

FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO MEDIANTE LA SOLUCIÓN DEL CUBO DE RUBIK

STRENGTHENING MATHEMATICAL THINKING THROUGH THE RUBIK'S CUBE SOLUTION

Erling Obeniel López Velásquez, Reyli Manuel Rivera Castro, Grebis Vásquez Castro, Norman Randolph Chinchilla Chacón

Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. (Honduras)

erling009@gmail.com, reylirivera08@gmail.com, grevis2015@hotmail.com, nodolch@hotmail.com

Resumen

Este trabajo aborda el desarrollo del pensamiento matemático mediante la solución del cubo de Rubik, como objetivo nos planteamos en conocer ¿Cuál es el pensamiento matemático más estimulado al resolver el cubo de Rubik? utilizando el algoritmo para principiantes, apoyados en la Teoría de Inteligencias Múltiples. El enfoque de la investigación es cualitativo con un diseño Investigación-Acción Participativa. En cada intervención se enseñó a los participantes a armar el cubo de Rubik. Como resultado los participantes mostraron mejor dominio del pensamiento espacial o geométrico, manifestando mejores ideas para resolver ejercicios como transposición de figuras, optimización de recorridos y cortes en el plano.

Palabras clave: cubo de rubik, pensamiento matemático, pensamiento espacial

Abstract

This work tackles the development of mathematical thinking through the solution of the Rubik's cube. As objective we ask ourselves: what is the most stimulated mathematical thinking when solving the Rubik's cube? by using the algorithm for beginners, supported by the Theory of Multiple Intelligences. The research approach is qualitative in nature, with a Participatory Action Research design. In each intervention, the participants were taught to assemble the Rubik's cube. As a result, the participants showed a better command of spatial or geometric thinking, showing better ideas to solve exercises such as transposition of figures, optimization of routes and cuts in the plane.

Key words: Rubik's cube, mathematical thinking, spatial thinking

■ Introducción

El cubo de Rubik representa un desafío emocionante para las personas que intentan resolverlo, se han creado distintos métodos basados en algoritmos matemáticos para dar solución. Estudios demuestran que “su práctica favorece el desarrollo de los procesos psicológicos superiores: entre ellos, la memoria, a nivel visual y asociativo [...] inteligencia.

lógico-matemática, como las habilidades de razonamiento y de algoritmos” (Rojas, 2017, párr. 6). Durante el aprendizaje de todos los algoritmos que componen su resolución se trabajan mucho las inteligencias múltiples “inteligencias como la memoria, razonamiento, optimización de algoritmos y por supuesto la inteligencia espacial” (Morales, 2017, párr. 7). Ante los beneficios que esconde este juego la investigación se enfoca conocer ¿Cuál es el pensamiento matemático que más se estimula en la resolución del cubo de Rubik? a partir de la enseñanza del algoritmo para principiantes para resolver el cubo de Rubik. El campo de la investigación es el pensamiento geométrico.

■ Marco Teórico

La teoría de Inteligencias Múltiples propone ocho tipos de inteligencias, estas inteligencias son inteligencia lingüística, inteligencia lógico-matemática, inteligencia espacial, inteligencia musical, inteligencia corporal y cinética, inteligencia intrapersonal, inteligencia interpersonal y la inteligencia naturalista. Esta teoría fue planteada por Howard Gardner en contracción al paradigma de la inteligencia única. A continuación, se muestra las características de cada una de estas inteligencias.

Tabla 1. Inteligencias múltiples según Howard Gardner

Tipo de Inteligencia	Características
Inteligencia Lingüística	Capacidad de dominar el lenguaje y comunicarse
Inteligencia Lógico Matemática	Capacidad para el razonamiento lógico y resolución de problemas matemáticos
Inteligencia Espacial	Capacidad para observar los objetos desde diferentes perspectivas
Inteligencia Musical	Ejecutar funciones vinculadas con la interpretación y composición de musical
Inteligencia Corporal Cinética	Habilidades corporales y motrices
Inteligencia Intrapersonal	Comprender y controlar el ámbito interno de uno mismo en lo que se refiere a la regulación de las emociones
Inteligencia Interpersonal	Facultad para poder advertir cosas de las otras personas más allá de lo que nuestros sentidos logran captar
Inteligencia Naturalista	Capacidad para detectar, diferenciar y categorizar los aspectos vinculados al entorno

Fuente: adaptado de Regader (2015, párr. 5-12)

La práctica del cubo de Rubik está asociada al desarrollo de las inteligencias múltiples, ya que al momento de resolverlo se necesita de la observación, análisis, memorización de patrones, identificación de piezas, en general este proceso involucra todos los sentidos, debido a ello se estimula las inteligencias múltiples como lo dice García Morales (2017, párr. 3) señala “el cubo proporciona al alumno en edades tempranas desarrollo intelectual y psicomotriz, entre las que destaca una mejora de la inteligencia espacial, visualización y resolución de problemas, toma de decisiones, creación y ejecución de estrategias”. Debido a sus beneficios el cubo de Rubik ha llegado a la clase de matemáticas, este juguete puede representar un recurso útil en la clase de matemáticas, ante lo anterior Marta Moreno, (2018, párr. 3) expone “el Cubo de Rubik mejora la memoria y la retención, ayuda a los niños a adquirir conceptos de habilidad matemática (gracias al Cubo aprecian tamaños, direcciones y relaciones espaciales) y con él aprenden a reconocer elementos en el espacio”. Un aspecto llamativo del cubo es que su solución está relacionada con las Matemáticas.

El cubo de Rubik es totalmente compatible en la asignatura de matemáticas, donde podemos emplearlo para sumas, restas, multiplicaciones y divisiones haciendo uso de las diferentes pegatinas de los seis colores que componen el cubo, incluso puede ser usado en el estudio de las diferentes formas geométricas, pues son muchas las variantes que existen del Cubo de Rubik (cubos, esferas, dodecaedros, tetraedros, octaedros, icosaedros...). (Morales, 2017, párr. 5).

En Chile catalogan el cubo de Rubik como un método de aprendizaje que ayuda a la lógica matemática ya que “su práctica favorece el desarrollo de los procesos psicológicos superiores: entre ellos, la memoria, a nivel visual y asociativo [...] inteligencia lógico-matemática, como las habilidades de razonamiento y de algoritmos” (Rojas, 2017, párr. 5).

Dentro de la clase de matemáticas se trabaja el pensamiento matemático, este es un nuevo concepto relacionado con el pensamiento, algunos investigadores han definido este tipo de pensamiento, para Cantoral, Cordero, Farfán, Alanís, Rodríguez y Garza (2005) señalan que “el pensamiento matemático hace referencia a las formas en que piensan las personas que se dedican profesionalmente a las matemáticas” (p. 18). Aunque la definición pueda cambiar según su autor, en su esencia sigue la misma idea, esa capacidad de poder transferir las ideas al mundo de las matemáticas. Según Cantoral et al. (2005) los investigadores sobre el pensamiento matemático se ocupan de entender cómo interpreta la gente un contenido específico, en este caso las matemáticas, se interesan por caracterizar o modelar los procesos de comprensión de los conceptos y procesos propiamente matemáticos, concluyen que el pensamiento matemático incluye, por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos, y por otro, procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización.

Dentro del pensamiento matemático existen divisiones más específicas, tal es el caso del pensamiento numérico, espacial o geométrico, métrico, probabilístico y variacional. A continuación, se presentan algunas definiciones de autores destacados Alsina (2006) define el pensamiento numérico como “la capacidad de aplicar buenos razonamientos cuantitativos y poder emitir juicios sobre informaciones y/o resultados numéricos” (citado en Bosch 2012, p. 21). El Ministerio Nacional de Educación de Colombia (MEN de aquí en adelante) (2008) define el pensamiento espacial como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (citado en Fonseca, 2016, p. 53). También este mismo autor define el pensamiento métrico como “la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones” (MEN, 2006 citado en Fonseca, 2016, p. 54). Para Palacios (2005) en su libro El Crucigrama define el pensamiento probabilístico de la siguiente manera.

El probabilístico es un tipo de pensamiento que se caracteriza, fundamentalmente, por su carga de inferencia. Es decir, por su carácter predictivo: prevemos lo que podría pasar, basándonos en lo que sabemos que ha pasado. Es un tipo de pensamiento que utilizamos de forma habitual (aunque no siempre somos conscientes de ello) en la

mayoría de decisiones que tomamos o de acciones que emprendemos, tanto en el plano personal como en el profesional. (p. 183)

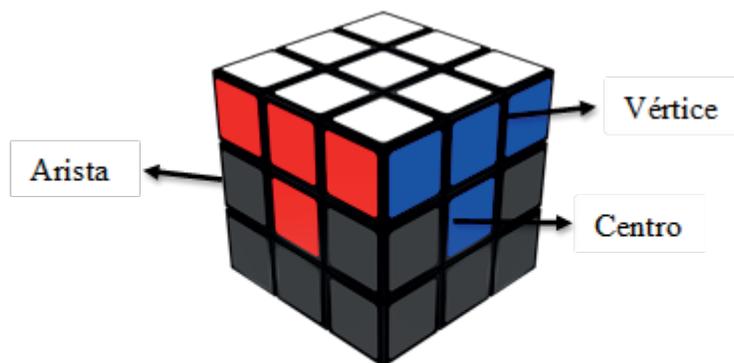
El MEN (2006) al respecto del pensamiento variacional en los estándares educativos nacionales de Colombia plantea lo siguiente.

[...] este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (p. 66).

Como señalan diferentes autores dentro del pensamiento matemático existen diferentes tipos de pensamiento, cada uno con un objeto de estudio marcado y definido. En este trabajo se excluyó el pensamiento probabilístico debido a la naturaleza del algoritmo a utilizar al momento de solucionar el cubo de Rubik.

El cubo de Rubik fue inventado en 1974 por Erno Rubik profesor de arquitectura de la Universidad de Budapest, en Hungría. Su forma es un bloque cúbico con su superficie subdividida de modo que cada cara consiste en nueve cuadrados, en su estado original cada cara del cubo es de un color, pero la rotación de cada una de estas permite que los cubos más pequeños sean combinados de muchas maneras. (Romero, 2013). El cubo está compuesto tres tipos de piezas: 8 Vértices, 12 Aristas y 6 centros.

Figura 1. Piezas del Cubo de Rubik

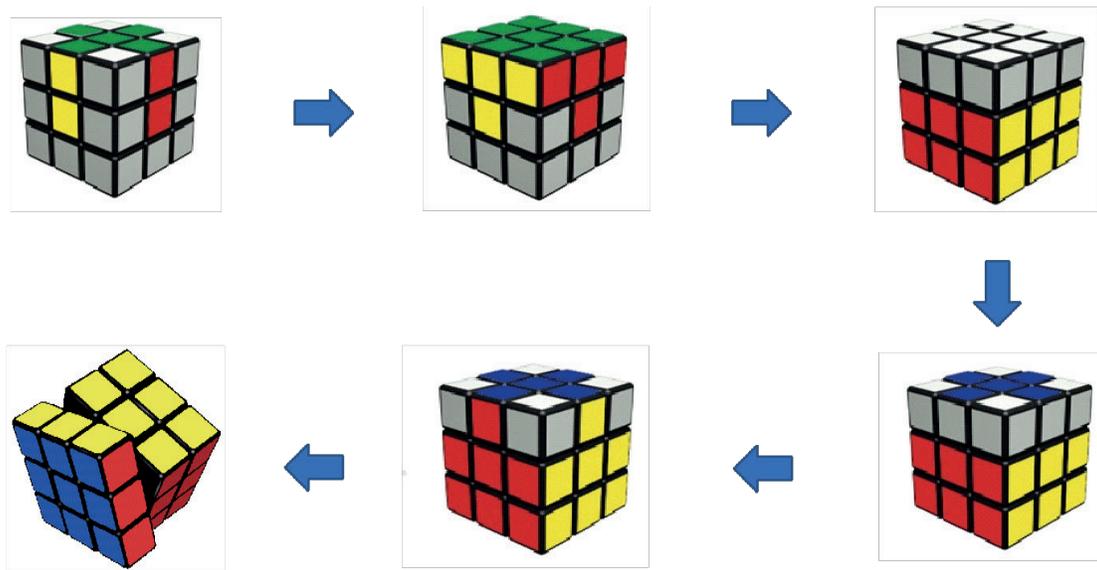


Fuente: elaboración propia

Para efectos de este trabajo se utilizó el algoritmo para principiantes para resolver el cubo de Rubik. Este algoritmo es progresivo, es decir el cubo se va ordenando capa por capa sin que se desordene lo conseguido. Para resolver el cubo se hace lo siguiente:

- Elegir un color base para armar la primera capa del cubo
- Formar una cruz en la primera capa con los centros del color elegido, de manera que los colores de las aristas de la primera capa coincidan con el color de los centros
- Ubicar los vértices de la primera capa, estas deben compartir color con los centros contiguos
- Ubicar las aristas de la segunda capa, estas deben compartir color con los centros contiguos
- Formar una cruz en la tercera capa del cubo con los centros del cubo esta cruz debe ser del color opuesto al color elegido en la primera capa
- Ubicar los vértices de la tercera capa, estas deben coincidir con el color de los centros contiguos

g) **Figura 2.** Secuencia de movimientos método para principiantes



Fuente: elaboración propia

■ Metodología

Según los objetivos que persigue la investigación se desarrolló bajo el enfoque cualitativo, puesto que según (Hernández, Fernández, y Batista, 2010) la investigación cualitativa se enfoca a comprender y profundizar los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto... se busca comprender la perspectiva de los participantes (individuos o grupos pequeños de personas a los que se investigará) acerca de los fenómenos que los rodean, profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados, es decir, la forma en que los participantes perciben subjetivamente su realidad. (p. 364)

El alcance es descriptivo debido a que “busca especificar las propiedades, las características y los perfiles importantes de personas, grupos comunidades o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis mide, evalúa o recolecta datos sobre diversos aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno” (Hernández et al. 2010, p. 80). El diseño de la investigación fue Investigación Acción considerando que la investigación–acción considera la situación desde el punto de vista de los participantes, describirá y explicará “lo que sucede” con el mismo lenguaje utilizado por ellos; o sea, con el lenguaje del sentido común que la gente usa para describir y explicar las acciones humanas y las situaciones sociales en su vida cotidiana (Eliot, 2005, p. 25).

La investigación se llevó cabo en cuatro intervenciones. La primera una intervención diagnóstica, en las siguientes tres intervenciones se enseñó a resolver el cubo de Rubik mediante el método para principiantes, después de cada intervención se aplicó una hoja de trabajo con ejercicios de pensamiento matemático numérico, espacial o geométrico y variacional.

Los participantes fueron 10 estudiantes de la carrera de Matemáticas que cursaban el espacio formativo de Didáctica de las Matemáticas durante el II período académico 2019 en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. El muestreo fue intencionado no probabilístico, donde los estudiantes decidieron participar por el interés en aprender a resolver el cubo de Rubik. Para obtener la información de la investigación se aplicaron hojas de trabajo, así como un grupo focal, además de la observación directa.

Tabla 2. Categorías de análisis

Categoría	Definición conceptual	Definición operacional	Sub categoría	Indicadores
Pensamiento matemático	El pensamiento matemático es el que construye el individuo al relacionar las experiencias obtenidas en la manipulación de los objetos (Paltan y Quilli, 2011)	Se realizó a través de la manipulación del Cubo de Rubik en varias intervenciones, complementando con técnicas de recolección de datos	Pensamiento numérico	Secuencias
			Pensamiento espacial o geométrico	Relaciones de movimientos
			Pensamiento variacional	Patrones
			Pensamiento métrico	Cantidad de movimientos

Fuente: elaboración propia

Primera intervención

En esta intervención los participantes manipularon el cubo por primera vez, se les pidió que intentaran resolverlo, pero ningún participante pudo lograrlo, posteriormente se enseñó algunos de los conceptos básicos del cubo como nombre de las piezas y capas.

Figura 3. Primera manipulación del cubo de Rubik



Fuente: archivo del autor

Segunda intervención

En la segunda intervención los participantes aprendieron el armado de la primera capa del cubo de Rubik.

Tercera intervención

En esta intervención los participantes armaron por si solos la primera capa del cubo, posteriormente los investigadores enseñaron el armado la segunda capa del cubo de Rubik.

Cuarta intervención

En esta última intervención los participantes aprendieron el armado de la última capa del cubo de Rubik y con esto lograron resolver el cubo de Rubik por completo.

Figura 4. Armado de la última capa del Cubo de Rubik



Fuente: archivo del autor

Al final de cada intervención se aplicó una hoja de trabajo a los participantes, la hoja de trabajo contenía ejercicios de pensamiento matemático de tipo numérico, métrico, espacial y variacional. Además, se aumentó el nivel de dificultad de los ejercicios con cada intervención.

■ Resultados

A continuación, se describen los resultados más significativos de cada una de las intervenciones mencionadas:

Primera intervención

En la etapa diagnóstica la mayoría de los participantes logró identificar las partes del cubo de Rubik tales como aristas, vértices, caras, centros y capas. Ninguno de los participantes fue capaz de armar el cubo de Rubik. La mayoría de los participantes mostraron dominio en los ejercicios de tipo numérico y métrico, sin embargo, presentaron dificultades en la resolución de problemas de pensamiento matemático de tipo variacional como ser secuencias de figuras, movimientos de las piezas.

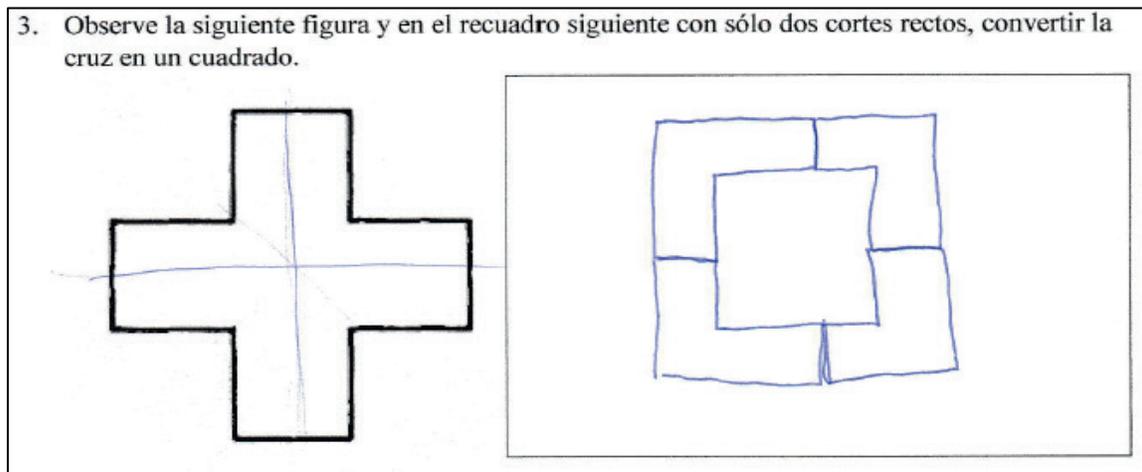
Segunda Intervención

En la segunda intervención todos los participantes pudieron formar la primera capa del cubo de Rubik correctamente. Los resultados en cuanto al pensamiento métrico y numérico se mantuvieron constantes. Los

participantes mostraron una mejoría en cuanto a los ejercicios de pensamiento variacional, como secuencias numéricas y alfabéticas, sin embargo, se presentaron mejores estrategias en cuanto a la resolución de ejercicios sobre pensamiento espacial geométrico. A continuación, se muestra la solución presentada por uno de los participantes en un ejercicio de tipo espacial.

Como se muestra en la figura 5 este participante hizo los cortes en el plano de manera perpendicular para transformar la cruz en un cuadrado. El acierto en este ejercicio depende de la capacidad de los participantes para realizar los cortes adecuados en la cruz y poder transformar la cruz en una nueva figura. La mitad de los participantes presentaron la misma estrategia para resolver este ejercicio.

Figura 5. Hoja de trabajo 2, ítem número 1



Fuente: archivo del autor

Tercera Intervención

En esta intervención los participantes aprendieron el armado de la segunda capa del cubo de Rubik. Debido a la mejoría en el pensamiento variacional y las mejoras en las estrategias en cuanto a la solución de ejercicios de tipo espacial, la investigación se centró en el pensamiento matemático tipo variacional y espacial.

Figura 6. Hoja de trabajo 3, Parte II ítem número 1



Fuente: archivo del autor

Durante el desarrollo de la hoja de trabajo los participantes mostraron notables mejorías en los ejercicios sobre visualización en el espacio de dificultad media como se muestra en la figura 6. Para dividir la media luna en las partes solicitadas se debe hacer los cortes tangentes al centro de la media luna. Más de la mitad de los estudiantes presentaron estrategias correctas.

Cuarta Intervención

En la última intervención los participantes armaron el cubo de Rubik en su totalidad. El objetivo de la última hoja de trabajo es comparar los resultados con la intervención diagnóstica. En cuanto a los ejercicios de pensamiento numérico los participantes no mostraron mejoría. A continuación, se muestra una de las ideas propuestas por uno de los participantes.

Figura 7. Hoja de trabajo 4, Pate II ítem 1

1. Encuentre el siguiente número en las siguientes sucesiones:

a) 3, 4, 7, 16, 43, 124, 243

b) 11, 23, 48, 99, 112
12 15 51

Fuente: archivo del autor

Se puede observar en la figura 7 como los participantes al finalizar las intervenciones todavía presentan dificultades al momento de resolver ejercicios de pensamiento numérico, en el inciso a) este participante logró establecer el incremento de cada término, pero no estableció el último término de la sucesión. El inciso b) es una sucesión cuadrática de igual manera el participante no logró establecer el último término.

Los aciertos en los ejercicios de pensamiento variacional se mantuvieron constantes, sin embargo, la dificultad de los ejercicios aumentaba.

Los resultados más notorios se presentaron en los ejercicios de tipo pensamiento espacial-geométrico como los siguientes.

Figura 8. Intervención final, Parte II ítem 3

3. El propietario de un campo quiere evitar que las ovejas negras de su vecino tengan acceso a su fuente de agua. ¿Cómo deberá cercar el terreno para que sólo las blancas puedan llegar a la fuente?

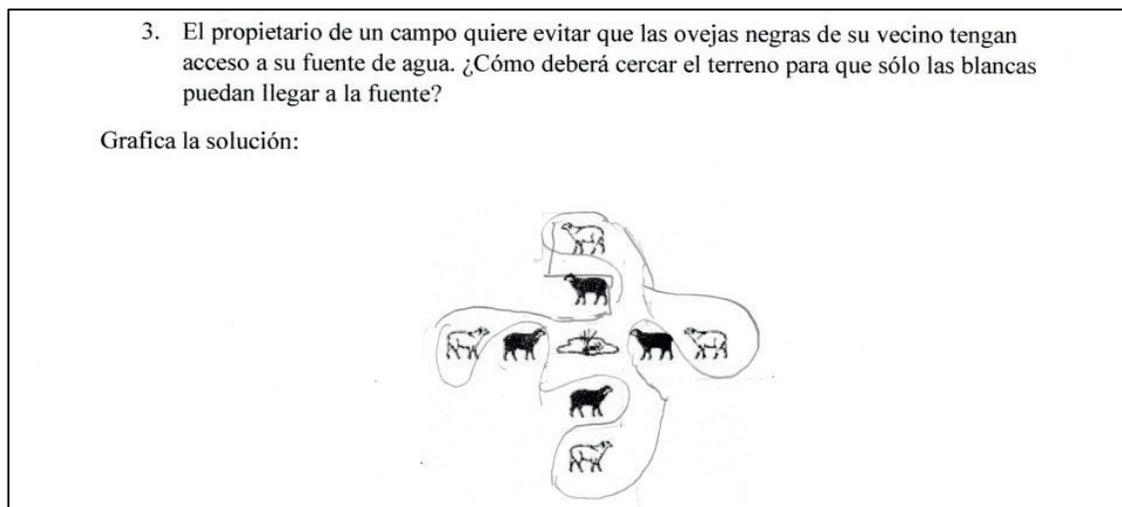
Grafica la solución:

El diagrama muestra un campo irregular con una fuente de agua en el centro. Hay 6 ovejas blancas y 6 ovejas negras. Una solución de cercado se muestra con líneas que rodean a las ovejas blancas y a la fuente, pero que evita rodear a las ovejas negras.

Fuente: archivo del autor

Los participantes a, c, f, j utilizaron la estrategia mostrada en la figura 8 para poder resolver el ejercicio

Figura 9. Intervención final Parte II ítem 3 evidencia 2



Fuente: archivo del autor

Los participantes e, g, i, d presentaron la estrategia mostrada en la figura 9. El participante h utilizó una estrategia que no cumple las indicaciones del ejercicio. El participante b dejó en blanco el ejercicio. Casi todos los participantes contestaron correctamente el ejercicio de pensamiento matemático espacial, relacionado con la optimización de recorridos de dificultad alta.

■ Conclusiones

Durante la solución del cubo de Rubik mediante el algoritmo para principiantes, el pensamiento matemático más estimulado fue el pensamiento de tipo espacial-geométrico, las ideas presentadas por los participantes durante todas las intervenciones mostraron una notable mejoría en cuanto a las ideas presentadas en la intervención diagnóstica. Los participantes mostraron mejores estrategias para resolver ejercicios sobre cortes en el plano, transposición de figuras, optimización de recorridos.

En segunda instancia se estimuló el pensamiento variacional, aunque no se mostraron ideas tan brillantes para resolver los ejercicios de este tipo como en el caso del pensamiento espacial, los aciertos de los participantes se mantuvieron, a pesar del incremento de la dificultad en los ejercicios de este tipo. Sin embargo, se puede utilizar los colores y movimientos de las piezas para elaborar ejercicios de este tipo de pensamiento matemático.

De acuerdo a los resultados obtenidos en las hojas de trabajo, los participantes siempre presentaron dificultades al momento de resolver los ejercicios de pensamiento numérico. Debido al algoritmo utilizado consideramos que la resolución del cubo de mediante al algoritmo para principiantes no tiene influencia en el pensamiento métrico.

La solución del cubo de Rubik mediante el algoritmo para principiantes puede ser utilizado para la estimulación del pensamiento matemático de tipo espacial y variacional. La naturaleza del algoritmo permite trabajar conceptos matemáticos como visualización, espacio, optimización, patrones, transformación de figuras.

■ Referencias bibliográficas

- Bosch, M. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Revista Educación matemática en la infancia*. 1(1), 15-37.
- Cantotal, R., Farfán, M., Cordero, F., Alanís, F., Rodríguez, R., y Garza, A. (2005). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: McGrawhill.
- Eloit, J. (2005). *La investigación acción en educación*. Madrid: Ediciones Morata.
- Fonseca, J. (2016). Elementos para el desarrollo del pensamiento matemático en la escuela. *Encuentro Distrital de Educación Matemática*. (3), 53-54.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2005). *Metodología de la investigación*. México: McGrawhill.
- Ministerio Educacional Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-340021_recurso_1.pdf
- Morales, R. (21 de mayo de 2017). *El Cubo de Rubik en las aulas como elemento potenciador de la inteligencia espacial y lógico-matemática*. Red Educa. Recuperado de <https://redsocia.rededuca.net/cubo-de-rubik-en-las-aulas-inteligencia>
- Moreno, M. (25 de julio de 2018). Estos son los beneficios educativos del Cubo de Rubik. *Educación 3.0*. Recuperado de <https://www.educacionrespuntocero.com/recursos/beneficios-educativos-cubo-rubik/88827.html>
- Palacios, J. (2005). *El Crucigrama Retos e ideas para desaprender a pensar*. Madrid, España: Díaz de Santos
- Paltan, G. y Quilli, K. (2011). *Estrategias metodológicas para desarrollar el razonamiento lógico – matemático en los niños y niñas del cuarto año de educación básica de la escuela “Martín welte” del cantón cuenca, en el año lectivo 2010 – 2011*. (Tesis de pregrado). Universidad de Cuenca, Ecuador.
- Regader, B. (2015). *La Teoría de las Inteligencias Múltiples propone ocho tipos de inteligencia*. Recuperado el 22 de abril de 2019 de <https://psicologiaymente.com/inteligencia/teoria-inteligencias-multiples-gardner>
- Rojas, J. (5 de noviembre de 2017). Los secretos del cubo Rubik que fascinó al mundo hace 40 años. *El tiempo*. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/cultura/entretenimiento/entrevista-con-el-creador-del-cubo-rubik-quien-lo-invento-hace-cuarenta-anos-148408>
- Romero, R. (2013). Las matemáticas del cubo de Rubik. *Revista de Investigación Pensamiento Matemático*. 3(2), 97-110.