de 15 años. Los factores de error que detectaron en los estudiantes al resolver este tipo de problemas fueron: no absorción idónea de la información, no comprensión de la transformación del problema, no comprensión del material de estudio, débil comprensión de los conceptos matemáticos, poca experiencia de los estudiantes para resolver problemas y descuido en el proceso de ejecución. Con lo que se interpreta que el método de Newman es una herramienta fundamental para identificar los errores en los estudiantes y utilizarla como un medio para mejorar habilidades resolutivas.

■ Metodología

Se trató de un estudio cuantitativo descriptivo correlacional con pruebas de hipótesis para identificar correlaciones significativamente diferentes de cero. La población de estudio consistió en los estudiantes de primer semestre de las carreras de Ingeniería en Sistemas Automotrices e Ingeniería en Energías Renovables de la Facultad de Electrónica de la BUAP, en México, en el periodo comprendido entre agosto y diciembre de 2018. La selección de la muestra se realizó a través de un muestreo aleatorio por conglomerado.

La recolección de datos se hizo a través de la aplicación de una prueba consistente en tres problemas como se muestra en la Figura 1. Estos problemas fueron seleccionados por un grupo de diez profesores con formación y desempeño profesional en matemáticas.

1. Analiza si el siguiente argumento es válido o inválido:
O bien Toledo deja el gobierno o bien las protestas aumentan. Si las protestas aumentan, los políticos se esconden o Susy Díaz toma el poder. Para que Susy Díaz tome el poder es necesario que todos los alumnos aprueben el curso de IA o que Toledo deje el poder. Toledo deja el poder. En consecuencia, Susy Díaz toma el poder.
2. Si la proposición $\neg((p \wedge q) \Rightarrow r) \Rightarrow (r \vee s)$ es verdadera, obtenga el valor de verdad de: $(r \wedge s) \Rightarrow (p \vee q)$.
3. Demuestre que si $A \subseteq B$, entonces $B^c \setminus A^c = \emptyset$.

Figura 1. Problemas de lógica inferencial y conjuntos.

Los errores de Newman fueron evaluados de manera independiente. Cada tipo de error fue contabilizado de la siguiente manera: 0 si no hubo error y 1 si hubo error. Los criterios de selección para cada tipo de error se presentan a continuación:

- *Error de lectura.* Omisión de algún paréntesis cambiando el significado de la proposición lógica, modificación de algún dato como por ejemplo cambiar alguna palabra del enunciado modificando su interpretación, lectura incorrecta del problema por la omisión de algún signo de puntuación, omisión de algún dato.
- *Error de comprensión.* Utilizar de forma incorrecta alguna propiedad o algún concepto.
- *Error de transformación.* Elección incorrecta del método de demostración, por ejemplo, querer probar una propiedad de conjuntos haciendo solamente un diagrama de Venn.
- *Error de habilidades proceso.* Errores al realizar procedimientos matemáticos, como por ejemplo realizar implicaciones sin sustento o incluir datos extraños sin justificación.
- *Error de codificación.* No proporcionar la respuesta correcta del problema, por ejemplo, decir argumento no válido cuando en realidad ha probado su validez.

Se utilizó el paquete estadístico R versión 3.6.1 y la correlación de Kendall no paramétrica para el cálculo de las correlaciones entre los diferentes tipos de error de Newman y para identificar alguna correlación significativamente diferente de cero entre ellos con un nivel de confianza del 95%. La prueba de hipótesis fue: $H_0: \tau_{x,y} = 0$; $H_a: \tau_{x,y} \neq 0$.

■ Resultados

La muestra consistió de 52 estudiantes con edades entre 18 y 24 años, de los cuales tres no se presentaron a la aplicación del instrumento, quedando un total de 49 participantes, de los cuales 39 (79.6%) fueron hombres y 10 (20.4%) mujeres. Después de aplicar el instrumento y eliminar las preguntas sin contestar, se obtuvieron 123 respuestas, cada una con cinco columnas correspondientes a cada tipo de error, haciendo un total de 615 datos. El número total de errores fue de 214 (34.80% del total de datos). En la Tabla I se presentan las proporciones de cada uno de los cinco errores con respecto al total de errores presentados. Como puede observarse, el error de habilidades de proceso fue el que se presentó con un porcentaje más alto.

En la Figura 4 se muestra un error de lectura realizado en el problema 2, el cual consistió en colocar incorrectamente el paréntesis de la negación afectando solo al antecedente de la proposición lógica, cuando en realidad debía afectar a toda la proposición lógica. Este error afecta todo el análisis posterior haciéndolo más complejo. Varios estudiantes cometieron este tipo de error.

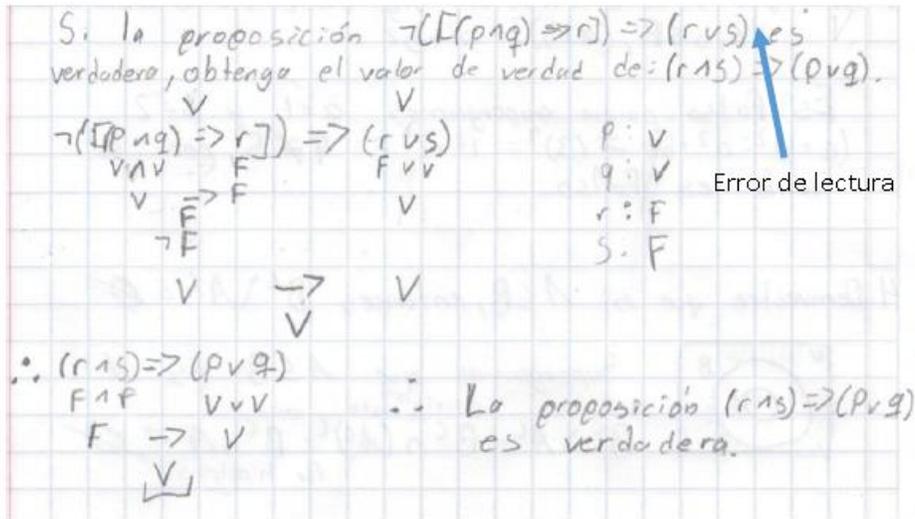


Figura 4. Un error de lectura en el problema 2.

Finalmente, en la Figura 5 se presentan varios tipos de errores que dos estudiantes cometieron en el problema 3. En la figura 5 a) hay un error de comprensión debido a que el estudiante no sombrea correctamente los conjuntos B^C y A^C . También comete un error de transformación al tratar de demostrar la proposición matemática con solo un diagrama de Venn.

En el caso de la Figura 5 b), el estudiante comete un error de lectura al no escribir correctamente el consecuente de la implicación enunciada en el problema 3: $B^C \setminus A^C = \emptyset$ (ver la Figura 1). También comete un error de habilidades de proceso al implicar incorrectamente $A \subseteq B \rightarrow A = B$. Observe que al final concluye que $B^C \setminus A^C = \emptyset$ contradiciendo su enunciado previo equivocado, a pesar de hacer una demostración directa.

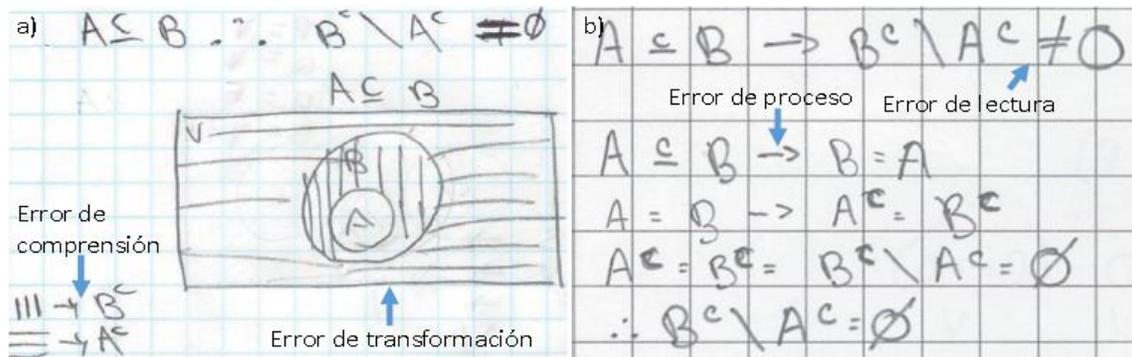


Figura 5. Ejemplos de errores en el problema 3.

Con respecto a las correlaciones, se aplicó el estadístico τ de Kendall con un nivel de confianza del 95%. En la Tabla II se pueden observar los valores obtenidos para cada par de errores con sus respectivos valores de p . Las

pruebas de hipótesis que resultaron significativamente diferentes de cero fueron siete. Los errores más altamente correlacionados según Fraenkel, Wallen, y Hyun (2011), son aquellos cuyas correlaciones tienen valores de $\tau > .40$. Estas se dieron entre el error de lectura y el de comprensión ($\tau = .53$), y entre el error de lectura y el de codificación ($\tau = .44$).

Con respecto a la relación positiva encontrada entre el error de lectura y el de comprensión, se puede concluir que, en efecto, la percepción de Newman de una jerarquía en el proceso de resolución de problemas se encontró en este estudio, de tal manera que cuando el estudiante realizó correctamente la lectura de los problemas, probablemente también los comprendió y pudo continuar con el proceso de resolución y de la misma forma, cuando cometió un error de lectura, también probablemente cometió algún error en la comprensión del mismo.

Con respecto a la otra correlación significativa obtenida entre el error de lectura y el de codificación, ambos tienen que ver con la estructura del lenguaje escrito y matemático, por un lado, la lectura del problema y por otro, la entrega de una solución coherente con el cuestionamiento planteado. Este resultado muestra que cuando el estudiante realizó una lectura correcta del problema, también entregó una respuesta acorde al cuestionamiento, y cuando falló en la lectura, también falló en la codificación.

Tabla II. Resumen de correlaciones y p-valores entre los pares de errores de Newman.

Tipo	Cp		T		HP		Cd	
	τ	p	τ	p	τ	p	τ	p
L	.53	<.001	.32	<.001	.10	.28	.44	<.001
Cp		1	.24	.008	.18	.049	.33	<.001
T				1	.013	.88	.26	.003
HP						1	.140	0.12
Cd								1

Nota: Los valores de correlación significativos están en negritas. L=Error de lectura; Cp=Error de comprensión; T=Error de transformación; HP=Error de habilidades de proceso; Cd=Error de codificación.

■ Discusión

Se hizo un estudio con el propósito de investigar los tipos de errores que los estudiantes universitarios del área de ingeniería cometen, al resolver problemas de lógica y conjuntos. Asimismo, se planteó confirmar o negar la afirmación de Newman de que los errores de lectura, comprensión, transformación, habilidades de proceso y codificación están relacionados, a través de un estudio de correlación y si éstos son significativamente diferentes de cero.

Los hallazgos encontrados fueron que los estudiantes cometen todos los tipos de error al resolver problemas de lógica y conjuntos, pero predominantemente errores de habilidades de proceso, con un 46.73%, seguido por errores de transformación (18.22%) y comprensión (17.29%). El error de lectura (9.35%) y el de codificación (8.41%) fueron los errores que menos se presentaron en estos estudiantes.

Estos resultados se encuentran en concordancia con los estudios de Trance (2013), Rohmah y Sutiarsa (2018) y Abdullah et al. (2015) como se muestra en la Tabla III. En efecto, en casi todos los casos, los errores de comprensión,

transformación y habilidades de proceso son los que presentan una mayor incidencia; el error de lectura presenta una incidencia más bien baja (de 0% a 9.35%) y solo el error de codificación presenta variaciones mayores.

Tabla III. Comparativo de resultados con resultados de otros autores.

Autores	L	Cp	T	HP	Cd
Nuestro estudio	9.35%	17.29%	18.22%	46.73%	8.41%
Trance, (2013)	3.85%	24.62%	47.69%	18.46%	5.38%
Rohmah y Sutiarto, (2018)	4.35%	17.39%	34.78%	23.9%	19.6%
Abdullah et al., (2015)	0%	20.9%	24.17%	27.33%	27.58%

Nota: L: lectura, Cp: comprensión, T: transformación, HP: habilidades de proceso, Cd: codificación.

Un análisis comparativo más detallado de los resultados obtenidos con el estudio de Trance (2013) revela una conmutación en los errores de transformación y de habilidades de proceso, con porcentajes muy cercanos. En el error de habilidades de proceso los porcentajes son muy similares con diferencias de a lo más 5 puntos porcentuales. En el error de comprensión se dieron cambios más grandes.

En el de Rohmah y Sutiarto (2018) se encontraron las siguientes similitudes con nuestro estudio: a) los errores que más se presentaron son el error de comprensión, transformación y el de habilidades de proceso. b) El error que menos se presentó es el de lectura. c) El porcentaje de error de comprensión es muy similar en ambos estudios.

Finalmente, Abdullah et al. (2015) encontraron en su estudio con estudiantes de 13 años que los errores de proceso, transformación, comprensión y codificación fueron los que con mayor frecuencia se presentaron, coincidiendo con nuestros resultados, excepto en el error de codificación que en nuestros estudiantes fue bajo (8.41%) contra 27.58% de su estudio. El aumento en este porcentaje pudo ser causado porque en su investigación no se presentó el error de lectura y en nuestro estudio fue de 9.35%.

Los resultados de nuestro estudio también están respaldados por las investigaciones realizadas por Singh, Rahman, y Hoon (2010), y Santoso et al. (2017), quienes descubrieron que son los errores de procesamiento matemático (comprensión, transformación y habilidades de proceso) los principales errores cometidos por los estudiantes al resolver problemas matemáticos, y los errores causados por la fluidez del lenguaje (lectura y codificación) son los que se presentan en menor proporción.

Respecto de las correlaciones, siete de diez resultaron significativamente diferentes de cero, de las cuales las más altas se presentaron entre el error de lectura versus el error de comprensión (0.53) y entre el error de lectura versus el de codificación (0.44). Las restantes cinco que resultaron significativas oscilaron en un rango de valores de 0.18 a 0.33 (Tabla II). De esta forma, se observa que existe un vínculo muy marcado entre el error de lectura y el de comprensión, es decir, si un estudiante no lee con cuidado el problema e identifica las palabras y símbolos matemáticos que ahí se presentan, muy posiblemente tampoco podrá comprender completamente el problema o lo comprenderá de forma incorrecta y lo que se le pide resolver. La otra correlación existente en nuestro estudio entre el error de lectura y el de codificación, que fue el segundo más alto, puede deberse a que ambos errores tienen que ver con la fluidez del lenguaje, indicando que los estudiantes que cometen un error de lectura también tienen problemas para entregar la respuesta adecuada a la pregunta planteada en el problema. Esto incide directamente con tener un buen desempeño a la hora de resolver problemas.

■ Conclusiones

A través de este estudio se dio soporte a la afirmación hecha por varios autores acerca de que los tipos de errores que más se presentan en los estudiantes al resolver problemas tiene que ver con las habilidades de procesamiento matemático (comprensión, transformación y habilidades de proceso) y menos con la fluidez del lenguaje (lectura y codificación).

Asimismo, el estudio confirma cuantitativamente la aproximación de Newman acerca de que los tipos de error están relacionados significativamente, de tal manera que si un estudiante falla en una parte del proceso de resolución de un problema matemático, es muy probable que también falle en etapas sucesivas.

Estos resultados pueden orientar el trabajo de los educadores y profesores de este nivel hacia el reforzamiento y promoción de actividades de lectura de texto, tanto de lenguaje escrito como de lenguaje matemático, la importancia de observar con detenimiento detalles como paréntesis y símbolos, así como de la comprensión de conceptos, propiedades y procesos, para un mejor proceso de resolución de problemas de lógica y conjuntos en estudiantes universitarios.

■ Referencias bibliográficas

- Abdullah, A. H., Abidin, N. L. Z., & Ali, M. (2015). Analysis of students' errors in solving Higher Order Thinking Skills (HOTS) problems for the topic of fraction. *Asian Social Science*, *11*(21), 133–142. <https://doi.org/10.5539/ass.v11n21p133>
- Clements, M. A. (1982). Careless Errors made by sixth-grade children on written mathematical task. *Journal for Research in Mathematics Education*, *13*(2), 136–144. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/748360>
- Ellerton, N. F., & Clements, M. A. (1996). Newman error analysis. A comparative study involving Year 7 students in Malaysia and Australia. *Technology and Mathematics Education*, 186–193.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2011). *How to design and evaluate research in education*. New York, USA: McGraw-Hill.
- Hasbullah, & Wibawa, B. (2017). Analysis of mathematics students ability in learning metacognitive strategy type ideal (identify, define, explore, act, look). *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *12*(3), 859–872. Retrieved from <https://www.iejme.com/article/analysis-of-mathematics-students-ability-in-learning-metacognitive-strategy-type-ideal-identify>
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- Newman, M. A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical task. *Victorian Institute for Educational Research Bulletin*, *39*, 31–43.
- Newman, M. A. (1983). *Strategies for diagnosis and remediation*. Sydney: Harcourt, Brace.
- Rohmah, M., & Sutiarmo, S. (2018). Analysis problem solving in mathematical using theory Newman. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *14*(2), 671–681. <https://doi.org/10.12973/ejmste/80630>
- Rokhimah, S., Suyitno, A., & Sukestiyarno, Y. L. (2015). Students Error Analysis in Solving Math Word Problems of Social Arithmetic Material for 7th Grade Base on Newman Procedure. *Proceeding in International Conference on Conservation for Better Life*, 349–356. Semarang, Central Java, Indonesia.
- Santoso, D. A., Farid, A., & Ulum, B. (2017). Error Analysis of Students Working about Word Problem of Linear Program with NEA Procedure. *Journal of Physics: Conference Series*, *855*(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/855/1/012043>
- Sarwadi, H. R., & Shahrill, M. (2014). Understanding Students' Mathematical Errors and Misconceptions: The Case of Year 11 Repeating Students. *Mathematics Education Trends and Research*, *2014*, 1–10. <https://doi.org/10.5899/2014/metr-00051>

- Singh, P., Rahman, A. A., & Hoon, T. S. (2010). The Newman procedure for analyzing Primary Four pupils errors on written mathematical tasks: A Malaysian perspective. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 8, 264–271. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.036>
- Trance, N. (2013). Process Inquiry: Analysis of Oral Problem-Solving Skills in Mathematics of Engineering Students. *US-China Education Review A*, 3(2), 73–82.
- White, A. L. (2009). *A Revaluation of Newman Error Analysis*. Sydney.
- White, A. L. (2010). Numeracy, Literacy and Newman's Error Analysis. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 33(2), 129–148.