

UM ESTUDO DAS SITUAÇÕES-PROBLEMA ENVOLVENDO O CONHECIMENTO GEOMÉTRICO DE ESPAÇO E FORMA NO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM)

A STUDY OF PROBLEM SITUATIONS INVOLVING GEOMETRIC KNOWLEDGE OF SPACE AND FORM IN THE NATIONAL MIDDLE EDUCATION EXAM (ENEM)

Marger Conceição Ventura Viana, Ednardo Teixeira Leão, José Fernandes Silva
Universidade Federal de Ouro Preto, Escola Estadual Dom Pedro II, Instituto Federal de Minas Gerais, (Brasil)
margerv@terra.com.br, ednardotleao@hotmail.com, jose.fernandes@ifmg.edu.br

Resumo

Esta pesquisa objetivou analisar o desenvolvimento de habilidades auxiliares para resolução de problemas envolvendo conhecimentos geométricos sobre espaço e forma conforme Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). É uma investigação qualitativa com levantamento documental, observação e análise de protocolos escritos pelos participantes. Foram realizados cinco encontros com cinco professores da educação básica em Ouro Preto-MG. Os resultados mostram que os professores que trabalham com Geometria devem atentar para o fato de que as habilidades requeridas nesta área do ENEM vão além do formalismo clássico de fórmulas e exercícios, pois demandam habilidades de percepção, construção, representação, concepção e visualização.

Palavras chave: conhecimento geométrico, habilidade, situação-problema, avaliação da aprendizagem

Abstract

This research aimed to analyze the development of auxiliary problem solving skills involving geometric knowledge about space and form according to the National Exam of Middle Education (ENEM). It is a qualitative investigation with documentary survey, observation and analysis of protocols written by the participants. Five meetings were held with five teachers of basic education in Ouro Preto-MG. The results show that teachers who work with Geometry should pay attention to the fact that the skills required in this area of National Exam of Middle Education go beyond the classic formalism of formulas and exercises, as they require skills of perception, construction, representation, design and visualization.

Key words: geometric knowledge, skill, problem-situation, learning assessment

■ Introdução

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), por ter se tornado porta de entrada para a universidade, tem definido, de certa forma, os rumos do que se busca ensinar nas escolas do Brasil. Tal fato justifica realizar investigações sobre este exame e suas repercussões nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Um levantamento com dados oficiais fornecidos pelo Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), revelou que a habilidade “resolver situações-problema envolvendo o conhecimento geométrico de espaço e forma” (Brasil, s/d, s/p) é uma das mais cobradas no contexto do ENEM.

E uma breve análise dos documentos oficiais, em particular, nos relatórios do ENEM (Brasil, 1999a, 2001, 2014), mostrou que em todos eles existia, implícita ou explicitamente, menção a conhecimentos geométricos, requisitados em todos os níveis da Educação Básica, mostrou que em todos eles existia, implícita ou explicitamente, menção a conhecimentos geométricos, requisitados em todos os níveis da Educação Básica.

As orientações curriculares como a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) aponta a importância da Geometria por esta envolver um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento (Brasil, 2019).

De fato, a Geometria é importante e necessária para descrever o mundo em que se vive, “podendo ser considerada como a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade, sendo, portanto, fundamental na formação dos alunos” (Passos, 2000, p.1). Logo, resolver situações-problema relativas à Geometria é habilidade indispensável a qualquer estudante, pois contribui até no pleno exercício da cidadania. Diante do exposto, para esta investigação foi elaborada a questão de investigação: “Como uma proposta de atividade pode possibilitar o desenvolvimento de habilidades auxiliares para a de resolver situações-problema envolvendo o conhecimento geométrico de espaço e forma, da Matriz de Referência do ENEM?”

Portanto é preciso examinar que tipos de habilidade são necessários para resolver situações-problema, particularmente as que envolvem o conhecimento geométrico de *espaço* e *forma* da Matriz de Referência do ENEM.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN) sugerem que o trabalho adequado com Geometria pode desenvolver as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca (Brasil, 1999b).

■ Marco teórico

Para apresentar como surgiram os conhecimentos geométricos e sua importância, tomam-se como fundamento Machado (1998, 2009) e Gazire (2000). E, para apresentar os níveis de raciocínio hierárquicos e sequenciais do modelo de van Hiele, relacionando-os a diversas habilidades necessárias ao desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, foram consultados diversos pesquisadores, como Lauro (2007), Hoffer (1981) e Vieira (2010).

Para Machado (1998), os primeiros conhecimentos geométricos surgiram de resultados empíricos relacionados às necessidades humanas da época, como construções arquitetônicas, cálculos de áreas e volumes, medições de terra, o que indica “que este ramo da Matemática é muito importante para a formação do cidadão” (Gazire, 2000, p. 73). De fato, este ramo da Matemática tem um significado reconhecido por diversas concepções filosóficas a partir de Platão (Machado, 1998). Além disso, nenhum assunto “presta-se mais à explicitação da impregnação entre a Matemática e a Língua Materna bem como a uma estruturação compatível da ação docente do que a Geometria” (Machado, 1998, p. 137).

Euclides realizou a sistematização dos conhecimentos geométricos em “Os Elementos”, superando a simples coleta de dados e técnicas (Gazire, 2000). Segundo Machado (2009, p.31), “o sistema formal elaborado por Euclides para a Geometria (...) [tinha] como termos primitivos as noções de ponto, reta e plano, definindo novos termos a partir desses”.

Machado (2009, p.31) mostra que Euclides também assumiu outros cinco princípios, os *axiomas*, mais amplos, “de natureza que julgava lógica e que seriam utilizados em todas as matérias e não somente na Geometria” (Machado, 2009, p. 31).

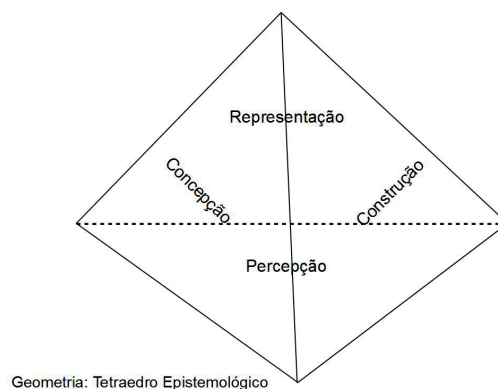
A estruturação da Geometria feita por Euclides pode ser compreendida como: Noções primitivas → Definições Postulados → Teoremas →

A impossibilidade de demonstrar o quinto postulado de Euclides, a partir dos outros quatro, “foi possível construir outro sistema geométrico diferente, simplesmente refutando o quinto postulado de Euclides e propondo outro em seu lugar” (Gazire, 2000, p. 113). Com isto surgiram novas Geometrias que podem subsidiar na constituição do conhecimento matemático, fundamental para a evolução da sociedade.

Machado (1998, p.142) caracteriza o desenvolvimento do conhecimento geométrico em quatro etapas, *percepção, construção, representação e concepção*: “articulam-se mutuamente, configurando uma estrutura a partir da qual, de modo metafórico, pode-se aprender o significado e as funções do ensino da Geometria”.

Como salienta Machado (1998), as etapas não são fases que se sucedem, pois interagem e por isso podem ser representadas simbolicamente por um tetraedro, ilustrado na Figura 1.

Figura 1. Tetraedro Epistemológico.



Fonte: Machado (1998, p. 143).

As faces do tetraedro “alimentam-se mutuamente: são como átomos em uma estrutura com características moleculares, que não pode ser subdividida sem que se destruam as propriedades fundamentais da substância correspondente. Isoladamente, qualquer uma das faces desse tetraedro tem um significado muito restrito” (Machado, 1998, p.144).

Lauro (2007) explica cada uma das faces:

- A percepção refere-se à observação e à manipulação de objetos materiais – atividades sensoriais – e à caracterização das formas mais frequentes presentes no mundo à nossa volta. A percepção ocorre por meio de

atividades empíricas. Este processo precisa ser desenvolvido desde as séries iniciais do ensino e relaciona-se diretamente com os demais.

- A construção refere-se à produção de materiais que possam ser manipulados, ou seja, à elaboração de objetos em sentido físico. A construção pode ocorrer com a utilização de massas de modelar, sabão em pedra, madeira, acrílico, papel, varetas, por exemplo. Em certo sentido, a construção reforça a percepção, bem como esta última estimula a construção.

- A representação refere-se à reprodução, por meio de desenhos, de objetos percebidos ou construídos. Neste sentido, fazemos referência ao Desenho Geométrico, bem como à Geometria Projetiva e à Geometria Descritiva. Em qualquer um desses contextos, a representação favorece e é favorecida pela percepção e pela construção.

- A concepção refere-se à organização conceitual, à busca do conhecimento geométrico por meio do raciocínio lógico-dedutivo e da teorização. Diz respeito à sistematização do conhecimento geométrico; ao exercício da lógica, aos elementos conceituais, onde tem predomínio as definições formais, o enunciado preciso de propriedades, proposições e teoremas com suas demonstrações, sejam elas formais ou informais. A concepção é favorecida pela percepção, representação e construção, mas também favorece essas dimensões (Lauro, 2007, p.26-27).

Vieira (2010, p.25), informa que o modelo proposto por van Hiele (Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geoldof pesquisadores holandeses) é “um esquema de compreensão do aluno através de níveis de raciocínio hierárquicos e sequenciais: visualização ou reconhecimento, análise, ordenação ou dedução informal e dedução formal são apresentados com detalhes na tese doutoral de Nasser (1997).

Vieira (2010), em sua dissertação de mestrado, notifica que Hoffer (1981), identificou cinco tipos de habilidades que o aluno deve possuir para entender Geometria, em cada um dos níveis do modelo de van Hiele: visuais, verbais, de desenho, lógicas e aplicadas e que ao cruzar essas cinco habilidades com os cinco níveis (de Van Hiele), encontrou 25 cruzamentos, que mostram o desenvolvimento do aluno em cada habilidade e em cada nível. Estes estão dispostos num quadro encontrado em Vieira (2010).

Quanto à expressão situação-problema, esta pode ser considerada polissêmica, pois não há consenso sobre o seu significado.

[Situação-problema é] uma situação didática na qual se propõe ao sujeito uma tarefa [pergunta, problema] que ele não pode realizar sem efetuar uma aprendizagem precisa. É essa aprendizagem, que constitui o verdadeiro objetivo da situação problema, e se dá ao vencer o obstáculo na realização da tarefa (Meirieu, 1998, p.192).

Conclui-se dessa definição que a situação-problema tem como objetivo uma aprendizagem, que se dará quando o sujeito cumprir a tarefa solicitada.

Para Macedo (2002, p.120) situação-problema é “uma situação de aprendizagem [que] coloca um desafio intelectual, algo a ser superado. Ela pede antecipação dos resultados, planejamento, correr riscos, portanto, reflexão, tematização, disputa, enfrentamento de conflitos, tensões, paradoxos, alternativas diversificadas ou argumentações”. E acrescenta: “as situações-problema propõem uma tarefa onde o sujeito deve mobilizar recursos, ativar esquemas e tomar decisões” (p. 125) que é mais do que resolver um problema, pois implica mobilizar valores, estabelecer raciocínios, enfrentar dilemas e decidir pelo que se julga melhor, mais justo, mais condizente para o sujeito e para a sociedade à qual pertence” (p. 127). E indicando que há relação entre situação-problema e competência, considera que “competência é saber mobilizar recursos afetivos [e] cognitivos”. Isso significa:

saber agir, saber dizer, saber comunicar, saber fazer, saber explicar, saber compreender, saber encontrar a razão, ou seja, a competência é aquilo que organiza e que, portanto, dá base para que algo possa realizar-se enquanto representação, pensamento, ação, compreensão ou sentido (Macedo,2002, p.123-124).

Então, para enfrentar uma situação problema, são necessárias competências, que, por sua vez, “manifestam-se em um conjunto, por meio da articulação de diversas habilidades” (Alessandrini, 2002, p.164). E por habilidade, Oliveira (2018) compreende como:

A possibilidade de um indivíduo concretizar algo, seja isso uma operação matemática, uma interpretação de texto ou de um desenho. Assim, para que uma habilidade seja posta em prática, é preciso ofertar situações de aprendizagem que proporcionem desenvolvimento cognitivo, afetivo e social (Oliveira, 2018, p. 2).

Machado (2002) explica que uma “competência está sempre associada a uma mobilização de saberes. Não é um conhecimento ‘acumulado’, mas a virtualização de uma ação, a capacidade de recorrer ao que se sabe para realizar o que se deseja o que se projeta” (Machado, 2002, p. 145, grifos do autor).

Dos documentos oficiais, a BNCC (Brasil, 2019, p. 8) e o Currículo Referência de Minas Gerais (2018) definem competência “como mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana”.

Entre as 10 competências gerais para a Educação Básica, indicadas pela BNCC duas delas mencionam resolver problemas (Brasil, 2019).

Porém, de qualquer forma, “competências, situações-problema, e habilidades sempre foram questões fundamentais para nossa sobrevivência em todos os sentidos” (Macedo, 2002, p.124). No contexto do ENEM, uma situação-problema define-se por uma questão que coloca um problema, ou seja, faz uma pergunta e oferece alternativas, das quais apenas uma corresponde ao que é certo quanto ao que foi enunciado. Para isso, a pessoa deve analisar o conteúdo proposto na situação-problema e recorrendo às habilidades (ler, comparar, interpretar, etc.) decidir sobre a alternativa que melhor expressa o que foi proposto (Macedo, 2005, p.30).

As competências e habilidades são requeridas no ENEM por situações-problema que são apresentadas como questões de múltipla escolha e o candidato, para resolvê-las, tem de recorrer a habilidades.

Macedo (2005) afirma que uma das características importantes de uma competência é, “segundo Perrenoud, desafiar o sujeito a mobilizar os recursos no contexto de situação-problema para tomar decisões favoráveis ao seu objetivo ou metas” (Macedo, 2005, p.29-30), isto é, resolver a questão.

Ainda se referindo a competências e habilidades, Macedo (2005) diz que não são natas. São desenvolvidas na escola, na família e na sociedade. Algumas, mais específicas, na escola. Particularmente a habilidade de resolver situações-problema envolvendo conhecimento geométrico de *espaço e forma*, tratada neste trabalho (Habilidade 8 da Matriz de Referência do ENEM). Portanto as situações-problema trazem um desafio, algo que só é efetivamente solucionado se o resolvente manifestar um conjunto de habilidades necessárias, consolidadas em uma competência adquirida durante sua formação.

No ENEM, “utilizam-se três eixos organizadores na elaboração dos itens da prova: a contextualização, a situação-problema e a interdisciplinaridade” (Brasil, 2006, p.67).

■ Método

Considerando as características de um estudo qualitativo, a pesquisa pode ser classificada como estudo de caso qualitativo, pois relacionar habilidades auxiliares para a Habilidade 8 da Matriz de Referência do ENEM pode ser considerada um estudo de caso, pois se caracterizou a peculiaridade de inserção no contexto de resolver situações-problema envolvendo o conhecimento geométrico de espaço e forma com um grupo de cinco professores.

A peculiaridade deste caso consiste, pois, na explicitação de habilidades auxiliares e a discussão de habilidades contidas na Matriz de Referência do ENEM que podem ser requeridas na resolução de determinada situação-problema.

Yin (2005) explicita que, no estudo de caso, os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos. Assim, ressalta-se que os limites devem ser esclarecidos, pois, para a resolução de situações-problema relacionadas com o conhecimento geométrico de *espaço e forma*, as habilidades da Matriz de Referência podem ser consideradas insuficientes. Então se selecionaram habilidades auxiliares com o intuito de facilitar a compreensão de aspectos relacionados à Habilidade 8.

Com o objetivo de validar a pesquisa por meio da triangulação, para a produção de dados, foram considerados compatíveis com o tipo de pesquisa quatro instrumentos/técnicas: observação, entrevista individual, grupo focal e análise documental. Para registrar as informações, foram utilizados gravação em áudio e vídeo, microdado do INEP relativo ao ENEM, anotação registrada no diário de campo, e registro documental das atividades propostas (feito no papel pelos participantes), pois na pesquisa qualitativa a palavra escrita ocupa lugar de destaque. Esses instrumentos ajudaram na captação do ocorrido durante a realização dos encontros.

Foram analisados documentos oficiais correspondentes ao assunto e feita uma pesquisa bibliográfica que destacou a revisão da literatura sobre o tema.

O conhecimento geométrico de *espaço e forma* foi abordado por meio de atividades que levassem ao desenvolvimento das habilidades auxiliares necessárias às habilidades para resolução de situações-problema que estivessem relacionadas ao conhecimento geométrico de espaço e forma.

Os encontros

Os pesquisadores organizaram as atividades a serem realizadas em quatro encontros. Elas eram de natureza exploratória e procuravam desenvolver habilidades relacionadas à resolução de situações-problemas envolvendo o conhecimento geométrico de *espaço e forma*. E trabalhar pré-requisitos necessários à resolução das situações-problema propostas em questões do ENEM. Portanto as questões selecionadas dessas provas eram propulsoras de atividades que foram pensadas para relembrar ou desenvolver habilidades relacionadas aos tópicos programados.

No primeiro encontro, após esclarecidos os objetivos da pesquisa, os professores aceitaram a participação, e, então leram, assinaram e devolveram aos pesquisadores o Termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE).

Então a pesquisa de campo foi feita durante cinco encontros realizados no período de seis meses com a participação de 5 professores de Matemática de escolas públicas de Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil. Nos quatro primeiros os professores realizaram as atividades propostas destinadas à resolução de duas situações-problema relacionadas à Geometria Plana e Espacial (escolhidas do ENEM) que eram analisadas, refletidas e resolvidas e que as discutiram, também, num quinto encontro destinado a um Grupo Focal sobre o trabalho realizado.

Então, os participantes elaboraram conclusões sobre a possibilidade do desenvolvimento dessas habilidades auxiliares. Foi utilizada a Análise de Conteúdo (Bardin, 1997).

■ Resultados

No primeiro encontro foram realizadas quatro atividades: Jogo dos 7 erros; atividades de simetria; sobre construção de quadrado e triângulo; sobre cálculo de área e atividades sobre observação e cálculo. Seus objetivos eram desenvolver habilidades de desenho e reconhecer outras habilidades relacionadas ao desenvolvimento de atividades sobre triângulos. No final do Encontro foram analisadas e resolvidas duas questões do ENEM do ano de 2012.

Sobre o Jogo dos Sete Erros:

Foram distribuídos três Jogos dos Sete Erros (Leão, 2019) para que os professores participantes os encontrassem. Pode-se inferir que a habilidade de visualização estava atrelada à comparação de cada parte das figuras em cada um dos três Jogos dos Sete Erros. Posteriormente, no Grupo focal os participantes concordaram que as habilidades de visualização e comparação foram as mais importantes para o desenvolvimento desta atividade, com o que concorda Hoffer (1981) apud Vieira (2010), pela habilidade visual, as pessoas reconhecem figuras diferentes de um desenho, bem como as informações rotuladas numa figura. Foi o que ocorreu nos três Jogos dos Sete Erros.

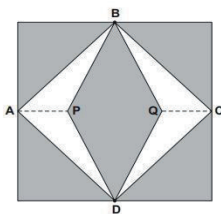
Em relação à habilidade de comparação, à qual os participantes se referiram com base no estabelecimento de paralelos entre duas figuras, infere-se que ela pode auxiliar no desenvolvimento das cobradas na Matriz de Referência do ENEM, a Habilidade 6- Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional e a Habilidade 7- Identificar características de figuras planas ou espaciais. Nos Jogos de Sete Erros vê-se a localização de objetos, as características e a representação no espaço bidimensional. Confirmam os PCN (Brasil, 1997): “o trabalho com Espaço e Forma centra-se, ainda, na realização de atividades exploratórias do espaço. (...) observando e manipulando formas, os alunos percebem as relações dos objetos no espaço” (p. 57). A atividade, além de ser lúdica, auxiliou na busca de detalhes, no exame de cada parte do todo para compará-la, não deixando de ser um exercício de lógica, pois compreendeu semelhanças e diferenças.

Comentários de alguns participantes (codificados como P1, P2, P3, P4 e P5): “Os primeiros [erros] a gente vê de cara, depois fica difícil. Tem uma coisa mínima aqui, será que é essa coisa mínima, mínima? (...) e com este colorido vai ser impossível. (...) ficará bem mais difícil de ver (P5). E P3 “elas [as atividades] são detalhes.” Corroborando essa interpretação, Hoffer (1981) apud Vieira (2010) confirma que, pela habilidade lógica, as pessoas percebem que há diferenças e semelhanças entre figuras.

A figura 2 tal a seguir, contém uma das duas questões do ENEM apresentadas ao final do primeiro encontro.

Figura 2. Primeira questão do Enem.

Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.



Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem $\frac{1}{4}$ da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R\$ 30,00 o m^2 , e outro para a parte mais clara (regiões ABPD e BCQD), que custa R\$50,00 m^2 . De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?

- | | | |
|----|-----------|----------|
| A) | | R\$22,50 |
| B) | R\$ | 35,00 |
| C) | R\$ | 40,00 |
| D) | R\$ | 42,50 |
| E) | R\$ 45,00 | |

Fonte: Enem (2012)

Indagados sobre as habilidades julgadas necessárias para resolver a questão apresentada, os professores citaram a habilidade de visualização e conteúdos ligados à Geometria. A interpretação das respostas mostrou que os participantes tinham dificuldades no reconhecimento de habilidades, evidenciando uma lacuna no entendimento quanto à explicitação das diferenças entre conteúdos e habilidades. Inferiu-se, pois, a necessidade de “concretizar o que significa, no âmbito do ensino de Matemática, o desenvolvimento de competências e habilidades” (PCN+, 2002, p. 108), o que indicava uma formação continuada que tivesse como objeto a discussão do assunto.

Machado (1998) considera a representação uma etapa que caracteriza o desenvolvimento do conhecimento geométrico, enquanto Lauro (2007, p. 27) diz o seguinte: “a representação refere-se à reprodução, por meio de desenhos, de objetos percebidos ou construídos”.

Os diálogos realizados pelos participantes mostraram que tiveram dificuldades que foram sanadas, pois, com exceção de P5, os outros realizaram a tarefa (construção de quadrados e triângulos) com sucesso, indicando que conseguiram desenhar esquemas.

Hoffer (1981) apud Vieira (2010) explica que é através da habilidade de desenho que as pessoas fazem esquemas de figuras, identificando cuidadosamente as partes dadas, em qualquer nível de aprendizagem da Geometria. De acordo com Hoffer (1981) apud Vieira (2010), pela habilidade de desenhar, no nível de análise proposto por van Hiele, as pessoas traduzem numa figura a informação verbal dada e a usam para desenhar ou construir outras figuras. No nível de ordenação ou dedução informal (como utilização dos dedos para determinação do ponto médio), as pessoas são capazes, a partir de certas figuras dadas, de construir outras relacionadas.

Pelas observações feitas pelos participantes ao responderem as questões confirma-se o que Hoffer (1981) apud Vieira (2010) explica: pela habilidade visual, no nível de dedução formal, as pessoas usam informação sobre uma figura para deduzir outras informações; pela habilidade lógica, no nível de análise, as pessoas percebem que propriedades podem ser usadas para distinguir as figuras; pela habilidade de aplicações, no nível de dedução formal, as pessoas são capazes de deduzir propriedades de objetos a partir de informações dadas ou obtidas.

Com a análise de conteúdo foi possível identificar categorias e subcategorias das habilidades desenvolvidas nas atividades propostas.

A habilidade de percepção foi desenvolvida/aprimorada nas atividades: Jogo dos Sete Erros, Construção de quadrados e triângulos, cálculo de áreas e outras desenvolvidas nos demais encontros. A habilidade se apresentou de diversas formas, denominadas subcategorias, que a compuseram e auxiliaram a realização com êxito das atividades propostas: observação de objetos, percepção de relações espaciais, relacionamento de vários objetos, manipulação de objetos, percepção de elementos geométricos e comparação. Então, à habilidade de percepção corresponderam as subcategorias: observação de objetos, percepção de relações espaciais, relacionamento de vários objetos, manipulação de objetos, percepção de elementos geométricos e comparação.

A habilidade de construção foi desenvolvida/aprimorada nas atividades: construção de quadrados e triângulos, e outras realizadas nos outros encontros. A habilidade se manifestou em formas que auxiliaram a concretização e compreensão das atividades propostas, as subcategorias: construção de figuras/sólidos, identificação de elementos geométricos e uso de materiais para construção de elementos geométricos. Assim, à habilidade de construção, corresponderam as subcategorias: reprodução de desenhos, representação de elementos geométricos e representação gráfica de conceitos.

A habilidade de representação foi desenvolvida/aprimorada nas atividades: Simetria, Construção de quadrados e triângulos e cálculo de área, e outras. A habilidade surgiu naturalmente, auxiliando o raciocínio com visualização através da produção de desenhos. À habilidade de representação corresponderam as subcategorias: reprodução de desenhos, representação de elementos geométricos e representação gráfica de conceitos.

A habilidade de concepção foi desenvolvida/aprimorada nas atividades: Cálculo da área de quadrado e triângulo, e em outras nos outros encontros. A habilidade sistematizou a percepção de padrões, auxiliando no entendimento de meios necessários para a resolução de situações oferecidas e apresentando-se em subcategorias: organização conceitual, busca do conhecimento geométrico, raciocínio lógico-dedutivo e teorização.

À habilidade de concepção corresponderam as subcategorias: organização conceitual, busca do conhecimento geométrico, raciocínio lógico-dedutivo e teorização.

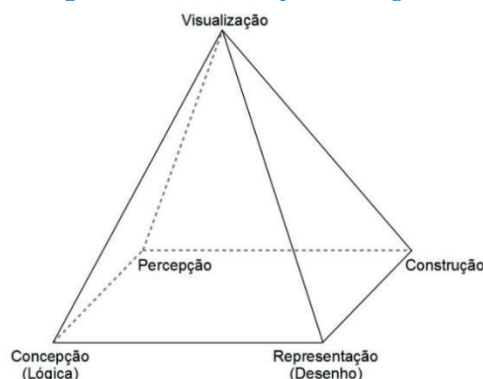
Finalmente, a habilidade de visualização foi desenvolvida/aprimorada nas atividades: Jogo dos Sete Erros, Simetria, Construção de quadrados e triângulos e outras desenvolvidas nos demais encontros. A habilidade se manifestou em duas subcategorias: visualização de elementos espaciais e visualização de elementos geométricos físicos.

■ Conclusões

As atividades desenvolvidas nos encontros correspondiam às habilidades: percepção, construção, representação, concepção, visualização. E a visualização se ligou diretamente às habilidades percepção, construção, representação e concepção, que, segundo Machado (2002), são as faces do Tetraedro Epistemológico, que explicam a caracterização do desenvolvimento do conhecimento geométrico.

Sendo assim, compreendeu-se que um novo sólido poderia explicar a construção do conhecimento geométrico de *espaço e forma*. Em vez do tetraedro apresentado por Machado (2002), em que os quatro vértices indicam faces, esta pesquisa apresenta a pirâmide de base quadrangular (figura 2) na qual os vértices da base são a concepção (ou lógica), a representação (ou desenho), a construção e a percepção. Como vértice da pirâmide está a visualização, ligada diretamente aos vértices da base, que são habilidades auxiliares necessárias a toda proposta de atividade que vise a possibilitar o desenvolvimento de aptidões auxiliares para a de resolver situações-problema envolvendo o conhecimento geométrico de espaço e forma.

Figura 3. Pirâmide Epistemológica.



Fonte: Leão (2019, p. 143).

As habilidades auxiliares destacadas são as ideias que guiaram as atividades propostas nos encontros, que foram desenvolvidas por professores de Matemática antes de serem programadas para os alunos. Isso porque os professores conheciam os assuntos abordados e tinham na prática um suporte para opinar sobre possíveis modificações a serem feitas. Suas observações auxiliaram o pesquisador “a ver o não visto” (Arcavi, 2003), podendo reformular ou adaptar as atividades com o intuito de elaborar de forma mais acertiva o que os alunos deviam fazer, para, além de executar um processo de aprendizagem, sentir prazer de aprender e, conseqüentemente, internalizar o conhecimento construído através das atividades realizadas.

Essas habilidades podem levar os alunos a ter um novo olhar para uma questão que requeira aptidões e a potencializar as chances de resolvê-la.

Um desafio, se encontra em buscar nas avaliações externas, como o ENEM, questões propulsoras para criar atividades que desenvolvam ou lapidem habilidades que possam auxiliar a construção do conhecimento matemático, seja ele geométrico ou não.

Com um currículo extenso, torna-se necessário, para construir habilidades, trabalhar com atividades que viabilizem a conexão entre aprendizados múltiplos. Elas devem ser construídas e testadas por professores e/ou pesquisadores para possibilitar nova forma de construir conhecimento evitando-se trabalhar com treinamento de questões, o que é tão difundido em certos níveis da escolaridade.

Pode haver prazer no desenrolar situações-problema e o raciocínio pode fluir mais facilmente, por poder acessar conhecimentos ou informações prévias já consolidadas em atividades construídas especificamente para isso.

■ Referências

- Alessandrini, C. D. (2002). O Desenvolvimento de Competências e a Participação Pessoal na Construção de um Novo Modelo Educacional. In: Perrenoud, P., Thurler, M. *As competências para ensinar no século XXI. A formação dos professores e o desafio da avaliação*. Tradução de Cláudia Schilling, Cristina Dias Alessandrini. Porto Alegre: Artmed, p. 157-176.
- Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. In: *Educational Studies in Mathematics*, 52, p. 215-241, 2003.
- Bardin, L. (1977). Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 70.
- Brasil (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: primeiro ciclo de alfabetização*. MEC/SEF: Brasília.
- Brasil (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais, terceiro e quarto ciclo da alfabetização*. MEC/SEF: Brasília.
- Brasil (1999a). *Relatório Final do Exame Nacional do Ensino Médio – 1998*; INEP/MEC, Brasília.
- Brasil (1999b). *Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. MEC/SEMT: Brasília.
- Brasil (2001). *Relatório Pedagógico 2000*. INEP/MEC, Brasília.
- Brasil (2002). *Parâmetros Curriculares Nacionais + Orientações Educacionais Complementares*. PCN+ MEC/SEMT: Brasília.
- Brasil (2006). *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. MEC/SEB: Brasília.
- Brasil (2014). *Relatório Pedagógico 2009-2010*. ENEM, INEP/MEC, Brasília.
- Brasil (2019). Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC/SEB. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>. Acesso em: 20 abr. 2020.
- Brasil (s.d). *Matrizes de Referência*. Portal do INEP, s/d, s/p. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz_referencia_enem.pdf. Acesso em 08/10/2017.
- Gazire, E. S. (2000). *O não resgaste das geometrias*. Tese de Doutorado em Educação (não publicada). Universidade Estadual de Campinas.
- Hoffer, Alan. (1981). Geometry is more than Proof. Trad. Antônio Carlos Brolezzi. *The Mathematics Teachers*, 74(1), 11-18.
- Lauro, M. M. (2007). *Percepção-Construção-Representação-Concepção. Os quatro processos do ensino da Geometria: uma proposta de articulação*. Dissertação de Mestrado em educação (não publicada). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.
- Leão, E. T. (2019). *Um estudo das situações-problema envolvendo o conhecimento geométrico de espaço e forma no ENEM no período de 2009 a 2017*. Dissertação de mestrado Educação Matemática (não publicada). Universidade Federal de Ouro Preto.

- Macedo, L. (2005). A situação-problema como avaliação e como aprendizagem. In: *Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) fundamentação teórico- metodológica*. Brasília: INEP/MEC, p.29-36.
- Macedo, L. (2002). Situação-Problema: Forma e Recurso de Avaliação, Desenvolvimento de Competências e Aprendizagem Escolar. In: Perrenoud, P., Thurler, M. *As competências para ensinar no século XXI*. Tradução de Cláudia Schilling, Cristina Dias Alessandrini. Porto Alegre: Artmed, p. 113-135.
- Machado, N. J. (1998) *Matemática e Língua Materna*. São Paulo: Cortez.
- Machado, N. J. (2009). *Matemática e realidade*. São Paulo: Cortez.
- Machado, N. J. (2009). Sobre a Ideia de Competência. In: Perrenoud, P., Thurler, M. *As competências para ensinar no século XXI*. Tradução de Cláudia Schilling, Cristina Dias Alessandrini. Porto Alegre: Artmed,137-155.
- Minas Gerais (2018). *Currículo Referência de Minas Gerais*.
- Minas Gerais. (2005). *Conteúdo Básico Comum, Belo Horizonte*, MG: Imprensa Oficial.
- Passos, C. L. (2000). B. *Representações, interpretações e prática pedagógica: A geometria na Sala de Aula*. Tese de Doutorado em Educação. Universidade Estadual de Campinas. São Paulo.
- Vieira, C. R. (2010). *Reinventando a geometria no ensino médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de geometria dinâmica e a teoria de van Hiele*. Dissertação (não publicada) de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil.
- Yin, R. K. *Estudo de caso: planejamento e métodos*. Tradução: Daniel Grassi. 3. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.