

# UN ESTUDIO DE LA COMPRENSIÓN DE ELEMENTOS BÁSICOS EN ANÁLISIS DE VARIANZA POR ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA

## A STUDY ON THE UNDERSTANDING OF VARIANCE ANALYSIS BASIC ELEMENTS BY PSYCHOLOGY STUDENTS

**Osmar D. Vera**  
Universidad Nacional de Quilmes. (Argentina)  
osmar.vera@unq.edu.ar

### Resumen

En este trabajo analizamos la comprensión que alcanzan los estudiantes de Psicología sobre algunos objetos elementales del análisis de varianza, su aplicación en la resolución de problemas relacionados después de haberse enseñado el tema. Utilizamos un cuestionario de evaluación formado por seis ítems de respuesta múltiple. Trabajamos dentro del Enfoque Ontosemiótico de la instrucción Matemática, como marco teórico de la investigación. Este estudio se justifica por el gran número de estudiantes que se enfrentan al aprendizaje de este tema, así como por los resultados de la investigación didáctica sobre la comprensión de la inferencia estadística. Confirmamos que este objeto de estudio plantea problemas de comprensión en estos estudiantes, indicando la existencia de sesgos y errores en la inferencia estadística que se han trasladado y ampliado para el análisis de varianza. Encontramos dificultades en la interpretación de la interacción, y en la elección del mejor modelo estadístico adecuado de acuerdo con el problema que se desea estudiar.

**Palabras clave:** Inferencia estadística, nivel universitario, comprensión, análisis de la varianza

### Abstract

In this work, we analyze Psychology students' understanding about some elementary objects of variance analysis, their application in solving related problems once the topic have been taught. We used an evaluation questionnaire, made up of six multiple-choice items. We work within the Onto-semiotic Approach of Mathematical instruction, as the theoretical framework of the investigation. This study is justified by the large number of students who face up to learning this topic, as well as by the results of the didactic research on the understanding of statistical inference. We confirmed that this object of study raises comprehension problems in these students, indicating the existence of biases and errors in statistical inference that have been transferred and expanded for variance analysis. We found difficulties in interpreting the interaction, and in choosing the best appropriate statistical model according to the problem to be studied

**Key words:** statistical inference, university level, understanding, variance analysis

## ■ Introducción

Asistimos en la actualidad al interés de desarrollar el sentido estadístico en todos los profesionales que le permita alcanzar estas competencias, tener una actitud crítica ante la información estadística que encuentra en su día a día y poder tomar decisiones adecuadas en situaciones de incertidumbre. Ello es debido a la sobreabundancia de información accesible a los ciudadanos y al auge de la tecnología (Engel, 2017). Dicho sentido estadístico, que engloba la cultura y razonamiento estadístico, junto con unas buenas actitudes (Batanero, 2019), incluye el conocimiento de los conceptos y técnicas estadísticas básicas para cada profesión. Las ciencias experimentales como la Psicología, la Química, o la Medicina se apoyan en la recogida, análisis e interpretación de datos para poder obtener nuevo conocimiento, partiendo de teorías previas y de experimentos que se deben controlar y contrastar. Esto hace que, en dichas ciencias la actualidad y los métodos estadísticos sean la herramienta metodológica básica para la realización de nuevas investigaciones o para generalizar a diferentes contextos o situaciones de resultados ya confirmados (Batanero, 2000).

Esta necesidad fuerza la reflexión y el debate de los profesores y de los diseñadores curriculares acerca de cuáles son los contenidos estadísticos básicos para la formación de los profesionales de cada rama científica. Un acuerdo generalizado entre los expertos es la necesidad de una formación suficiente en inferencia estadística y en diseño experimental, que permita al graduado en el futuro leer la literatura científica de su área de conocimiento e igualmente recoger con las debidas garantías sus propios datos y analizarlos. Dicha formación le permitirá obtener elementos para discernir entre las falsas teorías y las mejor fundamentadas y le proporcionará bases metodológicas suficientes para utilizar y seleccionar los instrumentos requeridos en su profesión y aplicarlos significativamente (Díaz, 2007). Una de estas ciencias empíricas es la Psicología, donde la formación estadística a nivel de grado, máster y doctorado incluye elementos básicos de inferencia estadística y que ha contribuido a la creación de algunos métodos estadísticos, como el análisis factorial (Díaz, Batanero y Wilhelmi, 2008).

Uno de los métodos estadísticos que se enseña en la mayoría de las universidades que forman a los psicólogos es el análisis de la varianza, que extiende los contrastes de comparación de medias al caso de varias muestras en presencia de un factor o más aun con varios factores. Este método permite ajustar una amplia variedad de modelos, incluso combinando con la regresión. Es por lo expuesto una técnica muy versátil y se emplea con frecuencia en la investigación en Psicología, como lo muestran los trabajos que analizan los métodos estadísticos en los artículos publicados en revistas científicas (Pardo, Garrido, Ruiz y San Martín, 2007). Sin embargo, ha habido muy pocas investigaciones sobre el grado de comprensión o la capacidad de aplicación de esta técnica por parte de los estudiantes que se preparan en esta especialidad, aunque si hay tradición de análisis de la comprensión de otros métodos estadísticos por parte de estudiantes de Psicología, por ejemplo, centradas en las tablas de contingencia (Cañadas, 2012) o la inferencia bayesiana (Díaz, 2007).

Con ánimo de contribuir a la investigación en didáctica de la estadística en el nivel universitario, y con la intención de profundizar sobre la inferencia estadística, nos hemos interesado para este trabajo en particular por el análisis de varianza, en su nivel elemental. El interés de realizar un estudio al respecto se deduce no sólo del gran número de estudiantes que siguen cursos de análisis de varianza, sino de los resultados de la investigación didáctica sobre la comprensión de algunos perrequisitos para su comprensión que indican la existencia de sesgos y errores (descritos, por ejemplo, en Batanero, 2000 y Harradine, Batanero y Rossman, 2011). Por otro lado, aunque la investigación empírica sobre la comprensión o aplicación de este objeto estadístico es muy escasa, encontramos algunos trabajos que incluyen sugerencias didácticas o describen la experiencia de profesores en su enseñanza, así como sobre su uso en la investigación científica (Green, 2007; Pardo, Garrido, Ruiz y San Martín, 2007).

## ■ Marco referencial

Nuestra investigación utiliza algunas nociones del EOS (Enfoque Ontosemiótico). Se trata de un marco teórico para la didáctica de la matemática desarrollado en la Universidad de Granada, que ha servido de apoyo al desarrollo de

muchos trabajos de educación estadística en dicha universidad. Dicho marco teórico (Godino, Batanero y Font, 2007; 2019) concibe el significado de un objeto matemático como conjunto de prácticas (interiorizadas o no) que se realizan para resolver problemas en relación con dicho objeto. Estas prácticas pueden ser individuales o compartidas dentro de una Institución, por lo que se diferencia entre el significado institucional y personal del objeto. Se define la comprensión como la concordancia entre el significado institucional asignado por una persona a un objeto matemático (en nuestro caso, el análisis de varianza) y dicha comprensión puede ser parcial. En nuestro trabajo se evalúa la comprensión de parte del significado del análisis de la varianza, en concreto, la elección de un modelo adecuado para una situación, la comprensión de los supuestos de aplicación y de los cálculos realizados y la descomposición de la varianza en un modelo concreto.

Además del marco teórico nos hemos basado para la elección de los ítems y la interpretación de los resultados en la investigación previa. Presentamos a continuación un resumen de dichas investigaciones que nos sirven de referencia y que están centradas sobre la enseñanza y el aprendizaje de los objetos estadísticos que se incluyen en el cuestionario. Estos trabajos se han identificado mediante algunos trabajos de síntesis como los de Batanero (2000), Castro Sotos *et al.*, (2007), Díaz, Batanero y Wilhelmi (2008) y Harradine, Batanero y Rossman (2011) que realizan una exploración muy exhaustiva de la literatura con la finalidad de reunir publicaciones que reporten estudios con evidencia empírica sobre la existencia de errores conceptuales en la interpretación de los conceptos y dificultades de aplicación de la inferencia entre estudiantes e investigadores.

Para la comprensión del análisis de varianza, en primer lugar, los estudiantes han de comprender la variabilidad aleatoria y la necesidad de medirla y controlarla, y cómo se logra esto mediante la estadística (Estepa y Del Pino, 2013, Reading y Reid, 2005, Reading y Shaughnessy, 2004). En particular, es importante que se comprenda bien el concepto de varianza como medida de la variabilidad en una distribución de datos o de probabilidad.

Otro punto de referencia son las distribuciones muestrales (Alvarado, 2007, Chance, delMas y Garfield, 2004; Moses, 1992), pues el estudiante ha de diferenciar claramente la distribución de la población, la distribución de los datos en la muestra seleccionada y la distribución muestral. Además, debe estar familiarizado con las distribuciones que se utilizan en el análisis de varianza y comprobar sus propiedades; por ejemplo, algunos estudiantes tienen dificultades en la lectura de las tablas de la distribución  $F$  o en conocer sus grados de libertad (Vera, 2008, 2015).

El análisis de varianza es un tipo particular de contraste de hipótesis, por lo que las dificultades asociadas a este procedimiento, que se describen, por ejemplo, en Batanero (2000), Vallecillos (1994) y Vera (2011) pueden trasladarse al trabajo con el análisis de varianza. En estos trabajos se describen dificultades relacionadas con la interpretación del nivel de significación y también con el planteamiento correcto de las hipótesis.

El último punto considerado en los antecedentes es el específico del objeto análisis de varianza, donde hemos encontrado pocas investigaciones. Uno de los primeros trabajos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje del análisis de varianza es el de Rubin y Rosebery (1990), quienes implementaron y evaluaron un proceso de enseñanza del tema con estudiantes universitarios con objeto de estudiar las dificultades en la interpretación de algunas ideas básicas del diseño experimental, que tiene conceptos comunes con el análisis de varianza. Sus resultados sugieren que los estudiantes no distinguen fácilmente la diferencia entre variables dependientes, independientes y extrañas; además de no comprender el papel de la aleatorización en el diseño de experimentos.

Por otro lado, Trigo, López, Martínez y Moreno (2005) analizan las propiedades psicométricas de un conjunto de ítems de opción múltiple utilizadas en evaluaciones oficiales de una asignatura relacionada con el análisis de varianza en la Licenciatura en Psicología, la finalidad fue construir un banco de ítems depurados que se pueda muestrear para futuras pruebas. Para ello analizan 465 ítems utilizados en exámenes de diferentes convocatorias de la asignatura, los autores concluyen que las preguntas sobre pruebas de hipótesis fueron más fáciles que las de análisis de varianza y las relacionadas con su interpretación más difíciles que el resto.

Uno de los puntos que ha sido más analizado es el concepto de interacción. Cuando se realiza un análisis de varianza de varios factores, la interpretación de cada uno de ellos no puede hacerse aisladamente, sino teniendo en cuenta la interacción entre ellos. Por su parte Rosnow y Rosenthal (1991) encontraron dificultades en dicha interpretación, por lo que consideran que este es uno de los conceptos peor comprendidos en el campo de la Psicología. Un error frecuente es analizar e interpretar la interacción de cada efecto simple por separado, aunque para evaluar el efecto del tratamiento, se ha de comparar la diferencia observada después de analizar el efecto de la interacción. Estos resultados son confirmados por Green (2007), quien observa en una muestra de estudiantes universitarios ciertas dificultades en la interpretación de la interacción.

Otros autores como Pardo *et al.* (2007) han analizado el uso del análisis de varianza en las principales revistas de Psicología. Los autores señalan que el porcentaje de errores en la interpretación que se realiza sobre la interacción entre factores en artículos de investigación asciende aproximadamente al 75%. Los autores sugieren que este error puede ser debido al uso frecuente del paquete estadístico SPSS para el análisis, ya que este no permite realizar un estudio de la interacción en forma directa, ni efectuar los contrastes que aíslan el efecto de la interacción en los diseños factoriales

## ■ Metodología

### 3.1. Muestra

La muestra estuvo formada por un total de 224 estudiantes de segundo año de la Licenciatura en Psicología en la Universidad de Huelva, España, que cursaban la asignatura de Análisis de Datos II, que es obligatoria en el segundo curso de estudios. Los estudiantes habían cursado estadística descriptiva y probabilidad en la asignatura Análisis de Datos I y acababan de finalizar el estudio del análisis de la varianza. El cuestionario fue parte de la evaluación de la asignatura para asegurar que estudien el tema.

### 3.2. Cuestionario

Para analizar su comprensión se les dio un cuestionario, que estuvo formado por seis ítems de opción múltiple (tres opciones por ítem). Dicho cuestionario se elaboró en forma rigurosa a partir de una definición semántica del constructo “comprensión del análisis de varianza”, delimitando las unidades de contenido que se evaluaban. A partir del estudio del marco referencial y de ítems disponibles en pruebas de evaluación realizadas con anterioridad a estudiantes similares a los que participan en el estudio se construyó un banco de ítems (tres ítems para cada contenido evaluado). Se mandó el banco de ítems a un total de 10 investigadores expertos en inferencia estadística y su didáctica y se seleccionaron los utilizados mediante juicio de expertos. Previo a su uso con los estudiantes, se realizó una prueba piloto. Los estudiantes resolvieron el cuestionario individualmente y por escrito. A continuación, se presentan los ítems analizados en el trabajo, donde se han marcado las opciones correctas con cursiva:

*Ítem 1* Para mejorar la psicomotricidad de los niños de primaria, una maestra cree que ayudarán unas nuevas actividades físicas. La maestra divide aleatoriamente su grupo de trabajo en tres partes iguales. A cada grupo le aplica un tipo de ejercicio diferente, pues desea saber qué tipo de ejercicios le dará mejores resultados. De las técnicas estadísticas que siguen, ¿cuál debería aplicar la maestra para comprobar si los métodos que aplica son diferentes?

- a. Contraste de hipótesis t sobre medias independientes.
- b. Contraste de hipótesis t sobre medias relacionadas.
- c. *Análisis de varianza de un factor completamente aleatorizado.*

*Ítem 2* Un investigador utilizará un análisis de varianza de dos factores, efectos fijos y completamente aleatorizado cuando:

- a. En el estudio haya dos variables dependientes.

- b. En el estudio haya una variable independiente, con dos niveles seleccionados al azar.
- c. En el estudio haya dos variables independientes, cada una con dos o más niveles.

*Ítem 3* Los supuestos de aplicación del análisis de varianza de dos factores, efectos fijos y completamente aleatorizado son:

- a. Independencia de las observaciones, normalidad de las distribuciones, y aditividad
- b. Independencia de las observaciones, igualdad de varianza y aditividad.
- c. Independencia de las observaciones, normalidad de las distribuciones e igualdad de varianzas.

*Ítem 4* El análisis de varianza de dos factores, con efectos fijos, descompone la variabilidad total en los siguientes componentes:

- a. Variabilidad total = V. entre grupos + V. error
- b. Variabilidad total = V. entre grupos + V. entre sujetos + V. error
- c. Variabilidad total = V. factor A + V. factor B + V. interacción + V. error

*Ítem 5* Si en un Análisis de varianza de un factor, y medidas repetidas encuentro que la F empírica u observada toma un valor de 8,16 esto quiere decir que:

- a.  $CM_{entregrupos} / CM_{error} = 8,16$
- b.  $CM_{entresujetos} / CM_{error} = 8,16$
- c.  $CM_{entregrupos} / CM_{intrasujetos} = 8,16$

*Ítem 6* A partir de la información de la Tabla (ítem 6) se quiere estudiar el efecto de ciertas variables motivacionales sobre el rendimiento en tareas de logro. Se manipularon dos variables: “tipo de entrenamiento motivacional” (A1: instrumental; A2: atribucional y A3: control) y “clima de clase” (B1: cooperativo; B2: competitivo y B3: individual). Se seleccionaron a 45 sujetos y se dividieron en grupos para cada condición experimental.

**Tabla 1.** (ítem 6).

Fuente de variación	SC	GL	El valor del sumatorio cuadrado para el Factor B (Tabla ítem 6) es:
CM    F			
Factor A	70		a. 15,65
Factor B			b. 35
20			c. 40
Interacción AB			
3,91			
Error	46	1,278	
Total	176	44	

Elaboración del autor.

En la Tabla 2 se describe el contenido evaluado por cada ítem y a continuación describimos brevemente la solución esperada en cada uno de ellos.

**Tabla 2.** Especificaciones del contenido del cuestionario por ítem.

Contenidos de análisis de varianza	Ítems					
	I1	I2	I3	I4	I5	I6
Selección adecuada de un modelo de análisis de varianza para resolver un problema	X	X				
Diferencia entre variable dependiente e independiente		X				
Reconocimiento de los supuestos del modelo			X			
Interacción en análisis de varianza				X	X	
Descomposición de la varianza en un modelo				X		
Cálculos utilizados para la tabla ANOVA					X	X

Elaboración del autor.

El *ítem 1* evalúa la comprensión de los estudiantes acerca de las situaciones en que debe emplearse el modelo de análisis de varianza con un factor y completamente aleatorizado, y de las diferencias entre las situaciones en que se usaría en su lugar una prueba *t* de diferencia de medias. Para esto se propone el enunciado de un problema de investigación y se presentan tres técnicas estadísticas, preguntando cuál debería aplicarse para resolver el problema del enunciado.

El *ítem 2* permite evaluar si el alumno comprende cuándo un investigador aplicará un análisis de varianza de dos factores con efectos fijos, así como también la diferencia entre variables dependientes e independientes y el rol que estas juegan, dependiendo del modelo que se escoja. Rubin y Rosebery (1990) advierten sobre la dificultad de distinguir entre variables dependientes e independientes en un modelo de análisis de varianza.

La pregunta que se hace en el *ítem 3* pretende evaluar la comprensión de los supuestos que deben cumplir las observaciones para aplicar el análisis de varianza. Dichos supuestos son la independencia de las observaciones, la normalidad de la distribución de la variable analizada y la igualdad aproximada de la varianza en cada grupo. El no cumplimiento de alguno de estos supuestos puede invalidar los resultados de la prueba, de ahí el interés de evaluar su conocimiento.

En el *ítem 4* queremos evaluar la capacidad de los estudiantes para asociar un modelo estadístico, de acuerdo con el estudio que se desea realizar de los datos. En este caso, se trata de un modelo de análisis de varianza de dos factores fijos completamente aleatorizado, que es el modelo más sencillo donde aparece el análisis del efecto de la interacción. Se ha evaluado la comprensión de este punto debido a que varios autores señalan a la interacción entre factores como el resultado peor interpretado entre los estudiantes de Psicología (Rosnow y Rosenthal, 1991; Pardo *et al.*, 2007), así como dificultades para comprender su relación con la interpretación de los efectos principales (Green, 2007).

Una vez elegido un modelo de análisis de varianza es necesario realizar una serie de cálculos a partir de los datos para estimar los diferentes componentes de la tabla de análisis de varianza y realizar los contrastes de hipótesis requeridos. Los *ítems 5* y *6* evalúan la comprensión de los estudiantes de los pasos que se deben seguir en dichos cálculos. En el *ítem 5* evaluamos la comprensión de algunos de los cálculos realizados para interpretar una tabla de análisis de varianza en el diseño de un factor con medidas repetidas. Más concretamente, se estudia si el alumno



comprende los conceptos de cuadrado medio entre e intra sujetos y del error, así como el modo en que intervienen en el cálculo del estadístico  $F$ . Mientras que en el ítem 6, se realizan preguntas sobre el cálculo de los valores que forman una tabla de análisis de varianza de dos factores.

En lo que sigue se realiza un resumen de los principales resultados obtenidos mediante este cuestionario.

## ■ Análisis de resultados

En la Tabla 2 se presenta una síntesis de los resultados obtenidos por ítem y en cada una de sus posibles opciones en la muestra de 224 estudiantes a los que se les pasó el cuestionario, donde se ha resaltado en negrita la solución correcta. Hacemos notar una comprensión media-alta del análisis de varianza en este grupo de estudiantes, donde, salvo el ítem 4, más de la mitad de la muestra y alrededor del 60% en algunos ítems dieron las respuestas correctas. A continuación, analizamos los resultados para cada ítem.

Notamos (Tabla 2) que el 50,9% de los estudiantes contestan correctamente al ítem 1, lo que nos indica que poseen una capacidad media de escoger el modelo que mejor se adecua al problema. Un 23,7% de la muestra, elige el distractor (a); aunque este grupo es capaz de diferenciar en el problema entre muestras independientes y relacionadas (Rubin y Rosebery, 1990), piensa que el problema se resuelve mediante el test  $t$  de comparación de dos muestras, es decir, no elige el procedimiento adecuado.

Otro 7,6 %, además de elegir incorrectamente el contraste  $t$ , confunde las muestras independientes y relacionadas. Un 17,9% parece no conocer el método que se debe elegir, ya que no responde al reactivo.

**Tabla 3.** Distribución de las respuestas en porcentaje por ítem y distractor.

Distractores	Ítems del cuestionario					
	I1	I2	I3	I4	I5	I6
a	23.7	4.9	11.2	5.8	<b>57.1</b>	3.6
b	7.6	9.8	4.0	12.5	7.1	4.0
c	<b>50.9</b>	<b>63.8</b>	<b>43.3</b>	<b>69.2</b>	21.9	<b>72.3</b>
Sin respuesta	17.9	21.4	41.5	12.5	13.8	20.1

Elaboración del autor.

Hemos encontrado un 63,8% de respuestas correctas en el ítem 2 (Tabla 3), lo que supone una dificultad de baja a moderada, a pesar de que Rubin y Rosebery (1990) advierten sobre la dificultad de distinguir entre variables dependientes e independientes en un modelo de análisis de varianza. Otro 4,9% de sujetos (distractor a) desconoce los supuestos del modelo de análisis de varianza de dos factores, confundiéndolo con la prueba  $t$  de muestras relacionadas, que podría aplicarse frente a esta tipología de datos. Un 9,8% (distractor b) confunde el modelo de análisis de varianza de dos factores con el de un factor con efectos fijos completamente aleatorizado. Es bastante alto el porcentaje de estudiantes que no responden el ítem (21,4%).

La importancia del cumplimiento de los supuestos del análisis de varianza dependerá del tipo de incumplimiento, pues si se viola la homogeneidad de varianzas, la prueba  $F$  sólo se verá afectada ligeramente en el modelo balanceado (el mismo tamaño de muestra en todos los tratamientos) con efectos fijos (Montgomery, 2005), pero es grave en caso de un modelo de efectos aleatorios. En el ítem 3 nos encontramos con un 43,3% de respuestas correctas

(Tabla 2), lo que muestra una dificultad moderada baja. Un 11,2% olvida que para aplicar este modelo es necesario que las varianzas tomadas para cada nivel deben ser estadísticamente iguales (principio de homocedasticidad). También un 4% olvida el supuesto de normalidad. A la hora de decidir la importancia del cumplimiento de este supuesto, se debe tener en cuenta que una desviación moderada de la normalidad no es motivo de gran preocupación para los modelos de efectos fijos (Montgomery, 2005). El ítem presenta un alto porcentaje de no respuesta (41,5%). No hemos encontrado investigaciones que evalúen la comprensión por parte de los estudiantes de los supuestos en las pruebas de análisis de varianza.

Obtuvimos un 69,2% (Tabla 2) de respuestas correctas en el ítem 4. Un 5,8% de la muestra confunde la descomposición de la variabilidad total de los datos con la de un modelo de análisis de la varianza de un factor. También un 12,5% de la muestra confunde la descomposición de la variabilidad de un modelo de dos factores con el que corresponde a un modelo de un factor y medidas repetidas, mientras que 12,5% de la muestra no responde.

Si bien más de la mitad de la muestra evaluada es capaz de asociar un modelo estadístico adecuado al análisis de varianza de dos factores, un 21% no está asociando la existencia de interacción con el modelo completo de análisis de la varianza de dos factores fijos. Al respecto, varios autores señalan a la interacción entre factores como el resultado peor interpretado entre los estudiantes de Psicología (Rosnow y Rosenthal, 1991; Pardo *et al.*, 2007), así como dificultades para comprender su relación con la interpretación de los efectos principales (Green, 2007). Somos conscientes, en consecuencia, que se debe continuar tratando el tema con mayor profundidad, sobre todo al tratarse de estudiantes de la carrera Psicología, los cuales no tienen costumbre de manejar en su vida académica modelos matemáticos.

El ítem 5 resultó con un nivel medio de dificultad, ya que un 57,1% (Tabla 2) lo responde correctamente. Un 7,1% elige el distractor (b), confundiendo la varianza entre grupos con la varianza entre sujetos. En tanto que el 21,9% piensa que en el análisis de varianza de medidas repetidas se debe observar la interacción entre las variables sujeto-grupo, coincidiendo con la dificultad observada en la investigación de Green (2007). No contamos con antecedentes para esta pregunta, por lo que se trata también de un aporte de nuestra investigación.

Con un nivel medio bajo de dificultad resultó el ítem 6, se observa un 72,3% de respuestas correctas (Tabla 2). Un 3,6% elige el distractor (a) que da el valor del  $F$  observado para ese factor, confundiéndolo con la suma de cuadrados. Otro 4% confunde el valor del sumatorio cuadrado para el factor B con el de la media cuadrática para el otro factor. Existe un alto porcentaje que no responde a la pregunta (20,1%). Es posible notar que en este ítem la mayoría de los estudiantes recuerda y ha comprendido el cálculo, pero una proporción importante no lo recuerda, puesto que no lo resuelve.

## ■ Conclusiones e implicaciones

En nuestro trabajo se han observado dificultades de los estudiantes en la comprensión de algunos elementos del análisis de varianza.

La mayor cantidad de respuestas correctas la encontramos en la descomposición de la variabilidad total en un modelo de análisis de varianza de dos factores fijos completamente aleatorizado (69,2%), aunque el 20% no tuvo en cuenta el papel fundamental de la interacción coincidiendo con Pardo *et al.* (2007). El porcentaje más bajo de aciertos (43,3%) se obtuvo en relación con los supuestos de aplicación, con un porcentaje muy alto de no respuesta (41,5%). Respecto la elección de un modelo en un problema contextualizado, el principal problema fue la interpretación de la diferencia entre muestras independientes y dependientes y un 50,9% respondió exitosamente. Respecto al cálculo, resultó más difícil (57,1%) interpretar un modelo de medidas repetidas que uno de dos factores (72,3%), debido a la cantidad de pasos que se deben cumplimentar para obtener el valor de una  $F$  empírica a partir de una suma de cuadrados o la media de cuadrados de alguna fuente de variación. Todas estas dificultades muestran



puntos en que se debe reforzar la enseñanza, si se quiere que los futuros profesionales apliquen correctamente este método estadístico.

Como en otros trabajos previos (e.g., Cañadas, 2012; Díaz, 2007) estos resultados confirman que la inferencia estadística plantea problemas de comprensión en los estudiantes de Psicología, quienes no poseen una base matemática tan amplia como en carreras científicas o técnicas. Sugerimos que la enseñanza debiera complementarse con actividades basadas en la simulación, que es hoy día un instrumento didáctico potente para explorar conceptos o métodos estadísticos abstractos, plantear trabajos basados en proyectos usando datos reales como fuente de interpretación de los diseños estadísticos. Puesto que las mismas dificultades se pueden hallar entre estudiantes de Educación, Sociología, Antropología, entre otros, por lo que pensamos que parte de los resultados que hemos encontrado se pueden extender a estudiantes de otras ramas de las Ciencias Sociales.

## ■ Referencias bibliográficas

- Alvarado, H. (2007). *Significados del teorema central del límite en la enseñanza de la estadística en ingeniería*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2019). Statistical sense in the information society. En K. O. Villalba-Condori, A. Adúriz-Bravo, F. J. García-Peñalvo y J. Lavonen (Eds.), *Proceedings of the Congreso Internacional Sobre Educación y Tecnología en Ciencias – CISETC* (pp. 28-38). Aachen, Germany: CEUR-WS.org.
- Batanero, C. (2000). Controversies around the role of statistical tests in experimental research. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 75-98.
- Cañadas, G. (2012). *Comprensión intuitiva y aprendizaje formal de las tablas de contingencia en alumnos de psicología*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Castro Sotos, A. E., Vanhoof, S., Van den Nororgate, W., Onghena, P. (2007). Student's misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistical education. *Educational Research Review*, 2 (2), 98-113.
- Chance, B. L., delMas, R. C., y Garfield, J. B. (2004). Reasoning about sampling distributions. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 295-324). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Díaz, C. (2007). *Viabilidad de la enseñanza de la inferencia bayesiana en el análisis de datos en psicología*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Díaz, C., Batanero, C. y Wilhelmi, M. R. (2008). Errores frecuentes en el análisis de datos en educación y Psicología. *Publicaciones*. 35, 109-133.
- Engel, J. (2017). Statistical literacy for active citizenship: A call for data science. *Statistics Education Research Journal*, 16(1), 44-49.
- Estepa, A. y del Pino J. (2013). Elementos de interés en la investigación didáctica y enseñanza de la dispersión estadística. *Números*, 83, 43-63.
- Green, K. E. (2007). Assessing understanding of the concept of interaction in analysis of variance. Trabajo presentado en la *IASE/ISI-Satellite Conference on Assessing Student Learning in Statistics*. Guimarães, Portugal: International Statistical Institute.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D.; Batanero, C.; Font, V. (2019), The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38-43.
- Harradine, A., Batanero, C. y Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education* (pp. 235-246). New York: Springer.
- Montgomery, D. (2005). *Diseño y análisis de experimentos*. Mexico: Limusa.
- Moses, L. E. (1992). The reasoning of statistical inference. In D. C. Hoaglin y D. S. Moore (Eds.), *Perspectives on contemporary statistics* (pp. 107-122). Washington, DC: Mathematical Association of America.

- Pardo, A., Garrido, J., Ruiz, M.A. y San Martín, R. (2007). La interacción entre factores en el análisis de la varianza: error de interacción. *Psicothema* 19 (2), 343-349.
- Reading, C. y Reid, J. (2005). Consideration of variation: A model for curriculum development. En G. Burrill y M. Camden (Eds.), *Curricular Development in Statistics Education: International Association for Statistical Education 2004 Roundtable* (pp. 36-53). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Reading, C., & Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201-226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Rosnow, R. L. y Rosenthal, R. (1991). If you're looking at the cell means, you're not looking at only the interaction (unless all main effects are zero). *Psychological Bulletin*, 110, 574-576.
- Rubin, A. y Rosebery, A. S. (1990). Teachers' misunderstandings in statistical reasoning; evidence from a field test of innovative materials. En A. Hawkins (Ed.) *Training teachers to teach Statistics* (pp. 72-89) Voorburg, The Netherlands: ISI.
- Trigo, M. E., López, J., Martínez, R. y Moreno, R. (2005). Propiedades psicométricas de un conjunto de pruebas en función del contenido, tipo y número de opciones de respuesta. *Iberpsicología*, 10, 8-14.
- Vallecillos, A. (1994). *Estudio teórico experimental de errores y concepciones sobre el contraste de hipótesis en estudiantes universitarios*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Vera, O. (2008). *Dificultades de estudiantes universitarios en algunos conceptos de diseño experimental*. Tesis de Master. Universidad de Granada.
- Vera, O. (2015). *Comprensión de conceptos elementales del análisis de varianza por estudiantes universitarios*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Vera, O. D., Díaz, C. y Batanero, C. (2011). Dificultades en la formulación de hipótesis estadísticas por estudiantes de Psicología. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 27, 41-61.