

EXPLICACIONES DE TIPO VARIACIONAL: UN ESTUDIO CON ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO

VARIATIONAL-TYPE EXPLANATIONS: A STUDY WITH EIGHTH-GRADE STUDENTS

Luisa Fernanda Moreno Patiño
Universidad Pedagógica Nacional (Colombia)
p.lufemoreno@gmail.com

Resumen

El propósito de este documento es interpretar y describir las categorías de análisis implícitas en las explicaciones de tipo variacional, analizadas en cuatro estudiantes de grado octavo (12 a 14 años), cuando identifican, describen, interpretan, cuantifican y predicen consecuencias de la situación de variación y cambio (depredación lobos – ovejas) presentada en el simulador NetLogo versión 4.1.3. El estudio reveló que los estudiantes emplean explicaciones relacionadas a la idea básica de covariación, es decir en las primeras categorías. Entonces parece evidente razonar, en futuras investigaciones, acerca de las situaciones de aprendizaje que median en la conceptualización de la razón; se considera que este estudio es un primer acercamiento al concepto

Palabras clave: variación, explicaciones de tipo variacional, simulación, fenómeno depredador lobos – ovejas

Abstract

This paper is aimed at interpreting and describing the analysis categories implicit in the variational-type explanations, analyzed in four eighth-grade students (aged 12-14), when they identify, describe, interpret, quantify and predict consequences of the situation of variation and change (wolf-sheep predation) presented in Net Logo simulator, version 4.1.3. This study showed that students use explanations related to the basic idea of co-variation, i.e. in the first categories. Then, it seems evident to think, in future research, about the learning situations that mediate in reason conceptualization. This study is a first approach to the concept.

Key words: variation, variational-type explanations, simulation, wolves - sheep predator phenomenon

■ Introducción

En los últimos años el Ministerio de Educación Nacional [MEN] a través de los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Matemática, han suscitado propuestas acerca del desarrollo de los diferentes tipos de pensamiento matemático mediante la conexión entre el conocimiento matemático informal de los estudiantes con los saberes propios de la matemática, atendiendo a su entorno social, cultural, entre otros. Desde esta perspectiva, se caracteriza del pensamiento variacional a través de situaciones problemáticas que constituyen el concepto de variación, como eje rector para el aprendizaje de las matemáticas.

Asimismo, diversas investigaciones (Castiblanco, Urquina, & Acosta, 2004; Posada et al., 2006; Serrano, García, & Salamanca, 2000) analizan el estudio del pensamiento variacional en la Educación Matemática, otras (Ávila, 2005; Cantoral, Molina, & Sánchez, 2005; Cantoral & Reséndiz, 2003; Carlson et al., 2002; Díaz, 2005; Nájera, 2009; Reséndiz, 2006) caracterizan las actuaciones de los estudiantes o profesores, entorno al desarrollo o discusión de ideas variacionales, como resultado de estas investigaciones se reflexiona acerca del papel de la variación en el aprendizaje del Cálculo, desde los primeros niveles de escolaridad hasta la Educación Superior. Estos autores nos permitieron reflexionar sobre el estudio del pensamiento variacional en el grado octavo.

Basado en estas reflexiones, se propone una secuencia de situaciones de variación y cambio centradas en el fenómeno de depredación lobos – ovejas (empleando el simulador NetLogo versión 4.1.3), con el fin identificar, describir y comprender el tipo de explicaciones variacionales usadas por cuatro estudiantes de grado octavo. Con el fin de categorizar estas explicaciones se emplearon como referente el Pensamiento Variacional y Sistemas algebraicos y Analíticos (MEN, 2006). De acuerdo con el problema planteado la pregunta de investigación fue: *¿Qué tipo de explicación variacionales usan los estudiantes de grado octavo cuando se enfrenta al fenómeno de variación, depredación lobos – ovejas?*

■ Marco teórico

Basados en las propuestas establecidas en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1997), los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) y el Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales, (Castiblanco et al, 2004) inferimos que se desarrolla el Pensamiento Variacional, cuando se da significado y sentido a la Variación mediante el estudio de situaciones de variación y cambio, referentes a contextos de dependencia entre variables, contextos donde una misma cantidad varía, relaciones funcionales, entre otros. En la Figura 1 se presenta la interpretación de estas propuestas:

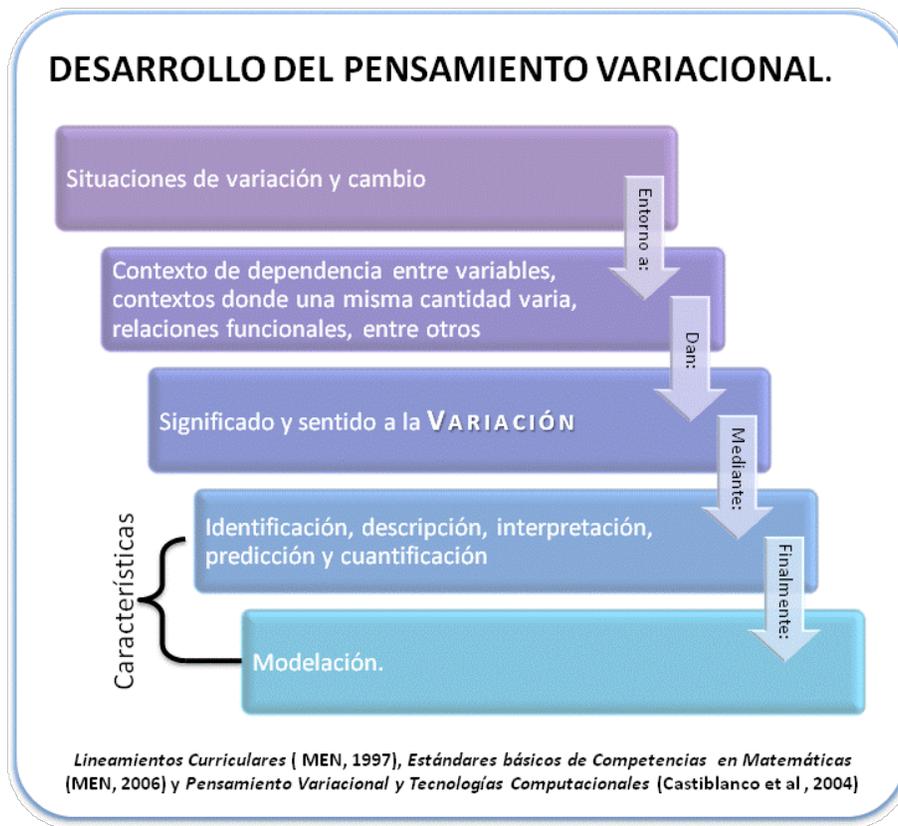


Figura 1. Propuesta acerca del desarrollo del Pensamiento Variacional

Para presentar el acercamiento al concepto de variación, inicialmente exponemos diferentes concepciones acerca de cambio, variación y covariación para compararlos y determinar sus semejanzas y diferencias. Luego, se describe la situación de variación y cambio de Depredador Lobos – Ovejas

Tabla 1. Concepciones de los constructos teóricos: cambio, variación y covariación

	Cambio	Variación	Covariación
Serrano et al, 2000	Una situación expresada en términos de la noción de cambio, permite anticipar que la pregunta problema, cuantifica el estado final, el resultado de la acción. Las expresiones asociadas: <i>Ganar, perder, regalar, grande...</i>	Una situación expresada en términos de la noción de variación, permite anticipar una pregunta en relación al aumento o disminución en un <i>tiempo</i> transcurrido. Las expresiones asociadas: <i>Aumentar, disminuir...</i>	

Cantoral et al, 2005	La noción de cambio denota la <i>modificación de estado, de apariencia, de comportamiento o de conducta de un cuerpo, de un sistema u objeto.</i>	<i>Estudiar la variación de un sistema o cuerpo significa ejercer nuestro entendimiento para conocer cómo y cuánto cambia el sistema o cuerpo dado, es decir analizar cualitativa y cuantitativamente el cambio de un sistema.</i>	
Posada et al, 2006		<i>La variación implica apreciar que dos o más cantidades de variable covarían, de tal forma que el cambio en una o algunas, determina cambio(s) en la(s) restante(s), es decir</i>	Se infiere que estos autores, interpretan la noción covariación como un sinónimo de variación porque se analizan los cambios de una variable durante el transcurso del tiempo.
Ávila, 2005		Toma como referente el concepto de variación propuesto por Cantoral	<i>Considera la covariación como “la relación entre las variaciones simultáneas de dos cantidades. (Ferrari citado en Ávila 2004)</i>

Dada la comparación de las diferentes propuestas acerca del significado de la variación, el cambio y la covariación, en el marco de las características propias de este estudio, se establece que:

- Existe una diferencia de grado entre cambio y variación, es decir en un evento se presenta, inicialmente, un movimiento que va de un estado a otro (la noción de cambio) posteriormente al analizar este movimiento en términos cualitativos y cuantitativos surge la noción de variación.
- Para esta investigación, la variación y la covariación son equivalentes debido a que en las situaciones de aprendizaje propuestas, a los estudiantes, se analiza la variación del tamaño de una población respecto al tiempo, lo que implica atender a la covariación

A continuación, explicamos la situación de cambio y variación, Depredación Lobos – Ovejas. Cuando la población de la presa incrementa su tamaño, los depredadores obtienen más alimentos y se aumenta su población; lo que reduce la población de la presa, hace escaso el alimento para el depredador, declina su población; esto favorece a la población de la presa que ahora crece lentamente otra vez y puede generar que el patrón de cambios en los tamaños de poblaciones se repita.

Para analizar el comportamiento de las poblaciones en esta situación de variación, se utiliza la simulación “Wolf Sheep Predation” presentada en la biblioteca de NetLogo 3.1.4., que modela la interacción entre depredador-presa (lobo y oveja) en un ecosistema.

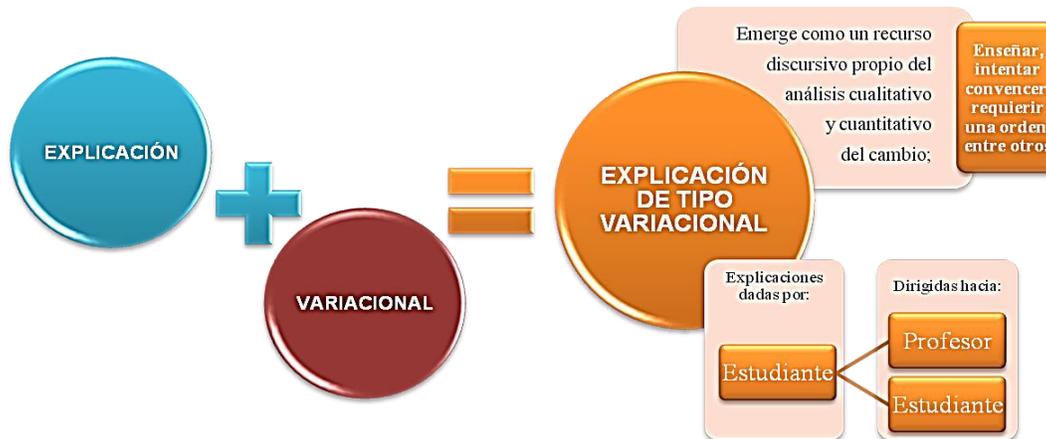


Figura 5. Explicaciones de tipo variacional

Teniendo como referente los niveles de razonamiento de Carlson et al (2003) se propone la clasificación de las Explicaciones de tipo variacional, excepto la categoría 1. El nombre de los niveles y sus correspondientes comportamientos, se toman de referencia para categorizar los cinco tipos de estas explicaciones.

- Nivel 1 (N1). Coordinación
- Nivel 2 (N2). Dirección
- Nivel 3 (N3). Coordinación Cuantitativa
- Nivel 4 (N4). Razón Promedio.
- Nivel 5 (N5). Razón Instantánea

En cada categoría se detallan los siguientes aspectos: función de la categoría, nociones o conceptos propios del pensamiento variacional, aspectos característicos del pensamiento variacional, los indicadores con sus respectivas *explicaciones de tipo variacional*, posiblemente usadas los estudiantes. En este último aspecto, se presenta un tabla para relacionar los indicadores con sus correspondientes explicaciones de tipo variacional, que hipotéticamente creemos utilizan los estudiantes. Para cada explicación (*E1, E2, E3...*) se proponen ejemplos que nos permitirán identificar y diferenciar cada categoría en el análisis.

■ Metodología

Esta investigación se ajusta a un *estudio de caso*, debido a que describe las actuaciones de un grupo de 4 estudiantes, de grado octavo del sector rural del municipio de Pacho (Cundinamarca, Colombia), particularmente las que manifiestan el uso de explicaciones de tipo variacional, con base a las categorías de análisis establecidas. Además, es de carácter participativo por que el profesor–investigador se integra al grupo e interactúa directamente.

Se utilizan técnicas y procedimientos para recolectar información, característicos de un estudio de caso, mediante los métodos de observación y grabaciones de audio y video. Además, se organiza la información en transcripciones, luego se editan para determinar los episodios representativos que se analizan.

Durante todas las implementaciones se realizaron grabaciones de audio y video, acerca de las discusiones que se sucedían en cada grupo respecto al cuestionario, (actividades escritas, centradas en el estudio de la variación) y al programa NetLogo, donde se simulaba el fenómeno de depredación-presa de lobos y ovejas, en un ecosistema.

Al terminar las sesiones de cada actividad, y por la observación del profesor-investigador, se elaboraban notas “resumen”, acerca de lo sucedido. Las notas y la visualización “rápida” del video, eran discutidas con el asesor para ajustar la siguiente actividad.

Finalmente, para verificar los posibles datos, se implementó una entrevista, la cual se registró en video (por problemas técnicos no se pudo grabar en audio); al finalizar, se desarrolló una nota “resumen” de la misma y se discutió con el asesor.

Organización, administración, edición y depuración de la información

Se elaboraron transcripciones de la información, registradas en audio y video, de las situaciones de introducción, situación 1, situación 2 y la entrevista, teniendo en cuenta la Tabla 2:

Tabla 2. Esquema para las transcripciones.

Numeral Intervención	¿Quién interviene?	¿Qué dicen? [¿Qué hacen?]	Observaciones del investigador
----------------------	--------------------	---------------------------	--------------------------------

Para organizar la información se desarrolló una matriz en relación a los momentos que la componían.

Momento 1: Identificar y describir el fenómeno.

Momento 2: Interpretar la información representa en el fenómeno para establecer predicciones y verificar sus consecuencias acerca del fenómeno.

Momento 3: Comparar, interpretar y cuantificar la información representada en el fenómeno, además analizar los cambios en el tamaño de las poblaciones en intervalos iguales de -tiempo para caracterizar la noción de “razón”

Estos momentos se relacionan con los aspectos que caracterizan el pensamiento variacional: identificación del fenómeno, descripción, interpretación, predicción de sus consecuencias y cuantificación (Castiblanco, Urquina y Acosta,2004). Cada momento se resalta de un color para organizar e identificar el tipo de explicación usada por los estudiantes en cada uno.

Posteriormente, se clasificaba cada pregunta que realizaba el profesor, según su propósito en algún momento y las actuaciones que se esperaba realizaran los estudiantes. Luego se comparaba con las actuaciones realizadas y se determinaban las explicaciones usadas en cada característica. Cada tipo de pregunta tiene como objetivo, indagar sobre las actuaciones de los estudiantes en su correspondiente momento.

En conclusión, los episodios de la entrevista para analizar las actuaciones de los estudiantes en cada momento.

A continuación, se presenta (Tabla 3) con la descripción del proceso de codificación de los datos, posteriormente se ilustra el proceso mediante un ejemplo.

Tabla 3. Proceso de Codificación

C #. I #. E#		
C número <i>C1, C2, C2, C3, C4 Y C5</i>	I número <i>I1, I2, I3 Y I4</i>	E número <i>E1, E2, E3, E4, E5, E6, ...</i>
<p>Inicialmente, se coloca la letra C acompañada de un número, los cuales representa los tipos de categorías entre las que se encuentran: identificación de las variables (C1), coordinación (C2), dirección (C3), coordinación cuantitativa (C4), razón promedio (C5) y razón instantánea (C6).</p>	<p>Enseguida se escribe la letra I acompañada de un número que representa el indicador al que está haciendo énfasis. Cada categoría se subdivide en Indicadores. La Categoría 1 se subdivide en dos indicadores que representa: el análisis de las variables (I1) y de las constantes (I2). Para las Categorías 2, 3, 4 y 5, se subdivide en la relación entre las variables: número de lobos – tiempo (I1), Número de ovejas – tiempo (I2), número de ovejas – número de lobos (I3), el tamaño de la población – otros aspectos (reproducción, alimentación, muerte, enfermedad, etc) (I4) Para la categoría 6 no se proponen indicadores, debido a que no se espera que los estudiantes utilicen este tipo de explicaciones variacionales.</p>	<p>Finalmente, se escribe la letra E con un número que representa el tipo de explicación usada por el estudiante. Para determinar cuándo una explicación es de tipo variacional, se proponen varios ejemplos de cada una. Cada ejemplo caracteriza una afirmación que manifieste el uso de la variación de los estudiantes, cuando justifican o describe el fenómeno.</p>

■ Análisis de resultados

El análisis se centra en el uso, de este tipo de explicaciones, por parte de los estudiantes de cada grupo, durante el desarrollo de los dos momentos en lo que se dividió la situación 2; para verificar la información de los momentos 1 y 2, y complementar los datos del momento 3, que se centra en las categorías 4 y 5, se tiene en cuenta la entrevista.

En resumen, la mayoría de los estudiantes:

- Identificaron las variables involucradas en el fenómeno, específicamente describieron la importancia de la variable, tiempo, durante la interacción de las especies (Categoría 1).
- Describieron e interpretaron el aumento o disminución del tamaño de una especie en relación a su reproducción y alimentación (Categoría 3), usualmente, las explicaciones que usaban pertenecían al tipo C3.I4.E2.
- No establecen predicciones, aunque proponen un comportamiento de las poblaciones a futuro pero, aparentemente, se basan en la interpretación de las simulaciones conocidas.
- Manifestaron explicaciones de tipo C4.I3.E2, cuando determinan la cantidad de cambio mediante la diferencia del estado final menos el estado inicial (Categoría 4). Sin embargo, en algún momento de la entrevista esta deducción fue inducida, inconscientemente, por la profesora.
- Tuvieron dificultad para dar explicaciones de la Categoría 5, debido a que al comparar las cantidades de cambio en una de las poblaciones a través de intervalos iguales de tiempo, establecían que el tamaño de una población cambia más, cuando la inclinación de los segmentos de recta que forma la “curva” tienden a ser

una gráfica “más parada” o cuando la gráfica presenta más oscilaciones, sin atender a la conceptualización de la “razón”. Cabe destacar, que se esperaba esta situación debido al nivel de escolaridad de los estudiantes, pero se indagó al respecto para reflexionar sobre el primer acercamiento, de los estudiantes, al concepto de razón de cambio, como base para futuras investigaciones.

Estos resultados respaldan el trabajo de Carlson et al (2002) que revelaron hallazgos similares en relación con los niveles de razonamiento, que para este estudio se asocian a cada categoría de análisis.

En el marco de los Estándares Básicos de Matemáticas (MEN, 2006, p.85), los estudiantes al comenzar el grado octavo deben describir y representar situaciones de variación, relacionando diferentes representaciones (Categoría 2) además, analizar las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables en contexto (Categoría 4); en este sentido, los resultados de este estudio revelaron aspectos característicos de esta propuesta.

■ Conclusiones

El estudio reveló que los estudiantes emplean explicaciones relacionadas a la idea básica de covariación, es decir en las primeras categorías, particularmente identifican y describen el fenómeno en términos de la categoría 1; En general se describen e interpretan el aumento o disminución del tamaño de una especie en relación con su reproducción y alimentación (Categoría 3); se les dificulta establecer predicciones acerca de las consecuencias del fenómeno.

Para futuras investigaciones, se propone ahondar en los siguientes aspectos: diseño e implementación de situaciones de aprendizaje que median en la conceptualización de la razón; reflexión acerca de la continuidad de las situaciones de aprendizaje durante las clases de matemáticas, debido a que el desarrollo del pensamiento variacional implica un arduo y continuo trabajo; el uso del recurso tecnológico NetLogo para caracterizar las diferentes representaciones; determinación del tipo de explicaciones variacionales acordes a la Categoría 6; caracterización de este estudio desde los aspectos sociales, culturales, históricos e institucionales.

En general, esta investigación aporta a la comunidad académica, la tipología de las explicaciones variacionales usadas por los estudiantes cuando se enfrentan a un evento dinámico.

En relación con los objetivos propuestos, se puede afirmar que se cumplió con el objetivo general de la investigación debido a que se describieron e interpretaron el tipo de explicaciones usadas por los estudiantes cuando emplean la variación para identificar, describir, interpretar, cuantificar y establecer predicciones acerca de un fenómeno depredación lobos – ovejas.

■ Referencias bibliográficas

- Cantoral, R. (2004). Desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional. Una mirada socioepistemológica. En L. Díaz (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. XVII*, págs. 1-9. Mexico: CLAME.
- Cantoral, R., & Reséndiz, E. (2003). El papel de la variación en las explicaciones de los profesores: un estudio en situación escolar. *RELIME, Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.*, VI(2), 133-154.
- Cantoral, R., Molina, J., & Sánchez, M. (s.f.). Socioepistemología de la Predicción. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. 18*, págs. 463-468. Mexico: Cinvestav IPN, Cicata IPN.

- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: a framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352-378.
- Castiblanco, A., Urquina, H., & Acosta, E. (2004). *Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales. Proyecto: Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia*. Bogotá D.C., Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Ávila, J. (2005). Representaciones estudiantiles de la variación. Un estudio con bitácoras reflexivas. *Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias en Matemática Educativa*. México: Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación en Ciencia. Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN.
- Araújo, J. d. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*.
- Blomhøj, M. (2004). *Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica*. Suecia: National Center for Mathematics Education.
- Bassanezi. (1994). Modelling as a Teaching - Learning Strategy. For the Learning of Mathematics.
- Berrío, M. d. (2011). *Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo del café*. Medellín.
- Biembengut, M., & Hein, N. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clase de matemáticas. *V Festival Internacional de Matemática*. Costa Rica.
- Borromeo Ferri, R. (2010). On the Influence of Mathematical Thinking Styles on Learners' Modeling Behavior. *Journal für Mathematik - Didaktik*.
- Bossio, J. L. (2014). Un proceso de modelación matemática desde una situación en el contexto del cultivo de plátano con estudiantes de grado décimo al generar modelos lineales. Medellín.
- Díaz, L. (2005). Profundización en los entendimientos estudiantiles de variación. *RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(002), 144-168.
- Gabardo, L. (2006). Modelación matemática y ontología. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (págs. 317-323). México.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2010). *Introducción a la Investigación de Operaciones* (9na ed.). México: McGraw-Hill.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Santafé de Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Moreno, L. (2009). Construcción de la noción de variable asociada a la variación mediante el uso de simulaciones para estudiantes de grado octavo. *Tesis de Licenciatura en Educación Matemática*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Nájera, V. (2009). Construcción de significados de variación y variable en ambientes dinámicos y entornos físicos. *Tesis para obtener el grado de Doctor en matemática educativa, informática educativa y ciencias de la cognición educativa*. México: Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
- Posada, F., Gallo, G., Gutierrez, J., Jaramillo, C., Monsalve, O., Múnera, J., . . . Vanegas, M. (2006). *Módulo 2. Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. Colombia: Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Ministerio de Educación Nacional.
- Rendon, P. (2009). Conceptualización de la razón de cambio en el marco de la Enseñanza para la Comprensión. *Tesis para obtener el título de Magister en Educación*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(3), 435-458.
- Sadovsky, P. (2005). Enseñar matemática hoy: Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Serrano, C., García, G., & Salamanca, J. (2000). El estudio de la variación en la Educación Básica. *XVII Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística* (págs. 1 - 24). Santafé de Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Torres, A. (2004). La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología. *Tesis para obtener el grado de: Maestro en Ciencias*. México: Instituto Politécnico Nacional.

- Universidad de las Ciencias Informáticas. (2014). *Modelo del profesional del Ingeniero en Ciencias Informáticas*. La Habana.
- Vasco, C. (2002). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. *Congreso Internacional Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas*. Bogotá: República de Colombia, Ministerio de Educación Nacional.