
ELEMENTOS DO CÁLCULO MENTAL PRESENTES EM TRABALHOS DO CIHEM

ELEMENTS OF MENTAL CALCULATION PRESENT IN WOKS OF CIHEM

Danilene Gullich Donin Berticelli¹

Universidade Federal do Paraná

Barbara Winiarski Diesel Novaes²

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

RESUMO

O presente artigo tem por objetivo analisar elementos do cálculo mental presentes em trabalhos do Congresso Íbero-americano de História da educação matemática (Cihem) nas suas cinco edições. Foram selecionados 10 trabalhos que abordaram a temática para elucidar aspectos do ensino e da formação de professores em relação à Aritmética. A maioria dos trabalhos focaliza a periodização da primeira metade do século XX e utiliza como fontes manuais, revistas pedagógicas e livros didáticos. As análises revelam orientações sobre estratégias de cálculo mental na resolução das operações aritméticas, como o método austríaco e o uso associado à resolução de problemas da vida cotidiana, como em situação de comércio.

Palavras-chave: CIHEM. História de educação matemática. Cálculo mental. Método austríaco. Resolução de problemas.

ABSTRACT

This article aims to analyze elements of mental calculus present in works of the Ibero-American Congress of History of Mathematics Education (Cihem) in its five editions. Ten works were selected that addressed the theme to elucidate aspects of teaching and teacher training in relation to Arithmetic. Most of the works focus on the periodization of the first half of the 20th century and use as sources manuals, pedagogical magazines and textbooks. The analyzes reveal guidelines on mental calculation strategies in solving arithmetic operations, such as the Austrian method and its uses associated with solving everyday life problems, such as in a commercial situation.

Keywords: CIHEM. History of mathematics education. Mental calculation. Austrian method. Problem solving.

¹ Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR). Docente na Universidade Federal do Paraná, setor Palotina, Palotina, Paraná, Brasil. Rua Pioneiro, 2153, Jardim Dallas. Palotina, Paraná, Brasil, CEP: 85950-000. E-mail: danilene@ufpr.br

² Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR). Docente na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Toledo, Toledo, Paraná, Brasil. Rua Cristo Rei, 19, Vila Becker, Toledo, Paraná, Brasil, CEP: 85902-490. E-mail: barbaraw@utfpr.edu.br.

1. INTRODUÇÃO

Estudos históricos sobre o cálculo mental têm tido maior relevância nos últimos tempos (Pinto, 2017; Berticelli, 2017; Kuhn & Bayer, 2017; Soares, 2019; Conceição, 2020). Excetuando-se a dissertação de Conceição (2020) que analisa cálculo mental para ensinar a partir dos trabalhos elaborados por Maria do Carmo Santos Domite no período de 1980 a 1995³, os demais trabalhos versam sobre concepções sobre o cálculo mental anterior à década de 1970 do século XX e utilizam como fonte privilegiada da pesquisa programas oficiais, livros didáticos e manuais pedagógicos.

As discussões sobre o cálculo mental iniciam-se durante a vaga pedagógica intuitiva e são objeto de estudo de Soares (2019) considerado um método importante tanto para o ensino como para a formação de professores da época para auxiliar nas questões práticas do dia a dia e o estímulo do desenvolvimento da inteligência.

Nas primeiras décadas do século XX “o cálculo mental ocupou um espaço importante no ensino da Aritmética, como indicam os programas analisados, contribuindo não apenas com a exercitação da rapidez, concentração e precisão” (Pinto, 2017, p. 219) mas também um saber valorizado na formação de professores primários assumindo características de escola ativa. Para Kuhn & Bayer (2017) ao analisar livros didáticos utilizados em escolas alemãs na primeira metade do século XX no Brasil concluem que estes “apresentaram estratégias para que os alunos se apropriassem de técnicas de cálculo mental e as utilizassem com precisão na futura administração do orçamento familiar e gerenciamento da propriedade rural” (p.1).

Já os estudos de Berticelli (2017) sobre o cálculo mental no período de 1950 a 1970 com ênfase no estado do Paraná revela que estava inserido no Ensino Primário atuando como uma “ferramenta pedagógica” no ensino e resolução de Problemas, buscando desenvolver habilidades básicas necessárias para a vida em comunidade: rapidez, exatidão, segurança, precisão, capacidade de estimar. Dentre as finalidades do cálculo mental cabia: preparar as crianças para resolverem problemas da vida prática; trabalhar com a prática da flexibilidade; inserir a Matemática num contexto de significação; dar sentido à sua realidade; mostrar a socialização da Matemática; envolver práticas de motivação no ensino do cálculo mental.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Brasil, publicada em 2018, a palavra “Cálculo Mental” aparece 25 vezes. Na primeira citação sobre o assunto temos que “No

³ Por estar fora da periodização tratada pelas autoras neste artigo, este trabalho não fez parte da análise.

tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e **cálculo mental**, além de algoritmos e uso de calculadoras” (Brasil, 2018, p. 268). A construção dos “fatos básicos” de adição e subtração iniciam-se no segundo ano do ensino fundamental e progressivamente envolve outras operações e estratégias além de resolver e elaborar problemas com diferentes significados e rumo a representações dos números racionais como a porcentagem e decimais. Desta forma, tanto no passado quanto no presente o cálculo mental assume um papel relevante na resolução de problemas “ao estimular o pensamento matemático” (Pinto, 2017, p. 220) e a formação intelectual do aluno “ao trabalhar simultaneamente a memória e a concentração, o aluno vai aprendendo estratégias de simplificação” (Pinto, 2017, p. 220) o que favorece o desenvolvimento do sentido do número.

Com o intuito de verificar se a temática de interesse dos autores desta comunicação tem sido mobilizada pelos pesquisadores da História da educação matemática num contexto ibero-americano é que voltamos nossos olhares para os anais do Congresso Iberoamericano de História da Educação Matemática (CIHEM) referente aos anos de 2011⁴, 2015, 2017 e 2019 na busca de trabalhos que relacionaram o cálculo mental de forma direta ou indireta com objetivo de conhecer o que já foi produzido a respeito deste tema e quais novos caminhos de pesquisa ainda temos por percorrer.

2. CÁLCULO MENTAL EM PRODUÇÕES DO CIHEM

Localizar e inventariar fontes históricas suscita uma operação técnica, a de “separar, de reunir, de transformar em ‘documentos’ certos objetos distribuídos de outra maneira” (Certeau, 1982, p.81).

Para esta seleção fizemos uma busca por meio da palavra "cálculo mental" onde consideramos todos os trabalhos em que a palavra apareceu. Encontramos um trabalho no ano de 2011, onze trabalhos em 2015, seis trabalhos em 2017 e quatro trabalhos em 2019, num total de 22⁵ trabalhos. Em nossa busca, percebemos que o cálculo mental não

⁴ O evento ocorre de dois em dois anos, mas acabamos descartando o evento que ocorreu no México em 2013 por não terem sido produzidos os anais do evento, somente o programa. Os anais do evento estão disponíveis em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135377>. Acessado em: 03 de setembro de 2021.

⁵ Após a leitura atenta dos 22 artigos, 12 deles foram descartados pois não apresentavam dados relevantes sobre o cálculo mental.

aparece nem no título e nem como palavra-chave em nenhum dos trabalhos, indicando que não foi o tema principal nas publicações das quais selecionamos. Nos trabalhos apresentados nos quadros abaixo, o cálculo mental aparece no decorrer do texto, relacionado com o ensino de aritmética. O quadro 1 destaca as informações preliminares sobre os artigos analisados.

Dos dez trabalhos analisados, um foi escrito por pesquisadores espanhóis e o outro por pesquisador da Costa Rica. A maioria dos trabalhos aborda a formação de professores na primeira metade dos séculos XX e para isso mobilizam como fonte de pesquisa manuais e revistas pedagógicas cotejadas com fontes oficiais, cadernos, jornais, relatórios, livros didáticos. Somente o trabalho de Faria (2015) tem a periodização no século XIX.

Quadro 1 – Trabalhos do I, III, IV e V CIHEM que abordam o Cálculo Mental

Título do trabalho/ Autor(es)/Ano/ Fontes mobilizadas	País / Periodização
A aritmética prática de Thomas Braun na formação de professores da primeira escola normal do Brasil / Kátia Sebastiana Carvalho dos Santos Faria / 2015 / Manuais pedagógicos, Relatórios e Jornais da Instrução Pública	Brasil / 1868 - 1889
A contribuição do jornal Mitteilungen para os professores das escolas teuto-brasileiras de Santa Catarina / Rosinéte Gaertner / 2015 / Revistas Pedagógicas	Brasil / Primeira década do século XX
Formação de professores no Estado do Paraná: saberes a ensinar e para ensinar / Aleksandra Camara, Iara da Silva França e Waléria Adriana Gonzalez Cecílio / 2017 / Regulamentos, relatórios, manuais pedagógicos e cadernos.	Brasil / Primeiras décadas do Século XX
Escolas Alemãs de Blumenau/SC - Brasil: vivências e o ensino de Matemática / Viviane Clotilde da Silva e Rosinéia Gaernter / 2011 / Livros didáticos	Brasil / Início do século XX até 1938
A matemática em periódicos da Igreja Evangélica Luterana do Brasil na primeira metade do século XX / Malcus Cassiano Kuhn e Arno Bayer / 2015 / Revistas Pedagógicas	Brasil / Primeira metade do século XX
La formación de maestros en la Escuela Normal para la enseñanza de la aritmética en las escuelas primarias de Costa Rica durante la primera mitad del siglo XX / Miguel Picado Alfaro / 2017 / Livros didáticos	Costa Rica / Primeira metade do século XX
Aritmética escolar e o ensino intuitivo: algumas considerações nos tempos da Primeira República no Brasil / Elenice de Souza Lodron Zuin / 2015 / Legislação escolar, tabuadas, manuais e revistas pedagógicas	Brasil / Início do século XX até 1961

El juego: un dispositivo didáctico en la formación matemática del magisterio en España antes de la guerra civil / Dolores Carrillo Gallego e Encarna Sánchez Jiménez / 2015 / Manuais pedagógicos	Espanha / Escola Nova, década de 1930
O que dizem os manuais pedagógicos sobre as operações em épocas de modernização do ensino / Heloisa Hernandez de Fontes Salvador / 2015 / Manuais pedagógicos	Brasil / Escola Nova
Propostas para a utilização de problemas nas revistas pedagógicas brasileiras na década de 1940 / Luciane de Fátima Bertini / 2015 / Revistas pedagógicas	Brasil / Década de 1940

Fonte: as autoras (2021)

Para apresentar os trabalhos e promover uma discussão sobre a forma como o cálculo mental é abordado, vamos trazer os trabalhos numa linha do tempo, privilegiando as vagas pedagógicas que marcaram a educação no contexto brasileiro e ibero-americano. Na próxima seção destacamos os principais aspectos relacionados ao cálculo mental.

3. O CÁLCULO MENTAL NO ENSINO E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Faria (2015) debruçou-se no estudo de práticas mobilizadoras de cultura aritmética que teriam sido realizadas na Escola Normal da Província do Rio de Janeiro, no período de 1868 a 1889, com propósito de formar professores para atuar nas "escolas de primeiras letras" que compunham a província trazendo uma visão de que o primeiro contato das crianças com a Aritmética deveria ser puramente mental, especialmente se considerarmos que a criança ainda não sabe escrever. Esse é um conceito que carrega nuances do método intuitivo, considerado núcleo principal da renovação pedagógica no final do século XIX. Este método promoveu uma ruptura entre o modelo de ensino formal e tradicional centrado no professor e na memorização de processos repetitivos (Souza, 2000).

No que tange a forma como é empregado, destaca a importância da concepção sobre o cálculo mental e sua relação com a memorização. Antes de ser memorizado é necessário que haja compreensão das operações, o que poderia ser resultante de um trabalho efetuado por meio de objetos materiais, manipuláveis. Mais uma vez percebemos traços do método intuitivo, que defendia o uso de objetos, em que o processo de ensino deveria partir do simples para o complexo, do que se sabe para o que se ignora, dos fatos para as causas, do que podia ser observado, visto, tocado, ouvido para a abstração (Valdemarin, 2000).

A respeito da memorização e sua relação com o cálculo mental, França, Silva e Guimarães

(2020) assinalam que, em tempos de vigência do método intuitivo, as tabuadas (de adição ou multiplicação) não poderiam ser memorizadas antes da compreensão e que seu ensino deveria ser realizado por meio de lições de coisas, apresentadas inicialmente de forma oral, de modo que a criança pudesse gravar e associar com coisas do seu meio. Além disso, havia uma preocupação em levar a criança a fazer suas próprias descobertas.

Situado na primeira metade do século XX, Alfaro (2017) trouxe contribuições a respeito da formação de professores na Escola Normal para o ensino de Aritmética nas Escolas Primárias de Costa Rica na primeira metade do século XX. O objetivo central foi caracterizar a formação em aritmética que receberam os professores da Escola Normal, para o ensino e educação na escola primária de Costa Rica durante sua vigência como centro de formação de profissionais da educação (1914-1940). Na busca de vestígios analisou alguns livros, como a obra do autor F. Félix Noriega (1897) e a de Fabio Rojas Díaz (1937). Na obra de Noriega (1897) encontramos considerações sobre o cálculo mental, mencionadas pelo autor do texto. Algumas das tarefas mostradas na obra contemplam a memorização como método de aprendizagem, com acentuadas observações quanto ao uso do cálculo mental na resolução de exercícios. Sobre a obra de Noriega (1897), Alfaro (2017) conclui sobre a importância de um ensino baseado nas necessidades das crianças “además de sugerir **la memorización de términos y definiciones, fomentaba el cálculo mental**, la argumentación, la discusión durante la lección, y el uso de diversos recursos y materiales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas” (Alfaro, 2017, p. 48, grifos nossos).

Zuin (2015) ao refletir sobre a utilização das Tabuadas na instrução primária e a proposta de mudanças das práticas pedagógicas em relação ao ensino da Aritmética na escola primária, quando o método intuitivo e as Cartas de Parker são prescritas na legislação observa que, nesta primeira metade do século XX. A legislação sugeria o uso das “lições de coisas” como método a ser aplicado no desenvolvimento dos saberes aritméticos. Neste cenário o cálculo mental deveria ser desenvolvido por meio de problemas usuais envolvendo a realidade dos alunos, abolindo os processos mecânicos de memorização e dando lugar para uma aprendizagem das operações básicas, apoiada em materiais concretos, com real significado e efetividade.

Nesta mesma linha de materiais, Gallego e Jiménez (2015) estudaram propostas para a formação matemática do Magistério, baseadas nos princípios da Escola Nova na Espanha, utilizando o jogo como dispositivo didático para praticar e reforçar automatismos e técnicas que se quer rotinizar. Entre outros, assinalam que os jogos requerem dos

jogadores cálculo mental e apresentam algumas propostas de jogos para desenvolver o cálculo mental encontradas nas obras de José María Eyaralar: “Llegar a 100.- Dos niños se desafían a ver quien llega antes a 100 por sumas alternativas y sucesivas, añadiendo cada niño a la suma alcanzada por el anterior un número menor que 11” (Eyaralar, 1933, p. 156) e o outro exemplo sugerido “JUEGO DE CLASE. - Adivinar dos cifras pensadas. Duplíquese una, añádase 5 al resultado, multiplíquese por 5 y añádase la otra cifra. Restando 25 del resultado se obtiene un número cuyas cifras son las buscadas. Demuéstrese” (Eyaralar, 1932, p. 82). Ambos os exemplos são citados por Gallego e Jiménez (2015, p. 1205) e segundo as autoras a obra de Eyaralar possui muitos jogos que podem ser classificados como de estratégias e conhecimentos, levando o aluno a buscar a solução proporcionando a prática de técnicas de cálculo.

O cálculo mental é abordado no texto de Camara, França e Cecílio (2017) onde as autoras realizaram uma reflexão e discussão sobre o processo de institucionalização da formação de professores primários no estado do Paraná, nas primeiras décadas da República, buscando identificar tipos de saberes (a ensinar e para ensinar) e como ocorreram transformações nos cursos de formação de professores. As fontes documentais que embasaram o estudo foram regulamentos, relatórios, manuais didáticos e cadernos. No caderno que pertenceu a Neuza Carmélia Bertoni, que aluna normalista do estado de São Paulo e posteriormente professora do primeiro ano do ensino primário, há registros e anotações referentes ao cálculo mental, sendo que, de acordo com as autoras, as "anotações confirmam a prática de questões orais" (p. 72).

O artigo de Silva e Gaertner (2011) teve por objetivo apresentar a análise de duas coleções de livros didáticos de Matemática publicados no Brasil e utilizados por Escolas Alemãs de Blumenau até 1938, associada a depoimentos de pessoas que estudaram nestas escolas, na busca de apresentar um panorama do ensino de Matemática deste período. Os livros didáticos analisados foram *Arithmetica Pratica em Quatro Partes* de O. Büchler, cujas edições datam de 1916, 1918 e 1924 e o *Livro de Contas* de W. Nast e L. Tochtrop com edições que datam de 1941, 1950 e 1958.

Silva e Gaertner (2011) caracterizam o cálculo mental a partir de obras analisadas. Um dos aspectos é em relação à apresentação dos números de 1 a 10 inicialmente, no ensino das quatro operações, para somente após vencida esta etapa apresentar os números até 20 e as respectivas operações. Percebemos aspectos relacionados à graduação do ensino, característica do movimento da Escola Nova, cuja proposta era embasada na sistematização psicológica dos conteúdos aritméticos, respeitando a graduação das

dificuldades.

Em seguida apresenta um exemplo de como ensinar a divisão, utilizando o que chama de “desmembramento”, uma estratégia que utilizamos atualmente e chamamos de “decomposição”. No exemplo explica: $48 \div 3 = 30 \div 3 + 18 \div 3 = 10 + 6 = 16$ (Silva e Gaertner, 2011, p. 503). Esta é considerada uma estratégia de cálculo mental, onde o aluno somente consegue realizar se estabelece conexões numéricas, a partir da flexibilidade com os números. Para isso, não deve ser estimulado a resolver operações aritméticas limitando-se ao algoritmo, mas deve olhar para o número como um todo. Compreender que $48 = 45 + 3$, que $45 : 3 = 15$ e $3 : 3 = 1$, o que resulta em 16 a operação $48 : 3$. Alunos estimulados a resolver operações aritméticas mentalmente, “interagem com os números de maneira flexível e conceitual” (Boaler, 2018, p. 33). Este aluno consegue facilmente realizar o processo de “desmembramento” ou “decomposição” pois possui compreensão matemática e capacidade de “dar sentido a números e quantidades” (Boaler, 2018, p. 33). Silva e Gaertner (2011) observaram que, nas escolas alemãs do Brasil, recomendava-se, primeiro o estímulo mental, na sequência oral e somente por último a expressão escrita. Ainda estudando escolas teuto-brasileiras, Gaertner (2015) faz referência ao cálculo mental ao trazer um exemplo encontrado nos artigos pesquisados. Recomendava-se que a criança calculasse mentalmente primeiro, para em seguida anotar a solução encontrada. A autora tece considerações que indicam que o cálculo mental estava presente entre as recomendações para o ensino de aritmética. Segundo ela, primeiramente era recomendado que as crianças calculassem mentalmente, para em seguida anotar a solução encontrada. Na adição apresentava-se o seguinte exemplo $\blacksquare\blacksquare\blacksquare + \blacksquare\blacksquare = \underline{\hspace{2cm}}$. Para este tipo de exemplo recomendava-se primeiro calcular mentalmente para em seguida escrever a resposta. Ao compreender o processo ele deveria associar as quantidades aos números escrevendo 3 pontos + 2 pontos o que resulta em 5 pontos. Depois que conhece os Algarismos, pode encontrar a solução mentalmente. Mais um exemplo: para fazer o cálculo $5 + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$, ele deve adicionar mentalmente 4 ao 5 e escreve então que $5 + 4 = 9$. A resposta deve ser encontrada mentalmente e depois ser escrita.

A adição apresentada por meio de figuras é uma forma de levar os estudantes a criar memórias dos fatos básicos, aqueles cuja resolução não depende de nenhuma estratégia. Assim como apresentado no material das escolas alemãs, entendemos que o cálculo mental se desenvolve a partir das "operações básicas, de modo que o indivíduo construa memórias, tome consciência das estratégias, evoluindo do simples para o complexo" (Berticelli, Zancan, 2021). As memórias são criadas a partir da compreensão dos fatos

básicos "aqueles em que os resultados não ultrapassam dezenas, ou seja, aqueles que não são favoráveis à utilização de estratégias e normalmente estão memorizados por aqueles que utilizam cálculo mental" (Berticelli, Zancan, 2021). Após compreender a operação representada pela figura, representaria a mesma utilizando números. Insiste que nos cálculos aritméticos, a solução deveria ser encontrada, primeiro mentalmente para somente depois ser escrita a resposta.

Dentre as contribuições sobre o cálculo mental apresentadas por Gaertner (2015) e que já eram utilizadas pelas escolas alemãs no início do século XX, destacamos o “método austríaco” utilizado para a resolução da operação. Consiste em completar o subtraendo até igualar o minuendo. Este método é considerado, atualmente, como uma estratégia de ensino da subtração, que consiste em “transformar” a subtração em uma adição para chegar na resposta. Por exemplo $37 - 18 = \underline{\quad}$. O raciocínio utilizado é o seguinte: 18 até 20 = 2 e 20 até 37 = 17, então a resposta é $2 + 17 = 19$. Existem várias outras estratégias para o ensino da subtração, mas essa é sem dúvida, uma muito útil, pois tem muita aplicação na vida prática das pessoas, como ela mesma justifica, é útil no comércio. Gaertner (2015) explica que na verdade o comerciante não subtrai, mas soma, isto é, ele soma o subtraendo tanto até este se igualar ao minuendo. Para a autora este procedimento é o mais apropriado para o comerciante porque ele sabe o resultado e, simultaneamente, já está pagando. Este método, segundo os alunos, é mais fácil e mais compreensível à criança.

Kuhn e Bayer (2015) ao analisar periódicos editados pela Igreja Evangélica Luterana do Brasil para as crianças durante a primeira metade do século XX apontam que estes periódicos buscavam trabalhar o conhecimento matemático de forma lúdica, por meio de charadas, brincadeiras, estimulando os alunos à descoberta de enigmas com intuito de desenvolver o raciocínio lógico. “As habilidades concretas e abstratas do aprendizado matemático eram valorizadas, em grande parte, através do cálculo mental em forma de brincadeiras lúdicas e prazerosas” (p. 337).

Em períodos de modernização do ensino ligado ao movimento da Escola Nova, Salvador (2015) analisou as orientações de cinco manuais pedagógicos citados por autores/professores de artigos encontrados em revistas pedagógicas que circularam no país na época em que esteve vigente esta vaga pedagógica. Em três deles (Backheuser (1946), Santos (19?), Fontoura (1961)) a autora traz exemplos de orientações sobre o cálculo mental.

Com relação à finalidade observa que Santos (19?) recomendava que a operação escrita

deveria ser entendida como um recurso necessário, quando não fosse possível realizar o cálculo mentalmente, ou quando houvesse necessidade de registrá-lo. Apontava dois aspectos necessários na realização das operações básicas: 1) Compreender por que realiza (raciocínio); 2) executar de maneira rápida e exata a operação (memorização). Especificamente em relação ao cálculo mental, Backheuser indicava que a operação realizada por meio do cálculo mental deveria seguir a ordem da esquerda para a direita, diferentemente do processo utilizado com lápis e papel.

De acordo com Salvador (2015), o movimento da Escola Nova trouxe novos métodos para o ensino, com uma proposta que privilegiava a experiência e o sujeito, mobilizando métodos do ouvir para o ver, do ver para o fazer, com base na psicologia experimental e pela aferição estatística. Nas obras que analisou, observa considerações sobre o cálculo mental, que são vistas como estratégias. No cálculo mental, Backheuser (1946) indica que a operação normalmente é realizada da esquerda para a direita, diferente do processo escrito.

Em estudos sobre cálculo mental, Berticelli e Zancan (2021) perceberam que a forma como a operação é apresentada para a criança, induz ou não à realização mental. Quando a operação é apresentada horizontalmente, por exemplo: $23 + 17 = \underline{\quad}$, a criança que é estimulada ao cálculo mental, rapidamente irá buscar uma estratégia de resolução, resolvendo-a da esquerda para a direita. Ao passo que, quando a operação é apresentada verticalmente, é inevitável que ela busque resolver utilizando algoritmo, começando da direita para a esquerda.

Salvador (2015) traz ainda contribuições encontradas na obra de Fontoura (1961) no que tange a resolução de operações de adição. Para somar $270 + 135 = \underline{\quad}$, o autor sugere fazer $270 + 100 = 370$. Em seguida fazer $370 + 30 = 400$ para, por fim fazer $400 + 5 = 405$. Este processo apresentado por Fontoura em 1961, trata-se de uma estratégia de cálculo mental, onde buscamos a decomposição do número para realizar a adição. Ou seja, $270 + 135 = 270 + 100 + 30 + 5 = 405$. Essa decomposição facilita pois o aluno, ao praticar o cálculo mental pode rapidamente perceber outros caminhos $270 + 135 = 270 + 30 = 300 + 100 = 400 + 5 = 405$. Neste caso, utilizou o recurso de completar 10 ou múltiplos de 10, como no caso usou o 30 para chegar ao resultado 300 e em seguida usou o 100 para completar o 400 e por fim somou ao 5. Para realizar este tipo de procedimento, é necessário conhecer estratégias de cálculo mental, para então estabelecer conexões entre os números. Esta estratégia é mobilizada atualmente no ensino de cálculo mental (Berticelli, Zancan, 2021).

Ainda na adição, Fontoura (1961) sugere uma apresentação da operação diferente da usual. Ao invés de apresentar $3+2=$ ___, sugere apresentar a seguinte forma $3+$ ___= 5 . Trabalhar as diferentes formas de apresentar a mesma operação é fundamental no processo de ensino com o cálculo mental, pois permite a flexibilização dos números e o estabelecimento de conexões, além de introduzir de forma oculta conceitos de álgebra.

Uma das características observadas por Salvador (2015) refere-se à memória de fatos básicos. Na resolução de $27+5 =$ ____, de acordo com a ideia de Backheuser (1946), basta lembrar que $7+5 = 12$, pois este conhecimento já está memorizado e em seguida adicionar o 20. Além disso, esta operação exige conhecimento da estratégia de “desmembrar” apresentada por Silva e Gaertner (2011) a partir da análise da obra de O. Büchler.

Backheuser e O. Büchler concordam em muitos aspectos em relação ao ensino do cálculo mental. Assim como Büchler, Backheuser também sugere a utilização do “método austríaco” na resolução da subtração, por motivo de praticidade de fazer trocos, além da própria definição de diferença, que é aquilo que cumpre adicionar ao subtraendo para igualar ao minuendo. Outro aspecto comum entre os autores, refere-se à multiplicação em que ambos os autores sugerem que o ensino siga a seguinte ordem: 2, 4, 10, 5, 3, 6, 12, 7, 8 9, 11, 15. Um fato curioso é que Backheuser sugeria o processo de multiplicação cruzada, cujo treino entedia-se com dos mais úteis. Por exemplo: $85 \times 97 =$ ____. Neste processo dever-se-ia multiplicar $5 \times 7 = 35$; $5 \times 9 = 45$; $7 \times 8 = 56$ e por fim $9 \times 8 = 72$. Assim o resultado seria dado pela soma: $35+450+560+7200=8245$. Esta forma de realizar a multiplicação deixa dúvidas a respeito de realizar utilizando o cálculo mental. Cabe ao aluno acrescentar os zeros nos números, o que recai sobre “macetes”. Para resolver por meio de cálculo mental poderiam ser realizados outros processos, desde que o aluno estivesse apto a realizar conexões numéricas, por exemplo: $85 \times 97 = 85 \times 100 - 85 \times 3 = 85 \times 100 - 80 \times 3 - 5 \times 3 =$ ou ainda, $85 \times 97 = 85 \times 90 + 85 \times 7 = 80 \times 90 + 5 \times 90 + 80 \times 7 + 5 \times 7$. Nesses casos os alunos deveriam compreender o processo de decomposição do número para facilitar o cálculo mental.

Salvador (2015), ao olhar para os manuais, destaca alguns aspectos do pensamento de Fontoura (1961) que considera o cálculo como instrumento e não um fim em si mesmo. Para ele a aritmética deve ser empregada sempre com uma finalidade, com alguma aplicação prática, buscando partir do simples para o complexo, do concreto para o abstrato, do conhecido para o desconhecido permitindo à criança estabelecer conexões no processo de aprendizagem. A autora conclui que os autores dos manuais pedagógicos analisados destacaram que o trabalho com cálculos deve estar associado às ideias das

operações e sua utilidade na resolução de problemas (Salvador, 2015, p. 1596). Nesse sentido enfatizam a importância de trabalhar os fatos fundamentais das operações considerando as dificuldades com as quais as combinações se apresentam, trabalhar o cálculo mental por meio de artifícios que permitam desenvolver este pensamento.

Bertini (2015) ao buscar compreender a utilização dos problemas nas aulas de matemática abordando de forma sistemática as orientações presentes nas revistas pedagógicas brasileiras da década de 1940, observa que para resolver problemas era necessário que os alunos tivessem bom raciocínio. Como metodologia sugeria-se que, dividir em duas partes o processo de resolução de problemas, sendo que à primeira parte cabia ao aluno familiarizar-se com os valores que ia trabalhar, praticar exercícios de cálculo mental concreto e abstrato para só então, num segundo momento aplicar em problemas as noções já assimiladas.

4. O QUE REVELA A PRODUÇÃO ANALISADA SOBRE O CÁLCULO MENTAL?

Ao retomar aos trabalhos publicados no Cihem nos anos de 2011, 2015, 2017 e 2019, percebemos que o cálculo mental não foi objeto de estudo direto em nenhum dos textos analisados. Porém, aparece, seja como recomendação em diretrizes oficiais, ou como uma ferramenta no ensino de operações, ou ainda uma recomendação na formação de professores para o ensino primário. As fontes mobilizadas nas pesquisas analisadas traziam recomendações acerca do cálculo mental como forma de resolução de operações aritméticas básicas.

Inseridos no período da vaga Intuitiva, traziam resquícios próprios do período, como a graduação dos conteúdos, a memorização como forma de fixação, o uso de objetos manipuláveis, o ensino partindo do concreto para o abstrato, ou seja do conhecido para o desconhecido. Tudo indica que estas fontes, manuais pedagógicos ou livros didáticos traziam recomendações para os professores de como ensinar operações básicas por meio do cálculo mental, já que não havia uma formação específica para os professores neste sentido. Muito mais do que macetes, as recomendações seguiam a ideia de trabalhar com conexões numéricas, estabelecendo utilidade e aplicação do cálculo mental em situações úteis da vida.

Estabelecer conexões numéricas é, no nosso entendimento, considerar o cálculo como um instrumento e não como um fim. Entendemos ter maior importância o aluno saber o caminho que irá tomar para resolver uma operação do que a resposta em si. Ou seja, faz-

se necessário levar o aluno a descobrir as diferentes estratégias de resolução de uma mesma operação aritmética, para que escolha para si, aquele caminho que lhe faz maior sentido. A descoberta, também chamada por Albuquerque (1951) de "redescoberta" considera que se o aluno é capaz de descobrir uma regra e enunciá-la, estará aprendida para sempre (Felisberto, Camara, Berticelli, 2021). No cálculo mental a descoberta é completamente individual, cada pessoa realiza a operação do "seu jeito", e quando ele é ensinado, acaba perdendo sua essência. Nesse sentido, entendemos ser fundamental que o aluno descubra o caminho, ou seja, a estratégia, para que esta passe a fazer sentido na resolução da operação.

Os textos nos levam a inferir que o cálculo mental era recomendado com a finalidade de preparar o homem para os negócios, para a vida, destacando-se no manejo das quatro operações. Ao mesmo tempo nos abre novas possibilidades de pesquisa para períodos situados no final do século XX, buscando compreender as permanências e mudanças em relação ao ensino do cálculo mental.

5. REFERÊNCIAS

Alfaro, M. P. (2017). La formación de maestros en la Escuela Normal para la enseñanza de la aritmética en las escuelas primarias de Costa Rica durante la primera mitad del siglo XX. *Anais do IV Cihem*. Múrcia.

Berticelli, D. G. D. (2017). O Cálculo mental no ensino primário (1950-1970): um olhar particular para o Paraná. 157f. (Tese em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba.

Berticelli, D. G. D.; Zancan, S. (2021). CalMe Pro - Cálculo mental para professores. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*. São Paulo, v. 12, n. 4, p. 1-21. Recuperado de: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2982/1620>.

Bertini, L. M. (2015). Propostas para a utilização de problemas nas revistas pedagógicas brasileiras na década de 1940. *Anais do III Cihem*. Belém.

Brasil. (2018) Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília.

Camara, A.; França, I. S.; Cecílio, W. A. G. (2017). Formação de professores no Estado do Paraná: saberes a ensinar e para ensinar. *Anais do IV Cihem*. Múrcia.

Certeau, M. (1982). A escrita da história. 1 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 345p.

Conceição, A. R. C. (2020) O Cálculo mental para ensinar: uma análise dos trabalhos elaborados por Maria do Carmo Santos Domite, 1980-1995. Dissertação. Universidade

Federal de São Paulo.

Faria, K. S. C. (2015). A aritmética prática de Thomas Braun na formação de professores da primeira Escola Normal do Brasil. *Anais do III Cihem*. Belém.

Felisberto, L. G. S.; Camara, A. Berticelli, D. G. D. (2021) O ensino de frações em tempos de escola nova: saberes profissionais vulgarizados nos manuais didáticos. *Revista de História da Educação Matemática*. SBHMat, v. 7, p. 1-22. Recuperado de: <http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/386/298>.

Gaertner, R. (2015). A contribuição do jornal Mitteilungen para os professores das escolas teuto-brasileiras de Santa Catarina. *Anais do III Cihem*. Belém.

Gallego, D. C.; Jiménez, E. S. (2015). El juego: un dispositivo didáctico en la formación matemática del magisterio en España antes de la guerra civil. *Anais do III Cihem*. Belém.

Kuhn, M. C.; Bayer, A. (2015). A matemática em periódicos da igreja evangélica luterana do Brasil na primeira metade do século XX. *Anais do III Cihem*. Belém.

Kuhn, M. C., & Bayer, A. (2017). Os exercícios de cálculo oral nas aritméticas editadas para as escolas paroquiais luteranas do século XX no Rio Grande do Sul. *Revista De História Da Educação Matemática*, 3(2). Recuperado de <http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/168>

Pinto, N. B. (2017). Saberes para ensinar cálculo mental na escola primária em programas de ensino e manuais pedagógicos. In: Pinto, N. B.; Novaes, B. W. D. (Org.) *Circulação e apropriação de saberes elementares matemáticos no ensino primário do estado do Paraná (1903-1971)*. São Paulo. Editora Livraria da Física.

Salvador, H. H. F. (2015). O que dizem os manuais pedagógicos sobre as operações em épocas de modernização do ensino. *Anais do III Cihem*. Belém.

Silva, V. C.; Gaertner, R. (2011). Escolas Alemãs de Blumenau/SC - Brasil: vivências e o ensino de Matemática. *Anais do I Cihem*, Covilhã (Portugal).

Soares, F. S. (2019). Cálculo Mental e Ensino de Aritmética em Escolas da Cidade do Rio de Janeiro no Final do Século XIX. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 33, n. 63, p. 177-204.

Souza, R. F. (2020). Inovação educacional no século XIX: a construção do currículo da escola primária no Brasil. *Cadernos Cedes*, Campinas, v. 51, p. 33-44.

Valdemarin, V. T. (2000). Lições de coisas: Concepção científica e projeto modernizador para a sociedade. *Cadernos Cedes*, Campinas, ano 20, n. 52, p. 74-87.

Zuin, E. S. L. (2015). Aritmética escolar e o ensino intuitivo: algumas considerações nos tempos da Primeira República no Brasil. *Anais do III Cihem*. Belém.