

CONCEPCIONES ESTADÍSTICAS: UN ESTUDIO DE CASO CON ESTUDIANTES DE SECUNDARIA

STATISTICAL CONCEPTIONS: A CASE STUDY WITH HIGH SCHOOL STUDENTS

Cassio Cristiano Giordano
Pontificia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). (Brasil)
ccgiordano@gmail.com

Resumen

Realizamos una investigación cualitativa, en la que buscamos identificar el conocimiento y las concepciones de 86 estudiantes en el último año de secundaria en una escuela pública brasileña sobre estadística descriptiva, movilizados en un intento de resolver problemas, después del desarrollo de proyectos de investigación estadística. Adoptamos, en nuestro marco teórico, el Análisis Exploratorio de Datos (AED) y la Teoría de las Concepciones. En nuestros procedimientos metodológicos, utilizamos los constructos de Análisis Estadístico Implicativo (ASI), los gráficos implicativos, cohesivos y de similitud, elaborados utilizando el software CHIC (Clasificación jerárquica implicativa y cohesiva), para evaluar el nivel de conocimiento de estudiantes, mientras empleamos el modelo $ck\phi$ en el análisis de sus concepciones. Al final de nuestras investigaciones, pudimos identificar algunas concepciones movilizadas, así como un cambio en las concepciones, observadas antes y después del ABP, que en el modelo $ck\phi$ se entiende como un indicador de aprendizaje.

Palabras clave: educación estadística, concepciones, proyectos

Abstract

We carried out a qualitative investigation, in which we sought to identify the knowledge and conceptions on descriptive statistics of eighty-six students in the last year of a Brazilian public high school, mobilized in an attempt to solve problems, after the development of statistics research projects. We adopted, in our theoretical framework, the Exploratory Analysis of Data (EAD) and the Theory of Conceptions. In our methodological procedures, we use the Implicative Statistical Analysis (ISA) constructs, the implicit, cohesive and similarity graphics, elaborated by using the CHIC software (Implicative and Cohesive Hierarchical Classification), to evaluate the level of students' knowledge, and the $ck\phi$ model in the analysis of their conceptions. At the end of our investigations, we could identify some mobilized conceptions, as well as a change in the conceptions, observed before and after the PBL, which, in the $ck\phi$ model, is understood as a learning indicator.

Keywords: statistical education, conceptions, projects

■ Problemática

Comprender la Estadística es esencial para la educación escolar, para la vida profesional, así como para el ejercicio pleno de la ciudadanía, en el siglo XXI, cuando el ciudadano común recibe, todos los días, un gran volumen de datos de carácter estadístico, habiendo visto el caso de la reciente pandemia de COVID-19. En este sentido, en base en nuestra revisión de la literatura, consideramos que el aprendizaje basado en proyectos (ABP) es un elemento con un amplio potencial para el desarrollo de la alfabetización estadística, en la perspectiva de Gal (2019), por colocar al estudiante en un papel de protagonista en la participación activa en la investigación estadística. Este entendimiento está en línea con la Base de Currículo Nacional Común - BNCC (Brasil, 2018).

La BNCC es un documento que regula cuáles son los aprendizajes esenciales que se trabajarán en las escuelas públicas y privadas brasileñas de educación infantil, educación primaria y educación secundaria, para garantizar el derecho al aprendizaje y el pleno desarrollo de todos los estudiantes. Por esta razón, es un documento importante para la promoción de la igualdad en el sistema educativo, que contribuye a la formación integral y a la construcción de una sociedad más justa, democrática e inclusiva. Con el objetivo de guiar los planes de estudio de los estados y municipios de Brasil desde estas perspectivas, el BNCC implementa lo dispuesto en el artículo nueve de la Ley de Directrices y Bases de la educación brasileña - LDB (Brasil, 1996). Según la LDB, compete al gobierno federal establecer, en colaboración con los estados (provincias), el distrito federal y los municipios, las competencias y directrices para la educación de la primera infancia, la educación primaria y la escuela secundaria, que guiarán los planes de estudio y sus contenidos mínimos para garantizar una formación básica común.

La propuesta curricular vigente en la escuela donde realizamos la investigación, en el momento de la recopilación de datos, preveía la enseñanza de Estadística Descriptiva (la enseñanza de la Estadística Inferencial no estaba prevista en el plan de estudios) solo en el segundo semestre del tercer y último año de la escuela secundaria (de 16 a 19 años). Tenemos en cuenta este hecho, al evaluar el nivel de conocimiento previo de los estudiantes, a través del Análisis Estadístico Implicativo (ASI), antes del inicio del enfoque de Estadística a través de proyectos.

Después de completar los proyectos de estos estudiantes, buscamos identificar las concepciones movilizadas sobre los contenidos curriculares involucrados: variabilidad, medidas de tendencia central, medidas de dispersión y registros de representación (gráficos estadísticos y tablas de distribución de frecuencias - TDF). La pregunta que guió nuestra investigación fue: "¿Qué concepciones movilizan los estudiantes de secundaria cuando intentan resolver problemas relacionados con las estadísticas descriptivas, después del desarrollo de proyectos en esta área?"

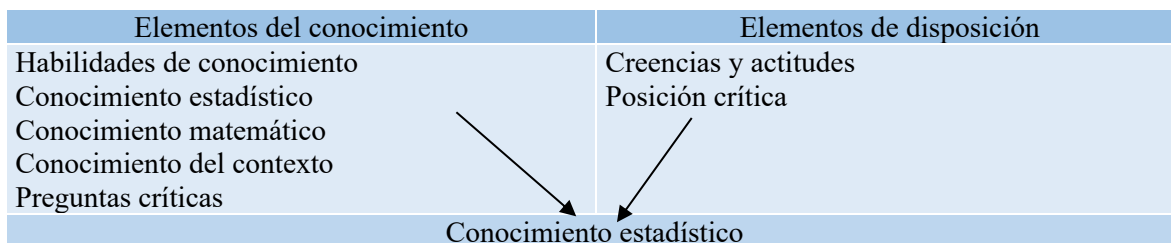
■ Marco teórico

La Análisis Exploratorio de Datos (AED) valora la postura investigativa crítica del estudiante y presupone una propuesta didáctico-pedagógica centrada en la investigación del profesor. Batanero, Estepa y Godino (1991) destacan la posibilidad de generar situaciones de aprendizaje sobre temas de interés para los estudiantes, basándose en representaciones gráficas que favorecen la percepción de variabilidad, a partir de representaciones gráficas que favorecen la percepción de variabilidad, la evaluación de medidas de orden que minimizan cualquier caso inusual, el uso de diferentes escalas y la falta de una teoría matemática completa, con herramientas innecesarias para la etapa de aprendizaje en el campo. Estamos interesados en el desarrollo de proyectos estadísticos por parte de los estudiantes, desde la perspectiva de la AED. Para Batanero y Díaz (2004), los proyectos estadísticos motivan a los estudiantes, diferenciándolos de la simple resolución de largas listas de ejercicios, repetitivos y descontextualizados. Para estos autores, las estadísticas son la ciencia de los datos, y están en los únicos números, números de campana en contexto. Según ellos, en el trabajo del proyecto el énfasis está en áreas realistas.

Batanero y Díaz (2011) enfatizan que el desarrollo de proyectos contribuye a la adquisición de las siguientes habilidades, fundamentales para el estudiante de secundaria: competencia lingüística comunicativa, competencia matemática, competencia para el reconocimiento e interacción con el mundo físico, competencia para el tratamiento

de información, competencia digital, competencia social para ejercer la ciudadanía, competencia para "aprender a aprender", competencia para cuestionar críticamente y competencia para lograr autonomía e iniciativa personal. Dichas habilidades son necesarias para el desarrollo de los componentes cognitivos y actitudinales de la alfabetización estadística. Con base en nuestras investigaciones y revisión de literatura, asumimos que trabajar con proyectos puede contribuir a la mejora de estas habilidades, resaltado por Gal (2019):

Figura 1. Un modelo de alfabetización estadística

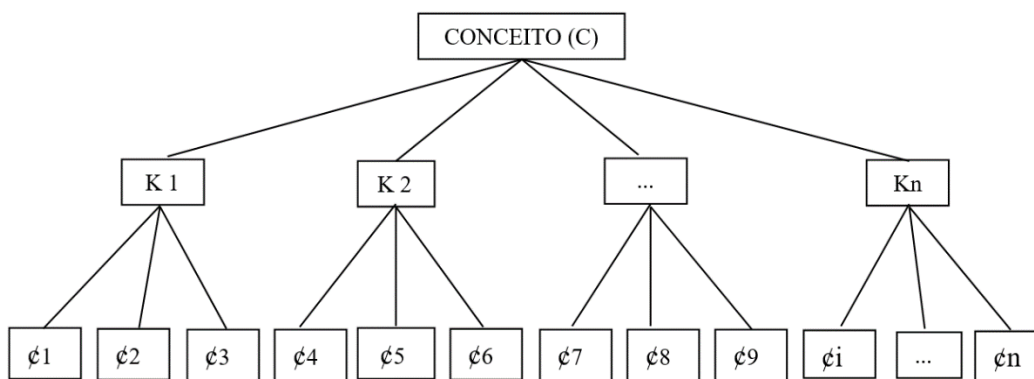


Extraído de Gal, (2019)

Además, buscamos identificar concepciones y cambios en las concepciones estadísticas de los estudiantes al resolver problemas estadísticos comunes en el desarrollo de proyectos.

Según Balacheff y Gaudin (2002), el conocimiento no puede reducirse totalmente a comportamientos, pero tampoco puede enseñarse en su ausencia. Cada acción moviliza conocimientos, que requieren movilización de concepciones, relacionadas con los problemas. Balacheff (2001) afirma que una concepción no puede ni debe separarse del contexto del que surge el problema, que lo resalta y le da sentido. Las concepciones permiten interpretaciones, predicciones y construcción de modelos y, sobre todo, describen una parte de la estructura cognitiva del alumno. En nuestra investigación, adoptaremos las definiciones de conocimiento, concepción y concepto de la teoría $ck\phi$, basadas en el modelo propuesto por Balacheff (2002). Para él, una concepción es una estructura mental, característica de un sujeto determinado, construido un observador de su comportamiento (en nuestro caso, el investigador). El aprendizaje, a su vez, consiste en pasar de una vieja concepción a una nueva, más compleja e integral. Un concepto se compone de un conjunto de conocimientos, y el conocimiento, a su vez, se compone de un conjunto de conceptos, como se muestra a continuación:

Figura 2. Esquema de las relaciones entre concepciones, conocimientos y conceptos



Extraído de Balacheff (2001)

Una concepción, en el modelo $ck\phi$, es un estado de equilibrio de un sistema, sujeto-ambiente, considerando sus limitaciones e imposiciones, es decir, cualquier cosa que influya o interfiera en su funcionamiento. La concepción pertenece al sujeto y, por lo tanto, puede o no ser correcta desde el punto de vista del conocimiento de referencia.

Una concepción implica un cuádruple, simbolizado por las letras P, R, L, Σ , donde P es un conjunto de problemas en los cuales ϕ está operando; R es un conjunto de operadores (herramientas cognitivas, como teoremas en acción o conceptos en acción); L es un sistema de representaciones, que permite la expresión de los elementos de P y R ; Σ es una estructura de control que garantiza que el diseño no contradiga ϕ . En este cuádruple, un sujeto que enfrenta un problema a resolver puede manifestar varias concepciones sobre el mismo objeto matemático y movilizar uno u otro, de acuerdo con la naturaleza del problema.

■ Metodología

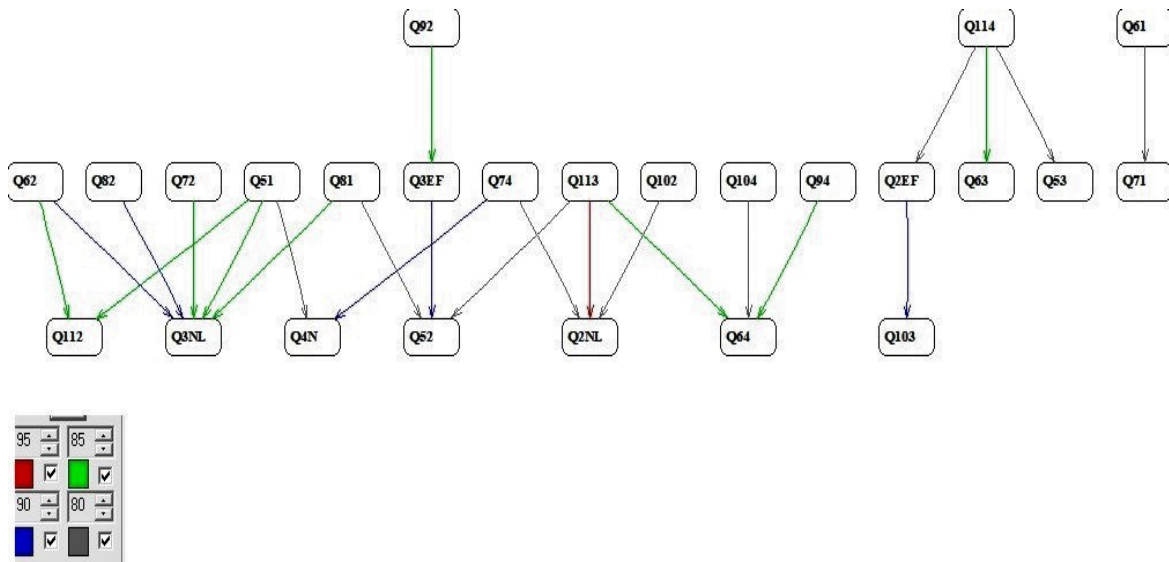
Investigamos los conceptos movilizados por los estudiantes para resolver problemas estadísticos, cuando se aborda el tema a través de proyectos, antes y después de su realización, desde la planificación y la recopilación de datos hasta el análisis final y la difusión de los resultados de la investigación. Optamos por el enfoque metodológico de la investigación cualitativa, en la perspectiva de Creswell (2010). Para evaluar el nivel de conocimiento de los estudiantes, antes del desarrollo del proyecto, aplicamos un cuestionario compuesto por preguntas objetivas sobre estadística básica, analizando las respuestas a través del ASI. Los sujetos de investigación fueron 86 estudiantes del último año de secundaria en una escuela pública brasileña, con edades comprendidas entre los dieciséis y los diecinueve años. Respondieron a un cuestionario que constaba de 29 preguntas estadísticas, analizadas con la ayuda del software CHIC (Clasificación jerárquica implicativa y cohesiva). Este software permite extraer información de un conjunto de datos, sujetos y atributos cruzados, reglas de asociación entre variables, indicando el índice de calidad de la asociación y representando una estructuración de estas variables según Couturier y Gras (2005) y Gras et al. (2013). En la segunda etapa de la investigación, cuatro grupos de estudiantes (dos tríos y dos dobles) resolvieron tres problemas relacionados con conceptos básicos de Estadística descriptiva durante un período de una a tres sesiones, con una duración de hasta 100 minutos cada una, en tres días diferentes de una misma semana. Esta actividad se grabó a través de la producción escrita y grabaciones de audio de las interacciones entre los estudiantes del grupo, y luego se analizó a la luz de la Teoría de las Concepciones.

■ Resultados

Así identificó variables y proporcionó explicaciones para evaluar el nivel de conocimiento de los estudiantes, con la ayuda del software CHIC. Realizamos el análisis que relaciona estas variables, interpretando los gráficos implicativos, cohesivos y de similitud, sin embargo, por razones de limitaciones de espacio, en este artículo, no es posible presentarlos. Los resultados obtenidos por nosotros indicaron que el conocimiento previo presentado por los estudiantes necesitaba ser trabajado con más profundidad durante todo el proyecto a desarrollar, en el enfoque de los contenidos estadísticos y probabilísticos durante los siguientes dos meses. ASI demostró ser una buena herramienta para evaluar las respuestas de los estudiantes. Con la ayuda del software CHIC, realizamos el análisis de los gráficos implicativos, cohesivos y de similitud. Sin embargo, por razones de limitación de espacio, en este artículo presentaremos solo el gráfico implicativo, relacionado con la primera fase de la investigación: encuesta de los conocimientos previos de los estudiantes sobre estadística. En la segunda fase, presentaremos algunas concepciones movilizadas por los estudiantes al resolver problemas estadísticos. Construimos nuestro análisis sobre la base de relaciones emergentes a partir del análisis implícito a través de la teoría clásica y la distribución binomial. Un análisis implicativo asocia las variables A y B de acuerdo con una meta-regla en "si ocurre, entonces probablemente ocurra". Con hongos de colores, indicamos el nivel de confianza en segundo lugar, ya que podemos leer asociaciones. No representamos gráficos, ya que los hongos corzinja indican valores menores o iguales a 0.80. En verde, tenemos valores entre 0.81 y 0.85; en azul, una variación entre 0.86 y 0.90 y, finalmente, en rojo, de 0.91 a 0.95. Esta escala se representa, a continuación, en la figura 3. Los resultados del análisis implicativo, junto con

los resultados del análisis de similitud y el análisis cohesivo, ya presentados, nos permitieron elaborar un escenario para el conocimiento estadístico de los estudiantes que, siguiendo la fase experimental de nuestra investigación, construyeron su conocimiento y desarrollaron su alfabetización estadística basada en la resolución de problemas, después del desarrollo a través de proyectos.

Figura 3. Gráfico Implicativo.



Fuente: El autor.

Identificamos algunas concepciones movilizadas por ellos en la solución de problemas estadísticos. Aquí no es posible presentar los conceptos identificados, debidamente representados por medio de sus cuatro elementos constitutivos por razones de espacio, pero podemos enfatizar, en términos generales, que si bien el trabajo estadístico cooperativo se lleva a cabo en grupos pequeños, la confrontación de ideas, de enfoques, las hipótesis, favorecen el cambio de concepción esperado y el refinamiento del pensamiento estadístico, según lo predicho por Garfield (1993). En nuestro caso, en paralelo con la acción de las estructuras de control individuales, la discusión colectiva permitió verificar hipótesis, revisar respuestas y aproximar los resultados esperados. Subtítulos para esta figura: P113 - No recuerdo si estudiaste Estadística en la escuela primaria. Q2NL - Marcó la alternativa y la pregunta 29 (alternativa incorrecta). P74 - Totalmente de acuerdo en que las estadísticas son importantes para tomar decisiones en su vida diaria. Q102 - No se basa parcialmente en la investigación estadística. Q3NL - No recuerdas si estudiaste estadísticas en la escuela secundaria. Comenzamos nuestro análisis por el camino que tiene una flecha roja, es decir, la que tiene el mayor nivel de confianza: Q113 → Q2NL, lo que significa que estamos de acuerdo con la afirmación "ya sabes cómo se lleva a cabo la investigación estadística", por lo que probablemente no recuerdes si " estudió estadística en educación primaria". La variable típica de este comportamiento es el hombre, con un riesgo de 0.195.

Dada la presencia masiva de estadísticas en los medios, especialmente considerando el período electoral en el que se realizó la encuesta, podemos inferir que este grupo entendió la información dada en estas encuestas solo de una manera intuitiva. Aquí hay una primera indicación de la necesidad de comenzar a abordar el contenido estadístico sin asumir un conocimiento estable. Siguiendo los caminos que también terminan en Q2NL, pasamos a Q74 → Q2NL (creen que las estadísticas se usan para la toma de decisiones cotidianas) y Q102 → Q2NL (no están de acuerdo en que confíen en la investigación estadística). En ambos, observamos las mismas variables típicas: género femenino con riesgo de 0.246. Este grupo, a pesar de comenzar desde diferentes premisas, no recuerda si estudiaron

Estadística en Educación Primaria (Q2NL). Tales caminos nos han llevado a reforzar la inferencia hecha en el párrafo anterior, sobre las necesidades para el comienzo del enfoque de Estadística con los estudiantes involucrados. Hacemos hincapié en que entre los 86 encuestados, 56 de ellos indicaron la opción que indicaba que no recordaban haber aprendido Estadística en la escuela primaria. Otra variable que también está relacionada con varios caminos implicativos es Q3NL, lo que significa que no recordabas si estudiaste Estadística en la escuela secundaria. Recordamos que los encuestados están en el tercer año de la escuela secundaria y aún no han cumplido los contenidos de Estadística en el plan de estudios del Estado de São Paulo. 41 de los 86 encuestados indicaron esta opción. De acuerdo con este plan de estudios, los estudiantes estudian probabilidad durante el segundo año de la escuela secundaria, lo que nos lleva a inferir que no asocian probabilidad con estadística. Vale la pena recordar que tanto en el Cuaderno del estudiante (São Paulo, 2014) como en los libros de texto (Giordano, 2016) la Estadística descriptiva se presenta de forma aislada. La siguiente tabla muestra las rutas encontradas.

Figura 4. *Caminos implicativos determinados en el análisis de las variables en juego.*

Caminho	Significado del camino del punto de partida
Q62 → Q3NL	No está de acuerdo con que las estadísticas sean importantes para entender las noticias en la radio, la televisión, Internet, los periódicos.
Q82 → Q3NL	No creía que usaría Estadísticas en los cursos superiores que pretendía tomar.
Q72 → Q3NL	No está de acuerdo con que las estadísticas sean importantes para tomar decisiones en su vida diaria.
Q51 → Q3NL	Clasificó su nivel de conocimiento en Estadística (1 - falta de conocimiento)
Q81 → Q3NL	No creía totalmente que usaría Estadísticas en los cursos superiores que desea tomar.

Fuente: El autor.

Los caminos marcados permitieron inferir la poca importancia que los estudiantes parecen atribuir a los conceptos estadísticos en sus vidas, hasta ahora: no creen en su utilidad, ni en su vida diaria ni en su futuro profesional, y afirman tener poco conocimiento estadístico sobre estos conceptos, lo que implica, probablemente, el recuerdo de haber asistido a la asignatura en la escuela secundaria. Dichas inferencias se entienden a un nivel de confianza entre 0,85 y 0,90. No diremos nada acerca de las variables típicas, ya que el riesgo indicado en estas rutas es de alrededor de 0,49, independientemente de la variable indicada. Todo esto nos lleva a inferir la necesidad de un enfoque cuidadoso del contenido estadístico, lo que indica la importancia del desarrollo completo de la alfabetización estadística de los estudiantes, que ciertamente guía las acciones de la fase experimental con la resolución de problemas después del desarrollo de los proyectos, por ellos. Los límites de espacio de este artículo no nos permiten presentar otros gráficos del CHIC, así como tampoco nos permite presentar todas las concepciones movilizadas por los estudiantes. Sin preocuparse por el criterio de corrección, veamos al menos un ejemplo:
25 - (ENEM/2012) La siguiente tabla muestra la evolución de los ingresos brutos anuales en los últimos tres años de cinco microempresas (ME) que están a la venta.

Figura 5. *Ingresos brutos anuales en los últimos tres años de cinco microempresas.*

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Fuente: datos ficticios

Un inversor quiere comprar dos de las empresas que figuran en la tabla. Para hacer esto, calcula el ingreso bruto anual promedio de los últimos tres años (de 2009 a 2011) y elige las dos compañías con el promedio anual más alto. Las empresas que este inversionista elige comprar son:

- a) Balas W y Pizzeria Y. b) Chocolates X y Tecelagem Z. c) Pizzeria Y y Alfinetes V.
d) Pizzeria Y y Chocolates X. e) Tecelagem Z y Alfinetes V.

Pallauta, Gea y Venegas (2019) señalan que las tablas de distribución de frecuencia no reciben la debida atención en los planes de estudio y la enseñanza, tanto de Chile como de Brasil, y agregan que estas tablas están prácticamente ausentes en los libros de texto de matemáticas en ambos países. Sin embargo, están en libros de otras disciplinas, como Geografía, lo que puede justificar el hecho de que el 57% de los estudiantes respondieron bien la pregunta al señalar la alternativa "d". Por otro lado, la opción incorrecta con el mayor número de opciones (19% de estudiantes) fue la alternativa "e", que apunta a las dos compañías cuyos ingresos tuvieron la mayor amplitud total. Este argumento puede reforzarse con la redacción del enunciado de la pregunta, que menciona la "evolución de los ingresos brutos anuales", que podría llevar al alumno a pensar en la mayor variación entre los límites inferior y superior encontrados, respectivamente, en las empresas Z y V. Puede haber, detrás de esta respuesta, un diseño ϕ a, caracterizado por los elementos:

- P - campo de problemas: determinación de la media aritmética simple basada en los valores presentados en una tabla de doble entrada.
- R - operadores: ubicación de los valores de ingresos brutos anuales asociados con las respectivas compañías de origen en una tabla de distribución de frecuencia y verificar la diferencia entre ellos.
- L - conjunto de representaciones: representación numérica y representación tabular.
- Σ - estructura de control: media aritmética simple como un valor directamente proporcional a la variación entre los límites inferior y superior de la muestra (amplitud total).

Por lo tanto, podemos inferir la existencia de una posible concepción ϕ , según la cual el valor promedio será mayor, mayor será la diferencia entre los dos extremos en la distribución de frecuencias: el límite inferior y el límite superior de la muestra.

Díaz (2016) destaca que, según los testimonios de los propios estudiantes, el trabajo colaborativo en pequeños grupos reduce la ansiedad, lo que contribuye a una mayor comprensión de las nociones estadísticas y la adquisición de experiencia. Según este autor, las actividades de colaboración son más tranquilizadoras, motivadoras y estimulantes, favorecen la concentración en la tarea y proporcionan el surgimiento de una diversidad de propuestas. El estímulo de la ayuda mutua permite la asimilación de conceptos, el progreso de las actividades, la reducción de la percepción de dificultad de la tarea y la reducción de la ansiedad. La atención colectiva reduce la carga de las dificultades, el intercambio de opiniones y el intercambio de ideas mejoran la autoconfianza y el compromiso colectivo. Percibimos los mismos efectos al observar el trabajo de los estudiantes en grupos, tanto después del diagnóstico de sus conocimientos previos, a través de ASI y durante el desarrollo de proyectos de investigación, y finalmente, al resolver problemas estadísticos en grupos.

■ Conclusiones

Como se señaló en nuestra revisión de la literatura, hay pocos estudios publicados sobre concepciones desde la perspectiva del modelo $ck\phi$. Casi sin contacto previo con la estadística, en un entorno escolar, los estudiantes participando en nuestra investigación mostraron una comprensión y lectura mínima de tablas y gráficos estadísticos, así como medidas de tendencia central y dispersión.

Uno de los resultados de nuestro trabajo que consideramos más relevantes es que las estructuras de control manifestadas por un estudiante movilizan las estructuras cognitivas de otros, promoviendo la mejora de sus ideas y la revisión de sus propias concepciones. Por ejemplo, compartiendo el esquema de una gráfica estadística con los colegas, revisando los pasos para calcular una medida de dispersión, comparando la determinación de una medida de tendencia central con otra obtenida por el colega, utilizando un método diferente y discutiendo su comprensión dentro del grupo. Respecto a la variabilidad, los estudiantes reafirmaron o revisaron sus concepciones, mostrando cambios que pueden ser considerados como indicadores de aprendizaje, dentro del modelo $ck\phi$ de Balacheff (2002). El conocimiento del contexto, destacado por el modelo de alfabetización estadística de Gal (2019), tuvo también un papel fundamental en la validación de las concepciones.

El abordaje estadístico a través de proyectos puede contribuir al cambio de concepciones de los estudiantes. En cualquier trabajo estadístico cooperativo realizado en pequeños grupos, el choque de ideas, la discusión, la argumentación y la comprobación de hipótesis, favorecen el esperado cambio en las concepciones y el refinamiento de la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico.

Díaz (2016) destaca que, según los estudiantes, el trabajo colaborativo en pequeños grupos reduce la ansiedad, lo que contribuye a una mejor comprensión de las nociones estadísticas y la adquisición de experiencias significativas. Según este autor, las actividades colaborativas son más tranquilizadoras, motivadoras y estimulantes. La observación de los compañeros, trabajando activamente, favorece la concentración en la tarea y la aparición de una mayor diversidad de propuestas. El estímulo de la ayuda mutua permite la asimilación de conceptos, el avance de las actividades, la reducción de la percepción de dificultad de la tarea y la reducción de la ansiedad. La discusión colectiva reduce la carga de las dificultades; intercambiar y compartir ideas mejora la autoconfianza y el compromiso colectivo (Díaz, 2016). Esperamos, por tanto, haber contribuido a ampliar la comprensión de las concepciones estadísticas movilizadas por los estudiantes de secundaria.

■ Referencias bibliográficas

- Balacheff, N. (2001). Les connaissances, pluralité de conceptions. Le cas des mathématiques. *Les Cahiers du Laboratoire Leibniz*, 19, 83-90.
- Balacheff, N. (2002). Cadre, registre et conception: note sur les relations entre trois concepts clés de la didactique. *Les Cahiers du laboratoire Leibniz*, 58, 1-18.
- Balacheff, N., y Gaudin, N. (2002). Student conceptions: An introduction to a formal characterization. *Les Cahiers du Laboratoire Leibniz* 65, p.1-21.
- Batanero, C.; Díaz, C. (2004) El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Em J. P. Royo (Ed.). *Aspectos didácticos de las matemáticas* (pp. 125-164). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Universidad de Granada.
- Batanero, C., Estepa, A. y Godino, J. D. (1991). Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, 9, 25-31.
- Brasil. (1996) *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Brasília: Ministério da Educação e Cultura.
- Brasil. (2018) *Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base: Ensino Médio*. Brasília: Ministério da Educação e Cultura.
- Couturier, R. D.; Gras, R. (2005) CHIC: traitement de données avec l'analyse implicative. En C. Ritschard y Djeraba (Eds.), *Journées d'extraction et gestion des connaissances (EGC'2005)* (Vol.2, pp. 679-684).
- Creswell, J. W. (2010) *Projeto de pesquisa métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Porto Alegre: Artmed.
- Díaz, D. (2016). Les facteurs influençant la réussite des activités collaboratives médiées par les TICE dans une situation de formation universitaire à la statistique (Doctoral dissertation, Thèse de doctorat (Dirigée par Jean-Claude Régnier) Lyon 2, Lyon, France, 2016).
- Gal, I. (2019) Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Granada, España.

- Garfield, J. (1993) Teaching statistics using small-group cooperative learning. *Journal of Statistics Education*, v. 1, n. 1, p. 1-9.
- Giordano, C. C. (2016). O desenvolvimento do letramento estatístico por meio de projetos: um estudo com alunos do ensino médio. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Gras, R.; Régnier, J. C.; Marinica, C. y Guillet, F. (2013) *L'analyse statistique implicative Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités*. Toulouse: Cépaduès Editions.
- Pallauta, J. D.; Gea, M. M. S.; Venegas, A. G. (2019) Las actividades sobre tablas estadísticas en textos escolares chilenos de educación básica. In: *Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Granada. Anais.
- São Paulo (2014) *Proposta curricular – Ensino Médio: Matemática*, v. 2. IMESP, São Paulo.

Apéndice 1 – Cuestionario

Parte A: En las siguientes declaraciones conteste de acuerdo con su experiencia.

1. ¿Qué son las estadísticas? ¿Es una ciencia exacta o una ciencia social? ¿Es un área de matemáticas?
2. ¿Has estudiado Estadística en la escuela primaria? ¿Qué año?
 1º 2º 3º 4º 5º 6º 7º 8º 9º no recuerda nunca estudió
3. ¿Has estudiado estadística en la secundaria? ¿Qué año?
 1º 2º 3º 9º no recuerda nunca estudió
4. ¿Has estudiado Estadística en otro curso, fuera de la educación regular?
 No Sí, estudié en el curso (s): _____
5. Califica tu nivel de conocimiento en Estadística.
Falta de conocimiento 1 2 3 4 Dominio perfecto
6. ¿Es importante la estadística para entender las noticias de la radio, la televisión, internet, los periódicos?
Muy en desacuerdo 1 2 3 4 Yo concuerdo plenamente
7. ¿Estás de acuerdo en que las estadísticas son importantes para tomar decisiones en tu vida diaria?
Muy en desacuerdo 1 2 3 4 Yo concuerdo plenamente
8. ¿Crees que usarás Estadísticas en los cursos superiores que pretendes tomar?
No creo 1 2 3 4 Creo totalmente
9. ¿Crees que la estadística es un área de las matemáticas, que lleva una ciencia exacta?
No creo 1 2 3 4 Creo totalmente
10. ¿Confías en la investigación estadística?
No confío 1 2 3 4 Confío totalmente
11. ¿Sabes cómo se lleva a cabo la investigación estadística?
No sé 1 2 3 4 Yo sé muy bien

12. ¿Has estudiado Probabilidad en la escuela primaria? ¿Qué año?
 1° 2° 3° 4° 5° 6° 7° 8° 9° no recuerda nunca estudió
13. ¿Has estudiado Probabilidad en la escuela secundaria? ¿Qué año?
 1° 2° 3° 9° no recuerda nunca estudió
14. ¿Has estudiado Probabilidad en otro curso, fuera de la educación regular?
 No Sí, estudié en el curso (s): _____
15. Califique su nivel de conocimiento de probabilidad:
 Falta de conocimiento 1 2 3 4 Dominio perfecto

Parte B: en las siguientes declaraciones, indique su nivel de acuerdo, siguiendo la escalera a continuación:

1. Totalmente en desacuerdo
 - 2- Parcialmente en desacuerdo
 - 3- Parcialmente de acuerdo
 - 4- Muy de acuerdo
16. En una tirada de dos dados cúbicos comunes, numerados del 1 al 6, no adictos, ¿las posibilidades de obtener la suma de los valores de las dos caras mirando hacia arriba igual a 9 es igual a la suma de 10? _____
17. En un sorteo de Mega-Sena, ¿las posibilidades de que alguien gane con la apuesta: 1, 2, 3, 4, 5, 6 son menores que las posibilidades de ganar con la apuesta: 5, 12, 23, 38, 45, 56? _____
18. En el caso anterior, esta sería una buena apuesta, ya que siendo un resultado inusual, si alguien gana, compartirá el premio con un número menor de apostadores, ¿estaría de acuerdo? _____
19. ¿No cae un rayo dos veces en el mismo lugar? _____
20. ¿Es la posibilidad de que una persona muera cuando salta desde el piso 12 de un edificio directamente al asfalto el doble de posibilidades de morir si salta desde el piso 6? _____
21. Cuando nuestra cola en la caja de un supermercado o en un peaje de carretera es muy lenta, ¿es siempre una buena opción cambiar a la siguiente línea, que es más rápida? _____
22. Barajé las cartas de un mazo tradicional y extraje aleatoriamente una jota de corazones, volviéndolo a colocar en la pila. En un segundo sorteo, ¿la posibilidad de obtener otra jota de corazones es menor que la de robar otras cartas? _____
23. El sábado, en el pronóstico del tiempo, se anunció que la probabilidad de que no lloviera en la ciudad de São Paulo al día siguiente era solo del 90%. Sin embargo, llovió el domingo. ¿Estaba mal el pronóstico del tiempo? _____
24. Valquiria quiere firmar su auto con las iniciales de su nombre y los días de cumpleaños de ella (22) e hija (13), pero se enteró de que la placa de matrícula VAL2213 es rara, esta opción es más difícil que la mayoría de las otras. ¿Estás de acuerdo con esta información? _____
25. (ENEM/2012) La siguiente tabla muestra la evolución de los ingresos brutos anuales en los últimos tres años de cinco microempresas (ME) que están a la venta.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Fuente: datos ficticios

Un inversor quiere comprar dos de las empresas que figuran en la tabla. Para hacer esto, calcula el ingreso bruto anual promedio de los últimos tres años (de 2009 a 2011) y elige las dos compañías con el promedio anual más alto. Las empresas que este inversionista elige comprar son:

- a) Balas W y b) Chocolates X c) Pizzaria Y y d) Pizzaria Y y e) Tecelagem Z y Pizzaria Y y Tecelagem Z. Alfinetes V. Chocolates X. Alfinetes V.

26. (ENEM/2010) La siguiente tabla muestra el desempeño de un equipo de fútbol en la última liga. La columna de la izquierda muestra la cantidad de goles marcados y la columna de la derecha indica cuántos juegos marcó el equipo esa cantidad de goles.

27.

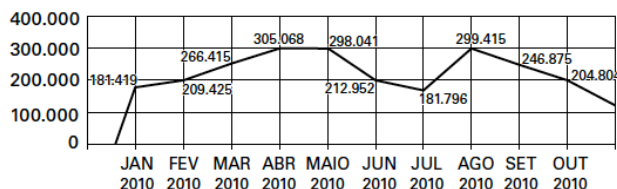
Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Fuente: datos ficticios

Si X, Y y Z son, respectivamente, la media, la mediana y la moda de esta distribución, entonces:

- a) $X = Y < Z$. b) $Z < X = Y$. c) $Y < Z < X$ d) $Z < X < Y$. e) $Z < Y < X$.

28. (ENEM/2012) El gráfico muestra el comportamiento del empleo formal que surgió, según CAGED, de enero de 2010 a octubre de 2010.



Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Según el gráfico anterior, el valor de la porción mediana completa de los trabajos formales en el período es:

- a) 212.952. b) 229.913. c) 240.621. d) 255.496. e) 298.041.

29. (ENEM/2010) Marco y Paulo fueron clasificados en un concurso. Para la clasificación en la competencia, el candidato debe obtener un promedio aritmético en el puntaje igual o mayor a 14. En caso de empate en el promedio, el desempate estaría a favor del puntaje más regular. La siguiente tabla muestra los puntos obtenidos en las pruebas de matemáticas, portugués y conocimientos generales, la media, la mediana y la desviación estándar de los dos candidatos.

Detalles de los candidatos en la competencia.

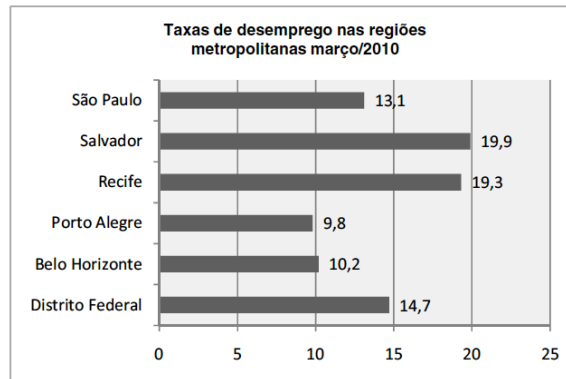
	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

Fuente: datos ficticios

El candidato con el puntaje más regular, por lo tanto, el más alto en la competencia, es:

- a) Marco, ya que la media y la mediana son iguales.
 b) Marco, ya que obtuvo menos desviación estándar.
 c) Paulo, porque obtuvo el puntaje más alto en la tabla, 19 en portugués.
 d) Paulo, ya que obtuvo la mediana más alta.
 e) Paulo, ya que obtuvo una mayor desviación estándar.

30. (ENEM/2010) Os dados do gráfico seguinte foram gerados a partir de dados colhidos no conjunto de seis regiões metropolitanas pelo Dieese.



Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Suponiendo que el número total de personas encuestadas en la región metropolitana de Porto Alegre es equivalente a 250,000, el número de desempleados en marzo de 2010, en esa región, fue:

- a) 24 500. b) 25 000. c) 220 500. d) 223 000. e) 227 500