

CONCEPCIONES DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR. EL CASO DE LA FUNCIÓN Y SUS SISTEMAS SEMIÓTICOS DE REPRESENTACIÓN

UPPER MIDDLE EDUCATION MATHEMATICS TEACHER'S CONCEPTIONS; THE CASE OF THE FUNCTION AND ITS SEMIOTIC SYSTEMS OF REPRESENTATION

Augus Edoc Zaíra Molina Xerónimo, Noé Sanmartín Román.

Centro de Estudios Superiores en Educación, Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México. (México)

zairamolín@yahoo.com.mx, sanmandelbrotin@hotmail.com

Resumen

Esta investigación forma parte de una investigación cualitativa, la cual se realizó en 4 escuelas de Educación Media Superior, las cuales conforman la Zona Escolar BG44 en el Estado de México. El objetivo principal es identificar las concepciones que tienen los docentes sobre el concepto de función y sus sistemas semióticos de representación para saber si influyen en su práctica pedagógica. La muestra estuvo conformada por 16 docentes de Educación Media Superior de formación profesional indistinta. Se presentan las relaciones encontradas entre tales concepciones, asimismo se aportan indicadores que facilitan una caracterización más detallada del posicionamiento del profesor ante el concepto de función y sus sistemas semióticos de representación. Se realiza, también la descripción de la metodología empleada en el estudio.

Palabras clave: concepciones, función, sistemas semióticos

Abstract

This is part of a qualitative research, which was carried out in four upper middle schools, which make up the BG44 School Zone in the State of Mexico. Its main objective is to identify the conceptions that teachers have about the concept of function and its semiotic systems of representation, in order to know if these concepts influence on their pedagogical practice. The sample consisted of sixteen teachers of upper middle education of indistinct professional training. The relationships found among such conceptions are presented, as well as indicators that facilitate a more detailed characterization of the teacher's stance in the face of the concept of function and its semiotic representation systems. The description of the methodology used in the study is also made.

Key words: conceptions, function, semiotic systems

■ Introducción

En la década de los ochenta se publicaron investigaciones sobre concepciones y creencias de los docentes de matemáticas, con ellas se determinó la influencia de tales concepciones y creencias en su labor docente. Hoy día se siguen desarrollando trabajos alrededor del pensamiento docente que ratifican la necesidad de continuar investigando la formación docente y su ejercicio profesional concluyendo que las estrategias a utilizar en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas debe sustentarse en alguna percepción sobre la naturaleza de las matemáticas.

En muchas investigaciones sobre la enseñanza de la Matemática en Educación Media Superior (EMS) se resaltan las concepciones de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, en particular, el objeto matemático función se concibe no solo como contenido fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de matemática en EMS, sino como uno de los más controvertidos y estudiados desde el punto de vista histórico, epistemológico, ontológico y didáctico. Aunque los reportes sobre el problema con el aprendizaje del concepto de función por parte de los estudiantes son numerosos y frecuentes, la prioridad en esta investigación fue estudiar y analizar las concepciones que tienen los docentes sobre dicho concepto.

Desde que el profesor de matemáticas tomó importancia para los investigadores en educación matemática, se han desarrollado investigaciones para proporcionar los elementos que permitan reconocer y comprender las necesidades requeridas para generar programas profesionales de formación inicial y continua en la docencia.

Los conocimientos del profesor de matemáticas fueron estudiados por McEwan y Bull (1991) y han generado debates sobre si se debe tomar en cuenta el dominio del conocimiento pedagógico de la matemática o el dominio del contenido específico de la misma. Las investigaciones de Llinares y Sánchez (1986) se preocuparon por el conocimiento del profesor y utilizaron diversas referencias para el dominio del contenido y los procesos cognitivos de los profesores, de donde surgieron aspectos importantes relacionados con el pensamiento de los profesores y sus concepciones, entre ellos están el significado que los docentes dan a los conceptos matemáticos que enseñan, la relación entre dichos conceptos, las estrategias metodológicas que utilizan para su enseñanza y la naturaleza de la información que obtienen para construir concepciones en torno a un objeto matemático. Algunos estudios sobre la enseñanza de la matemática en EMS fueron desarrollados por Solares y Sandoval (2013), allí se plantearon las necesidades de investigar procesos de construcción de conceptos, particularmente los relacionados no solo con la importancia de su conocimiento y sus respectivas representaciones, sino con las concepciones que tienen en torno a ello.

La función es un contenido fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en EMS, es el antecedente directo para el estudio del Cálculo Diferencial e Integral, por ello permite comprender el enfoque sobre la resolución de problemas y ha recibido especial atención en educación matemática, de donde surge el interés por estudiar y analizar las concepciones que tienen los docentes de matemáticas sobre dicho concepto.

El Plan y Programa de Estudio 2009 de los cursos de Matemáticas que se imparten en EMS, particularmente en las Escuelas Preparatorias del Estado de México, tienen como propósito lograr una comprensión clara y precisa de los conceptos algebraicos y el de función es uno de ellos. En estos cursos se espera que los estudiantes adquieran cierto dominio del conocimiento algebraico para que puedan emplear sus aplicaciones, sin embargo, se han notado dificultades para lograrlo. Este panorama local permite reconocer la existencia de dificultades intrínsecas al concepto que Brousseau (1998) llama obstáculos epistemológicos, y dificultades exteriores como el enfoque de enseñanza, la utilización de materiales y recursos didácticos, la influencia de los textos y lo que Thompson (1992) reconoce como las concepciones de los profesores, que también obstaculizan o incluso eliminan la comprensión del concepto, generando fracasos escolares en esos mismos cursos y en cursos de matemáticas superiores.

Con base a los conocimientos adquiridos, los docentes poseen determinadas concepciones sobre la función y sus sistemas semióticos de representación, estas se circunscriben a su práctica profesional o a procesos derivados de las interacciones que hacen constantemente en su entorno sociocultural. Dichas concepciones se manifiestan en la manera de abordar y desarrollar su quehacer docente y de argumentar acerca del proceso formativo en matemáticas de los estudiantes a su cargo, en este sentido se plantea como pregunta principal de investigación la siguiente, ¿Cuáles son las concepciones que tienen los docentes de EMS sobre el concepto de función y sus diferentes sistemas de representación semiótica?

De esta pregunta se derivan las siguientes preguntas particulares, ¿Cómo influyen en su práctica profesional las concepciones en torno a la función que tienen los docentes? y ¿Qué papel juegan los sistemas semióticos de representación en el concepto de función que manejan los docentes?

Las matemáticas tienen una importante repercusión en el proceso educativo, para los profesores son un instrumento relevante en su práctica y formación. Esta investigación se centró en el estudio de las concepciones que tienen los docentes, en particular sobre el objeto matemático función y sus sistemas semióticos de representación y parte de dos ámbitos. El primero es el empírico, donde es posible percibir que al no existir una institución que forme docentes en el área de matemáticas para la EMS, se recurre a docentes de profesiones distintas para impartir clases de matemáticas, por lo que resulta interesante investigar si las concepciones docentes, gestadas desde las diferentes formaciones profesionales, representa un factor determinante que influye de manera directa en la forma en que se enseña el concepto de función y sus sistemas semióticos de representación. El segundo es el teórico, con lo que se rescata la importancia que tiene la génesis del concepto función, el cual nace sin una definición propia y que al construirse gradualmente provocó concepciones divergentes para la que fue utilizada en su inicio, situación que, no obstante, el tiempo transcurrido prevalece en docentes de EMS.

Objetivos

La investigación pretende estudiar y analizar las concepciones de los profesores que imparten las asignaturas del campo disciplinar matemáticas y conocimiento científico en EMS mediante la manifestación algebraica, gráfica u otra que facilite dicho análisis. Para llevarla a cabo se planteó el siguiente objetivo general y objetivos específicos.

Objetivo general

Analizar las concepciones que tienen los docentes de matemáticas de EMS en torno al objeto matemático función y sus sistemas semióticos de representación.

Objetivos específicos

1. Identificar las concepciones de los docentes de EMS en torno al concepto de función y sus sistemas semióticos de representación.
2. Describir y categorizar las concepciones que tienen los profesores de EMS sobre la función y sus sistemas semióticos de representación.
3. Determinar la influencia que tienen las concepciones de los profesores de EMS sobre la función y sus sistemas semióticos de representación en su labor docente.

■ Marco teórico

Las concepciones

El término concepciones es usado frecuentemente, por ello resulta importante conocer cómo se originan y organizan, Sfard considera fundamental diferenciar concepto de concepción y establece lo siguiente.

La palabra concepto (algunas veces reemplazada por noción), será mencionada cuando una idea matemática está considerada en su forma oficial –como un constructo teórico dentro del universo formal del conocimiento ideal–; el grupo total de representaciones y asociaciones internas evocadas por el concepto –la contraparte del concepto en el interior y subjetivo universo del conocimiento humano– será llamada por nosotros una concepción. (Sfard, 1991 p. 3).

Las concepciones incluyen a las creencias porque obedecen a procesos mentales construidos y establecidos que al ser epistemológicos respetan un conocimiento sobre el programa o la naturaleza de la enseñanza de las matemáticas. Al respecto, Moreno y Azcárate (2003) consideran que las concepciones son organizadores implícitos de conceptos cuya naturaleza es en esencia cognitiva e incluye creencias, significados, conceptos, preferencias, entre otras, que influyen en la percepción y los procesos de razonamiento.

Sobre la formación de creencias existe consenso en señalar que su origen esta en la experiencia, la observación directa, la información recibida y en ocasiones pueden ser inferidas de otras creencias a partir de su carácter dinámico. Para Pajares (1992) estas no son estáticas, cuando se adquieren gradualmente se van construyendo y transformando al pasar el tiempo.

Con respecto a su organización, son sistemas donde se establecen y ordenan las creencias de una manera no necesariamente lógica, por ello es posible que una persona sostenga simultáneamente creencias contradictorias entre sí sin que implique un conflicto, como refiere Pajares (idem), los sistemas de creencias no necesitan consensos ni consistencia interna, lo cual es un requisito esencial de los sistemas de conocimientos ya que están abiertos a la evaluación y a la crítica.

El concepto de función

La importancia de estudiar el concepto de función se justifica a partir de la interdependencia que se da entre los conceptos matemáticos y las situaciones reales. Tall (1996) y Kieran (1995) señalan que el propósito es representar como cambian las cosas, descubrir el mundo a partir del cambio y crear objetos donde las funciones puedan representar la dependencia de algo que varía libremente a algo que varía bajo ciertas restricciones.

El concepto de función como un auxiliar de interpretaciones reales es considerado por

Sierpinska (1992), quien establece que el entendimiento de un concepto matemático son las referencias de la noción con las que se trabaja, que particularmente para la noción de función son para x e y , mundos de cambio o de objetos cambiantes y para f , mundo de relaciones entre cambios, mundo de procesos, mundo de reglas, de patrones, leyes, etc. Para justificar el estudio de la función, es fundamental la formación matemática básica del estudiante, Eisenberg (1992) señala que la función es un concepto crucial en la comprensión de la matemática y permite desarrollar en los estudiantes una sensibilidad para las funciones, las cuales deben ser uno de los objetivos primordiales del currículo. Esta descripción, permite justificar la importancia de la función como concepto abstracto para expresar cambios mediante objetos variables. A pesar de ello, la búsqueda de relaciones funcionales y causales como expresiones humanas para entender y explicar los cambios, no parece ser suficiente para dar una respuesta a la forma en como debe ser enseñada, en este sentido, se puede decir que su enseñanza se convierte en un problema práctico.

Al hablar de funciones y sus gráficas debe hablarse de dos sistemas simbólicos muy diferentes que se articulan para construir y definir conjuntamente el concepto. La gráfica y la función son sistemas comunicativos y al mismo tiempo son una construcción y organización de ideas, esta característica provoca demandas al estudiante en términos de nuevas ideas, unicidad en la notación y correspondencias simbólicas no muy fáciles de entender.

A partir de la función se puede explicar la gráfica y a partir de la gráfica se puede explicar la función, percibiendo de una manera completamente diferente ambos lados. Uno de los aspectos más importantes del concepto de función es el que tiene que ver con una variedad de posibles enlaces entre registros de representación, aunque la representación matemática generalmente se da a partir de una regla de correspondencia algebraica a parejas ordenadas y a una gráfica, o a partir de una tabla de datos en forma de parejas ordenadas a una gráfica. Leinhardt, Zaslavsky y Stein (1990) analizan los tipos de actividades que se puede generar con las funciones y sus gráficas, la representación científica procede a partir de la observación, a un arreglo de datos, a pares ordenados de datos, a la selección de ejes, a la construcción de la escala, a la gráfica y por último a la función.

El estudio de las representaciones semióticas

La parte que fundamenta el estudio de las Representaciones Semióticas (RS) para esta investigación es la teoría de registros de representación semiótica, donde se establece el uso de sistemas de RS como esencial para el desarrollo del pensamiento matemático, de acuerdo con Duval (1993), no existe otra forma de acceder a los objetos matemáticos, sino por medio de las RS. Cada registro de representación es cognitivamente complemento de lo que representa, no debe limitarse en solo uno de los registros, sino que se debe propiciar un tipo de traducción de la información de una representación a otra. En la teoría de registros de RS, la actividad relacionada con la producción de una representación es conocida como semiósis y a la aprehensión conceptual de los objetos matemáticos se le llama noesis.

Los registros de representación favorecen las tres siguientes actividades cognitivas.

1. La Formación de una Representación Identificable, relacionada con la expresión de una representación mental.
2. El Tratamiento o transformación interna de la representación en el mismo registro en el que está dada.
3. La Conversión, que es una transformación externa en un registro distinto al registro en el que fue dada.

Existen al menos dos aspectos de la acción cognitiva relacionada con las habilidades matemáticas, uno considera diferentes registros de RS que se han desarrollado de forma concreta para los procedimientos matemáticos y el otro que considera que los objetos matemáticos no son accesibles por medio de la visualización, tal y como sucede con la mayoría de los objetos. Con estos aspectos Duval (1999) plantea dos cuestiones fundamentales para el aprendizaje, ¿cómo se aprende el cambio de registros? y ¿cómo evitar confundir un objeto con la forma en cómo se representa?

La matemática relaciona procedimientos y conversiones, diferenciar los registros de representación y conversión entre ellos es un factor fundamental para su aprendizaje, las representaciones mentales son un conjunto de concepciones o imágenes mentales que el estudiante tiene sobre un objeto, las RS son las producciones constituidas por el uso de signos, es decir, son el medio del que se dispone para manifestar de forma concreta las representaciones mentales y hacerlas accesibles a otros, por ello las RS tienen un papel importante en la enseñanza de las matemáticas debido a que permiten el acceso a los objetos matemáticos.

Las RS tienen una función comunicativa y de objetivación, son necesarias para los procedimientos matemáticos, el funcionamiento cognitivo del pensamiento, el tratamiento de la información, la toma de conciencia y la comprensión. Según Duval (1992) dichas funciones se han desarrollado en el aprendizaje de la matemática y se ha demostrado que el cambio de representación resulta para los estudiantes un procedimiento generalmente difícil por

la omisión de correspondencia entre las unidades significantes en cada uno de los registros. La falta de interpretación global de gráficas en planos cartesianos junto a la propensión que tienen los estudiantes por mecanizar procedimientos en un solo registro, por lo general queda limitada a una única forma de representación.

■ Metodología

En la figura 1 se puede observar el orden seguido en las consideraciones necesarias para determinar las características del trabajo.

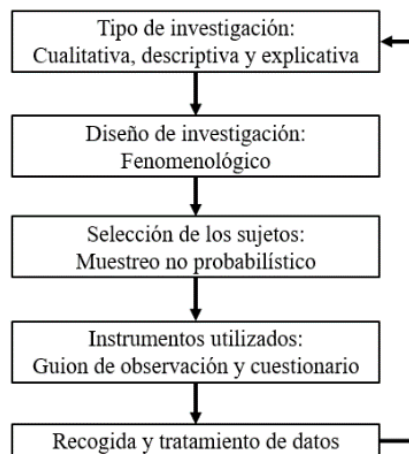


Figura 1. Características de la investigación.
Elaboración propia (2018)

La investigación es de corte cualitativo y se coloca en el paradigma constructivista. Su punto de articulación según Zuñiga (1993), es una epistemología descriptiva centrada en cómo se conoce y comunica lo que se sabe. La característica de esta epistemología permite pensar un mundo empírico compuesto de experiencias que no pretenden la obtención de verdad en el sentido de la correspondencia con la realidad ontológica. El interés radica en conocer las concepciones desde una perspectiva holística para comprender a los docentes dentro de su propio marco de referencia. Este estudio es descriptivo porque pretende hacer precisiones relevantes de las concepciones docentes al analizar sus producciones en torno al concepto de función, es decir, una descripción en términos cualitativos de las concepciones que tienen los docentes en torno a la función y sus sistemas semióticos de representación.

Con este tipo de investigación se observó, si los docentes mantienen una visión instrumental de la disciplina, es decir, si consideran a la matemática como un conjunto de reglas y procedimientos estrechamente relacionada con el fomento del aprendizaje en los estudiantes de forma repetitiva y memorística, con la práctica constante de ejercicios y el uso de palabras clave, entre otros.

Población y muestra

El estudio se llevó a cabo en la Zona Escolar de Bachillerato General (BG44) de EMS, en el municipio de Ciudad Nezahualcóyotl, en el Estado de México, México. La Zona Escolar BG44 está conformada por 4 escuelas. La población de docentes que imparten matemáticas está compuesta por 45 profesores, de los cuales 8 egresaron de la Escuela Normal, 5 son arquitectos, 14 ingenieros, 5 contadores, 3 matemáticos, 6 físicos, 3 químicos y 1 actuario. El 40% de esta población cuenta con una Maestría en Educación. Para la investigación se utilizó una muestra homogénea con características similares y representativa de un segmento de la población (no en un sentido

estadístico, sino de prototipo) La intención era analizar valores, experiencias y significados en torno a las concepciones de esta muestra que, a partir del criterio de saturación teórica, se redujo a 16 profesores que imparten las diferentes asignaturas del campo disciplinar de matemáticas y razonamiento complejo.

Instrumentos utilizados

Para recuperar y analizar las creencias y concepciones de los docentes de matemáticas, se utilizaron 3 instrumentos. El guion de observación (observación no participante y directa), el cuestionario de preguntas de respuesta abierta y el cuestionario de situaciones.

El primero permitió recuperar las concepciones docentes sobre la función, dentro del contexto de la investigación, la observación se utilizó para recuperar evidencias que permitieron reconocer el tipo de concepciones que tienen los docentes en torno al concepto de función y con la narración relativa se explicaron acciones en torno a las experiencias profesionales. El segundo se centró en la definición de función, el cuestionario de preguntas de respuesta abierta se conformó con 5 preguntas que permitieron la recolección de información y generó en los docentes discusiones de sus ideas y concepciones en torno al objeto en cuestión, estas se enmarcaron en la propuesta de entrevista no estructurada centrada en el problema matemático de Inglis y Mejía-Ramos (2005). El tercero permitió recuperar las producciones escritas de los docentes en torno a las diferentes representaciones de la función, con lo que se reconocieron, a partir de las producciones escritas, las dificultades que tuvieron con el concepto de función.

La selección y adaptación del cuestionario de situaciones se centró, además del establecimiento de una categorización de concepciones y dificultades, en la observación, descripción y análisis de los conocimientos manifestados por los docentes. La tabla 1 muestra la intención de cada una de las situaciones planteadas. La situación 1, como se ve en la figura 2A, propuso a partir de un diagrama sagital la representación de la relación entre dos conjuntos, los docentes debían determinar cuál representaba una función y justificar su elección.

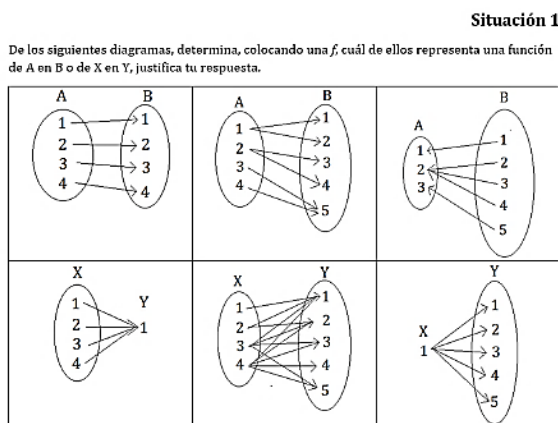


Figura 2A. Identificación de funciones a partir del diagrama sagital

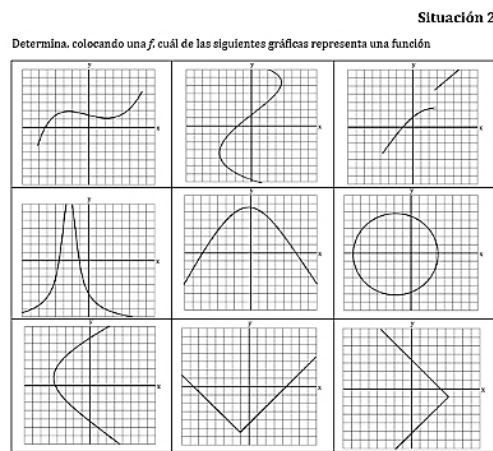


Figura 2B. Identificación de funciones a partir de la gráfica cartesiana

La situación 2 (ver figura 2B) solicitaba, a partir de la gráfica cartesiana de una función, determinar, con base en el conjunto de parejas (x, y) que pertenecen a la función $((x, y) \in f)$, cuál era una función. En la situación 3 se debía determinar que expresión algebraica corresponde a una función y conocer que el establecimiento de los conjuntos, donde x e y varían, permite determinar con mayor precisión el tipo de relación que determina una expresión algebraica, al igual que la situación 2, los docentes deberían tener conocimiento de los teoremas fundamentales para

el estudio de los lugares geométricos. Estas 3 situaciones fueron tomadas y adaptadas de Damaris Vanegas y María Escalona. Representaciones de funciones matemáticas de una variable, en *Omnia*, vol. 16, núm. 3, septiembre-diciembre, 2010, pp. 101-122 Universidad del Zulia Maracaibo, Venezuela.

Las situaciones 4, 5 y 6 fueron tomadas de Eugenia Marmolejo y Jesús A. Riestra. Modelo matemático del llenado de Recipientes, en *Modelling in Science Education and Learning* Volumen 6(2), No. 13, 2013. Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada. En estas situaciones los docentes debían proponer una función para explicar el fenómeno planteado y reconocer las funciones que tienen las variables que intervienen en la relación descrita con el problema planteado, como se muestra en la figura 3A y 3B.

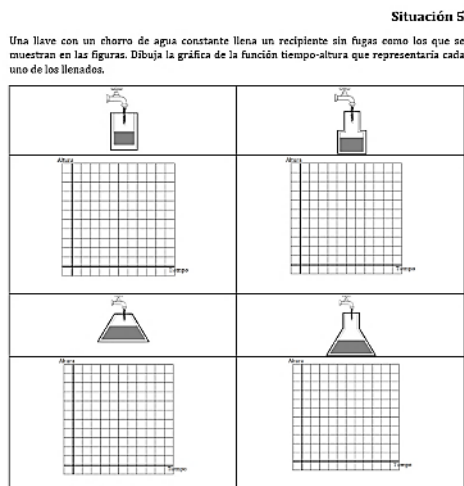


Figura. 3A El llenado de recipientes

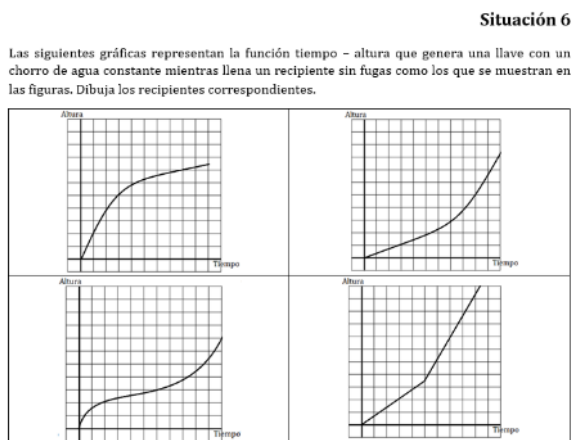


Figura. 3B La gráfica del llenado de recipientes

■ Resultados

El análisis de las producciones docentes se centró en sus producciones con la intención de observar estrategias y procedimientos utilizados en la definición y las diferentes formas de representación, de igual forma se atendió la diversidad de argumentos y explicaciones dadas. Los profesores consideraron a los cuestionarios como una colección de problemas que requerían solución precisa, por ello fue posible detectar regularidades en sus respuestas, estas se organizaron en 3 categorías.

D1. Docentes con menos de 5 años de servicio y formación distinta a la docencia en matemáticas o ciencias. No establecieron con precisión posibles inconsistencias del problema, cuestionaron la representación algebraica de una función porque no se ajustó a la definición que dieron y no propusieron representaciones alternas a su definición. Recurrieron a la representación gráfica como posibilidad para asociar la definición con su representación, pero no proporcionaron por escrito ningún otro tipo de información, la figura 4 muestra una de las definiciones dadas.

Una función es una relación entre dos conjuntos, donde a un elemento de uno le corresponde uno y solo uno del otro conjunto.

Una función es una relación entre dos conjuntos, donde a un elemento de uno le corresponde uno y solo uno del otro conjunto.

Figura. 4 definición de función dada por un docente D1

Sin embargo, la representación gráfica propuesta por este docente no satisfizo dicha definición, ver figura 5

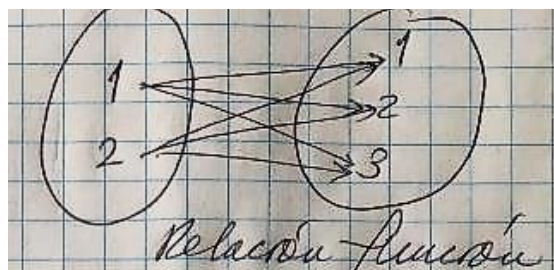


Figura. 5. Representación de una función

D2. Docentes entre 6 y 15 años de servicio y formación similar a la de matemáticas y ciencias. Al igual que los D1, no detectaron probables inconsistencias en el problema, la propuesta de definición la asociaron correctamente con su representación gráfica y casi con todas sus representaciones. En la interpretación de cantidades en problemas de variación no consiguieron proponer representaciones correspondientes, como se ve en la figura 6. La justificación planteada mostró poca información, en la mayoría de los casos los llevó a conclusiones equivocadas, como la definición conceptual de función y su respectiva correspondencia con la representación no algebraica.

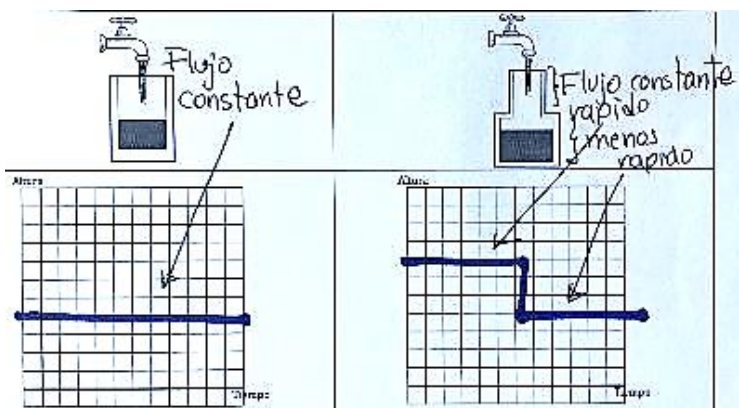
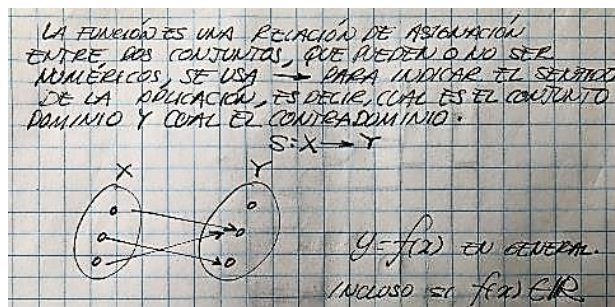


Figura. 6. Representación del llenado de recipientes

Se aseguraron de que la definición se ajustara en a la representación usada, propusieron como concepto de función una relación entre conjuntos, su representación fue una relación (sagital). Reconocieron la posibilidad de solución del problema, pero la justificación recurrió a información sin relación con la situación propuesta. Usaron recurrentemente la suposición de datos y los contrastaron con los que se proporcionaron en las situaciones, estuvieron conscientes de la existencia de la solución, pero al usar información equivocada propusieron soluciones parciales.

D3. Docentes con más de 15 años de servicio y formación matemática sólida. Su definición retomó adecuadamente las representaciones y no solo se redujo a la relación entre dos conjuntos. Mostraron conocimiento de las diferentes representaciones de la función y presentaron los procedimientos adecuados para llegar a ellas. Presentaron procesos de solución adecuados, sus planteamientos y conclusiones fueron correctos, usaron diferentes representaciones de la función, como se ve en la figura 7. El reconocimiento de las representaciones les permitió establecer generalidades en todos los niveles de representación de la función.



La función es una relación de asignación entre dos conjuntos, que pueden o no ser numéricos, se usa → para indicar el sentido de la aplicación, es decir, cual es el conjunto dominio y cual el contradominio
 $S: x \rightarrow y$

Figura. 7 Definición de función

Con esta clasificación fue posible notar de forma inicial las concepciones de los docentes. A partir de cuestionamientos de respuesta abierta, donde las funciones debieron tratarse como objetos de conocimiento, se identificó de forma general un tipo de representación de la función, que en la mayoría de los casos fue la sagital y poco se observó una asociación adecuada de la forma de una curva con su expresión algebraica (o de otro tipo) que recuperara un esquema que no fuera predominantemente figurativo.

■ Conclusiones

Lo encontrado enfatiza la fractura que se ha generado con las concepciones erróneas que se tienen de las bases del álgebra y el análisis de funciones, así como con todas aquellas áreas que retoman el conocimiento de las funciones como parte importante de su desarrollo. Las concepciones de los docentes llevaron al planteamiento de responsabilidades que se establecieron como fundamentales en el desarrollo didáctico del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en EMS, fue claro que en este desarrollo los docentes generaron influencia mutua sobre las concepciones de sus colegas con respecto a la formación que les otorgan a sus estudiantes, mucha de la cual consideraron esta reducida a una visión demasiado básica del concepto de función, donde frecuentemente se utiliza el registro algebraico, se obvian los procesos de articulación entre registros y se desconoce la importancia que tiene en el desarrollo de otros objetos matemáticos. En este sentido, dentro del desarrollo de la labor docente no se están diseñando situaciones que incorporen el uso de las conexiones entre diferentes registros de representación, otorgándoles poca importancia en la clase, lo cual coincide con lo establecido por Zúñiga (1993), quien considera que estos registros representan el componente fundamental en la generación de conocimiento matemático.

Con respecto al concepto de función, se concede importancia al desarrollo de la visualización, la cual es indispensable para la comprensión significativa de conceptos matemáticos complejos. Los resultados muestran que las dificultades que tuvieron los docentes mantienen relación con las formas de enseñanza y estructura de los contenidos curriculares, sin embargo, a pesar de la diferencia en el rendimiento de los docentes en el momento de aplicación del cuestionario, los resultados no constituyeron noticias nuevas. Durante el proceso de discusión con los docentes se enfatizó en el uso de diversos registros de representación semiótica, lo que debió conducir al entendimiento del concepto de función, esto evidenció que las propuestas de las situaciones para la enseñanza de la matemática en EMS rompieron con los esquemas que tradicionalmente los docentes han utilizado, en particular las actividades de modelación de fenómenos que permitieron el uso adecuado de diferentes representaciones de la función. Las diversas concepciones de los docentes indicaron que las diferentes representaciones aún están en construcción.

■ Referencias bibliográficas

- Brousseau, G. (1998). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers, New York.
- Duval, R., (1992), Gráficas y Ecuaciones: la articulación de dos registros. En E. Sanchez (Ed.), *Antología en Educación Matemática*, (pp. 125-139). México: Sección de Matemáticas Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37–65.
- Duval, R. (1999). Representation visual and visualizacion: cognitive functions in Mathematical Thinking proceedings of the Annual Meeting of ther North American Chapter of the international group for the Psychology of mathematical Education.
- Eisenberg, T. (1992). On the Development of a Sense for Functions, The Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy, G. Harel and E. Dubinsky (Eds.), *MAA Notes Volume 25*, 153 – 174
- Inglis y Mejía Ramos (2005). The effect of authority on the persuasiveness of mathematical arguments. *Dognition and Instruction*. 27, 25-50.
- Kieran, C. (1995), Functions, Graphing and Technology: Integrating Research on Learning and Instruction in Integrating Research in the Graphical Representation of Functions, T. Carpenter, E. Fennema and T. Romberg (Eds.), Erlbaum Hillsdale, N.J. 189-237.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O y Stein, M. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Llinares, S. y Sánchez, V. (1986) Las creencias sobre las Matemáticas en profesores de E.G.B. en formación, en Villar Angulo (Ed.), *Pensamiento de los profesores y toma de decisiones*, Universidad de Sevilla, Servicio de publicaciones.
- Marmolejo E. y Riestra J. A (2013) Modelo matemático del llenado de Recipientes, en *Modelling in Science Education and Learning Volumen 6(2)*, No. 13, Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada.
- McEwan, H. y Bull, B. (1991). *The Pedagogic Nature of subject matter Knowledge*. *American Educational Research Journal*, 28(2), 316-334.
- Moreno, M. y Azcárate Giménez, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las educaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*.
- Pajares, M.F. (1992). *Teachers' beliefs and educational research: cleaning unup a messy construct*. *Review of Educational Research Vol 62*, nº 3, pp. 307-332.
- Planchart, O. (2002). La Visualización y la Modelación en la Adquisición del Concepto de Función. Tesis Doctoral en Especialidad de Matemática Educativa. Universidad del Estado de Morelos.
- Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*. Vol 22, Nº 4, pp. 1-32.
- Sierpinska A. (1992), On Understanding the Notion of Function, The Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy, G. Harel and E. Dubinsky (Eds.), *MAA Notes Volume 25*, 25 &endash; 58
- Solares, A. y Sandoval, I (2013). Investigaciones sobre Educación Media Superior. En Avila, A. (coord.), D. Block, A. Carvajal, P. Camarena, D. Eudave, I. Sandoval y A. Solares (2013). *La investigación en educación matemática en México: 2002-2011. Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México*. México. COMIE/ANUIES, pp. 77-94.
- Thompson, A.G. (1992). *Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research*. En D.A. Grouws, (Ed.), *Handbook on mathematics teaching and learning*. (pp. 127-146). New York: Macmillan.
- Tall, D. (1996). *Functions and calculus*. En Bishop, A. J. et al. (eds), *International Handbook of Mathematics Education*, 289-325 Netherlands; Kluwer.
- Vanegas D. y Escalona M. (2010). Representaciones de funciones matemáticas de una variable, en *Omnia*, vol. 16, núm. 3, septiembre-diciembre, 2010, pp. 101-122 Universidad del Zulia Maracaibo, Venezuela.
- Zuñiga, R. (1993). *La théorie et la construction des convictions en Travail social*, service social, vol. 42 nº 3, École de service social, Université Laval, p. 33-43. Conjointe département du développement.