

TAREAS MATEMÁTICAS Y SU PUESTA EN PRÁCTICA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR

MATHEMATICAL TASKS AND THEIR IMPLEMENTATION IN THE DEVELOPMENT OF THE TEACHER'S SPECIALIZED KNOWLEDGE

Eugenio Lizarde Flores, Ana María Reyes Camacho, Francisco Javier Hernández Gutiérrez
Escuela Normal Rural “Gral. Matías Ramos Santos”, San Marcos, Loreto, Zacatecas. (México)
life_genio@yahoo.com.mx, anyreca0712@hotmail.com, frajaher_79@hotmail.com

Resumen

En el proceso de formación docente inicial cobra especial relevancia el diseño de tareas y su puesta en práctica en las escuelas de educación primaria, como una oportunidad para la construcción del conocimiento especializado del profesor que enseñará matemáticas en dicho nivel educativo; en esta investigación nos planteamos ¿cuál es el conocimiento especializado (Carrillo, Montes, Contreras, y Climent, 2017) que manifiestan los docentes en formación al diseñar y aplicar tareas matemáticas en la escuela primaria? Consideramos que hay una dialéctica diseño de tareas/conocimiento especializado y, a través de una “espiral analítica/reflexiva”, los futuros docentes reconocen relaciones de codeterminación entre ambos.

Palabras clave: Formación de profesores, conocimiento especializado, matemáticas

Abstract

In the initial teacher training process, the design of tasks and its implementation in primary schools are particularly relevant, as an opportunity to develop specialized knowledge of teachers who will teach mathematics at the aforementioned educational level. In this research, we ask ourselves, what is the specialized knowledge (Carrillo, Montes, Contreras, y Climent, 2017) showed by teachers in training when designing and applying mathematical tasks in primary school? We consider that there is a dialectic interrelationship, design of tasks / specialized knowledge and, through an “analytical / reflective spiral”, prospective teachers recognize relationships of co-determination between both, design of tasks and specialized knowledge.

Key words: teacher training, specialized knowledge, mathematics

■ Introducción

Ante el estado actual de la formación matemática en nuestro país (Lizarde, 2019), se hace necesaria una revisión crítica del tema, en múltiples dimensiones: desde la formación inicial y continua de profesores, desde el diseño curricular (tanto para la formación de profesores, como para la formación matemática de los estudiantes de la educación básica), desde los materiales curriculares que se le ofrecen al profesor (libros de texto, libros para el maestro), así como desde la concreción práctica de las disposiciones curriculares oficiales, pasando por la revisión del conocimiento profesional del profesor que se manifiesta en su práctica docente cotidiana.

Evidentemente cada uno de los aspectos enunciados en el párrafo anterior nos llevaría a la realización de una investigación específica y puntual; ante ello, con fines de establecer una delimitación, hemos hecho objeto de estudio la formación inicial de profesores y, dentro de ésta, nos interesa el aspecto del diseño de tareas matemáticas y su concreción en las aulas de la escuela primaria.

Son diversos los autores que se han ocupado del tema del diseño de tareas, algunos con una visión generalista (Smith y Stein, 1998) y otros con la especificidad al campo de la educación matemática (Ribeiro, Gibim, y Alves, 2021), sin embargo una coincidencia en ambos casos es que el diseño de tareas es por parte de expertos en el campo, sin embargo, ante una realidad ineludible, nosotros consideramos que es muy importante como campo emergente de análisis, el diseño y puesta en práctica de tareas matemáticas por parte de los docentes en formación, en quienes es parte de sus responsabilidades profesionales dicha actividad. Como complemento a dicha responsabilidad, el formador de profesores cumple un papel importante al orientar esos diseños de tareas, de tal manera que la interacción formador-docentes en formación-diseño de tareas matemáticas es necesario hacerla objeto de investigación en los procesos de formación docente inicial.

A partir de estas consideraciones, las preguntas de investigación quedan enunciadas en los siguientes términos ¿cuál es el conocimiento especializado (Carrillo, Montes, Contreras, y Climent, 2017) que manifiestan los docentes en formación al diseñar y aplicar tareas matemáticas en la escuela primaria? ¿cuáles y de qué naturaleza son los conocimientos que movilizan los docentes en formación cuando están diseñando tareas para la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria? ¿Qué fuentes reconocen explícitamente como aquellas que les proveen de los conocimientos que movilizan?

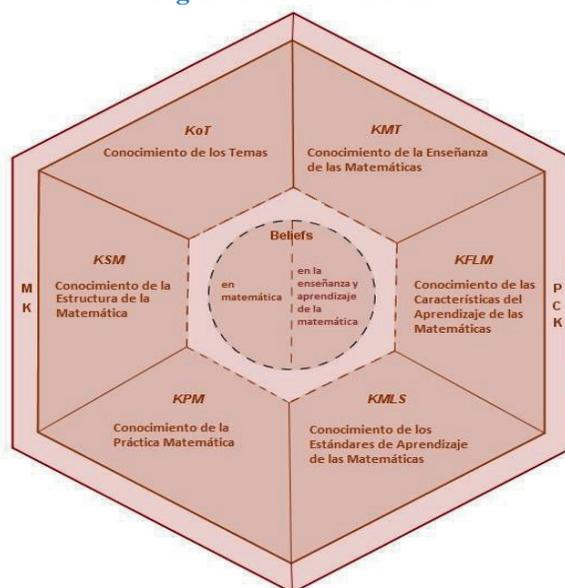
■ Marco teórico

Utilizamos como marco teórico dos categorías que están presentes en nuestra investigación: conocimiento especializado del profesor que enseñará matemáticas y tareas matemáticas.

En cuanto a la primera categoría, asumimos el posicionamiento del modelo MTSK – Conocimiento especializado del profesor de matemáticas- (Carrillo, Montes, Contreras, y Climent, 2017), el cual describimos brevemente.

El modelo MTSK se configura en la Universidad de Huelva, España, siguiendo las ideas de Shulman, (1987) y cuestionando el MKT propuesto por Ball, Hill, y Bass, (2005); en esencia es un modelo analítico que se propone con la finalidad de caracterizar los componentes del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Es muy importante precisar que en las intenciones pioneras para la estructuración del modelo, está presente la idea de la formación del profesor de matemáticas, a ello obedece la marcada precisión de que en éste sólo se consideran, en cada uno de sus subdominios, lo específico a matemáticas, no porque se desconozca o se descalifique el resto del conocimiento del profesor (por ejemplo, conocimientos de pedagogía en general o de psicología en general), sino sobre todo por el énfasis en lo especializado para la formación del profesor de matemáticas.

Figura 1. Modelo MTSK.



Tomado de: Carrillo, J., Montes, M., Contreras, L. C., y Climent, N. (2017).

Ahora bien, considerando que, en el caso de la Licenciatura en educación primaria de México, el maestro no sólo es maestro de matemáticas, ¿en qué medida nos sirve este modelo para analizar críticamente los elementos de conocimiento de los futuros profesores al momento del diseño y puesta en práctica de tareas matemáticas? De entrada, consideramos que sí es un buen referente sobre todo por los aspectos que en éste se contemplan y dado que sus mismos autores le han visto potencialidades cuando menos en tres escenarios: herramienta para reflexionar sobre el conocimiento propio, herramienta para investigar el conocimiento del profesor y herramienta para estructurar el contenido de la formación de profesores de matemáticas [es en este último sentido en que lo vamos a usar en este trabajo, en la medida en que nos permita avanzar en la comprensión de los elementos formativos para el diseño de tareas matemáticas y su incidencia en el logro de los aprendizajes en la educación primaria].

¿En qué consiste el conocimiento especializado del profesor de matemáticas? ¿Qué componentes, dominios y subdominios puede/debe contener? De manera semejante a como lo precisaba (Shulman, 1987), el MTSK, como marco teórico para caracterizar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo, Montes, Contreras, y Climent, 2017), considera dos grandes dominios (figura 1): el Conocimiento matemático (MK), como disciplina científica que se utiliza por parte del docente en un contexto escolar; y el Conocimiento didáctico del contenido (PCK), que se refiere a los aspectos relacionados con el contenido matemático como objeto de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Estos dos dominios cuentan, a su vez, con subdominios. El MK se subdivide en Conocimiento de los temas matemáticos (KoT), se relaciona con el conocimiento que el docente tiene sobre los contenidos que desarrolla con sus alumnos, así como las relaciones intraconceptuales, por ejemplo, generalizar mediante la vinculación aritmético-álgebra; en este subdominio se consideran 4 categorías: Procedimientos (¿cómo se hace? ¿cuándo se puede hacer? ¿por qué se hace así? Y características del resultado); Definiciones, propiedades y sus fundamentos; Registros de representación; Fenomenología y aplicaciones (Vasco, Moriel, y Contreras, 2017).

Conocimiento de la estructura matemática (KSM), contempla el conocimiento que le posibilita al profesor enseñar los temas matemáticos como fundamentación para su complejización posterior, es decir las conexiones con contenidos anteriores y posteriores. Se distinguen cuatro categorías: conexiones de complejización, conexiones de simplificación, conexiones transversales y conexiones auxiliares.

El tercer subdominio del dominio de conocimiento matemático es denominado *Conocimiento de la práctica matemática* (KPM), establece la relación entre el conocimiento de los temas matemáticos y los procedimientos y prácticas que se realizan para su construcción. Para este subdominio se han propuesto seis categorías: Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos; Formas de validación y demostración; Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal; Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas; Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación); y Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones.

En el dominio PCK se establecieron los subdominios: Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM), respecto a las características de aprendizaje de los contenidos específicos de las matemáticas; Conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT), se refiere a los recursos, materiales, estrategias didácticas y metodológicas respecto a cómo se presenta el contenido; y Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS), que se enfoca a la intencionalidad y conocimiento del profesor sobre los niveles de logro y de desarrollo conceptual en los aprendizajes de los alumnos considerando el momento escolar determinado y su grado de desarrollo.

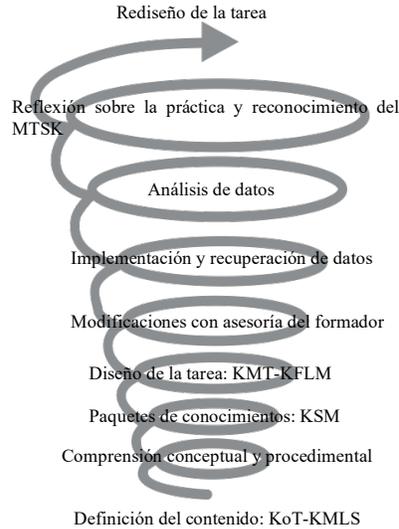
En cuanto al diseño de las tareas, consideramos los planteamientos de Stein y Smith (1998), quienes definen una tarea como “a segment of classroom activity that is devoted to the development of a particular mathematical idea” (p. 269). Thanheiser et al. (2016), identifican que una tarea puede estar compuesta por varios problemas o un problema complejo, lo cual la guía a que se pueda convertir en una tarea auténtica en la medida en que se conecta con el mundo real y sus niveles de exigencia cognitiva son altos. Complementariamente, retomamos a Feldman et al. (2016) con lo que denominan “task design cycle” pensando en tareas diseñadas para y por futuros profesores de primaria, sobre todo porque coincidimos en que “Without analyzing student work and engaging in thoughtful reflection, we suspect that some of these realizations would not have occurred” (Feldman et al., 2016, pág. 22).

■ Metodología

Bajo un posicionamiento cualitativo, consideramos como objeto de estudio el análisis de los diseños de tareas y su puesta en práctica por 35 docentes en formación de una Escuela Normal, al cursar su tercer semestre de la Licenciatura en educación primaria, bajo la asesoría del coordinador del curso de matemáticas. Se recuperaron los 5 planes de clase de cada estudiante (considerando que planearon una semana de práctica profesional) y la transcripción de la videograbación de una de esas clases. Se realizó un análisis de contenido de los documentos recuperados (Hernández Sampieri, Fernández Collado, y Baptista Lucio, 2010) y se establecieron categorías emergentes de los datos (Strauss y Corbin, 2002).

■ Resultados

Conforme se hacen objeto de estudio los elementos de los diferentes subdominios del MTSK, el diseño de tareas matemáticas por parte de los docentes en formación se acerca a la propuesta del “doing mathematics”, es decir, gradualmente toman conciencia de la articulación entre diferentes elementos de conocimiento especializado y su incidencia en el diseño de tareas para su puesta en práctica en la escuela primaria; en ese sentido, consideramos necesaria la construcción de una “espiral reflexiva/analítica” para el diseño de las tareas, bajo los siguientes momentos:

Figura 2. Momentos de la “espiral reflexiva/analítica” para el diseño de las tareas.

Elaboración propia.

1º Definición del contenido matemático sobre el cual se va a diseñar la tarea: KoT – KMLS; en el caso específico de la institución formadora de docentes en la cual se realizó la investigación, previo a la jornada de práctica profesional, los estudiantes acuden a las escuelas primarias con la intención de observar las clases del profesor titular del grupo asignado, bajo la consideración de que al hacerlo se está contribuyendo a que formen su propio estilo de docencia a partir de los referentes de la práctica de profesores experimentados; complementario a esta actividad, se da un momento que denominamos “solicitud de contenidos”, en el cual los profesores de la escuela primaria, previa revisión de la progresión de contenidos que han trabajado y, considerando la distancia temporal entre el momento de asignación de éstos y el inicio de la práctica profesional de los estudiantes (generalmente un lapso de dos semanas), les indican cuál es el grupo de contenidos con los cuales deberán diseñar sus planes de clase. Este momento es crucial, dado que si los estudiantes no han construido el conocimiento especializado (KMLS) que les posibilite distinguir entre el enunciado formal que delimita un contenido y los nombres de las lecciones de los libros de texto o incluso los nombres de lecciones de guías didácticas que el profesor utilice en su clase, al momento de querer planear empiezan las complicaciones.

Sin embargo, ello se puede capitalizar en una experiencia formativa de construcción del conocimiento especializado en los términos enunciados por Carrillo, Montes, Contreras, y Climent, (2017), principalmente en lo relativo al conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS), es decir, la definición del contenido, pasa por los momentos de asignación por parte de los titulares, pero además por la identificación en los programas de estudios del grado correspondiente a la práctica profesional y la clarificación de la o las intenciones didácticas, según la cantidad de sesiones en que curricularmente se proponga abordarlo en la escuela primaria.

Ante ello, al mismo tiempo de la identificación y ubicación curricular, se presenta el problema de la comprensión de los términos en que está enunciado el contenido, lo cual genera la necesidad de las siguientes fases de la “espiral reflexiva/analítica”, bajo las preguntas ¿en qué consiste el saber matemático que se pondrá en juego en el diseño de las tareas? ¿qué relación guarda con otros contenidos (paquete de conocimientos)? ¿cuáles tareas/actividades se proponen en los libros de texto? ¿en qué medida son congruentes con el contenido y el enfoque didáctico? E incluso, ¿se hace necesario modificarlas? ¿qué podría justificar esta decisión?

La resolución de estas preguntas es una tarea compartida entre el formador de docentes y los estudiantes, la cual a partir de la revisión que hicimos del proceso de coordinación del curso de matemáticas, notamos que hay una fuerte

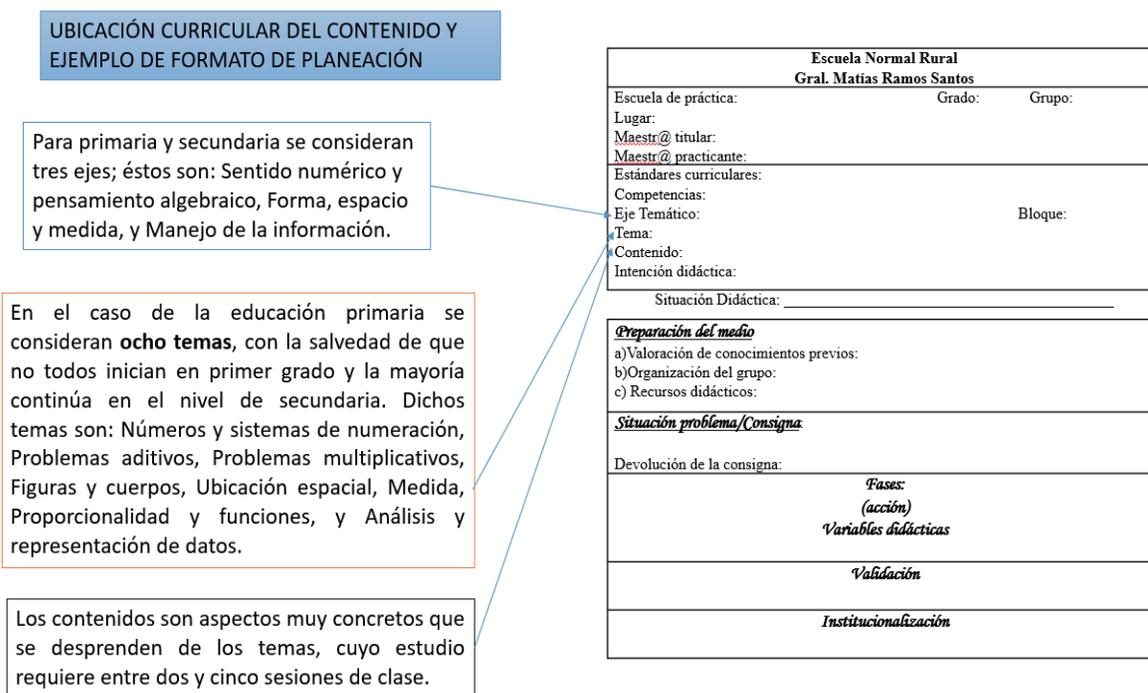
influencia del sistema de sugerencias que éste hace a sus estudiantes y los cambios que logran hacer al diseño de las tareas; incluso dicha influencia también se presenta como un refinamiento de la mirada analítica hacia las mismas propuestas curriculares, principalmente hacia las lecciones de los libros de texto.

Con estas consideraciones, a continuación, vamos a ejemplificar cada una de las fases de la “espiral reflexiva/analítica” con evidencias desde el diseño de las tareas por parte de los estudiantes y de igual manera, con argumentos desde los análisis que ellos hicieron de su propia práctica.

En el proceso de construcción del conocimiento especializado del profesor de/qu enseña matemáticas, específico al subdominio KMLS, la lectura de la tabla de contenidos que viene en el programa de estudios del grado correspondiente, el formador de profesores se convierte en un referente para centrar la mirada de los estudiantes y que noten hasta el significado de la organización y distinción con colores de cada uno de los componentes curriculares (competencias, ejes, temas y contenidos – Cfr. SEP, 2011)

Por ejemplo, ante la necesidad de diseñar tareas matemáticas que dieran respuesta al siguiente contenido “Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario)” correspondiente al 5º grado, el formador de docentes centra la atención en que los estudiantes comprendan, en primera instancia, la definición de los elementos curriculares a considerar y su ubicación en el programa de estudios:

Figura 3. Elementos curriculares de una planeación.



Elaboración propia.

En la siguiente imagen, recuperada del plan de clase del formador, observamos el énfasis que se hace a la ubicación en el programa de estudios (SEP, 2011, pág. 76) de cada uno de los elementos de la planeación:

Figura 4. Ubicación curricular. Orientaciones del formador (Plan de clase del formador de docentes).

1º Y 2º GRADO, HAY QUE HACER LA REVISIÓN DESDE EL PLAN 2017

Bloque I

COMPETENCIAS QUE SE FAVOREZCAN: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente

APRENDIZAJES ESPERADOS	SENTIDO NUMÉRICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO	Ejes	MANEJO DE LA INFORMACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> Identifica rectas paralelas, perpendiculares y secantes, así como ángulos agudos, rectos y obtusos. 	<p>PROBLEMAS ADITIVOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro. <p>PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Anticipación del número de cifras del cociente de una división con números naturales. Conocimiento y uso de las relaciones entre los elementos de la división de números naturales. 	<p>FORMA, ESPACIO Y MEDIDA</p> <p>FIGURAS Y CUERPOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Identificación de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en el plano, así como de ángulos rectos, agudos y obtusos. <p>UBICACIÓN ESPACIAL</p> <ul style="list-style-type: none"> Lectura de planos y mapas viales. Interpretación y diseño de trayectorias. <p>MEDIDA</p> <ul style="list-style-type: none"> Conocimiento y uso de unidades estándar de capacidad y peso: el litro, el mililitro, el gramo, el kilogramo y la tonelada. Análisis de las relaciones entre unidades de tiempo. 	<p>PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).

¿Qué tipo de aprendizaje es el que se espera?
¿conceptual, procedimental, actitudinal?

Escuela Normal Rural Gral. Matías Ramos Santos	
Escuela de práctica:	Grado: Grupo:
Lugar:	
Maestr@ titular:	
Maestr@ practicante:	
Estándares curriculares:	
Competencias:	Bloque:
Eje Temático:	
Tema:	
Contenido:	
Intención didáctica:	
Simulación Didáctica:	
Preparación del medio	
a) Valoración de conocimientos previos:	
b) Organización del grupo:	
c) Recursos didácticos:	
Situación problema/Consigna	
Fases:	
<i>(acción)</i>	
<i>Variables didácticas</i>	
<i>Validación</i>	
<i>Institucionalización</i>	

Elaboración propia.

Esta función de ayuda, contribuye a que los estudiantes lo aprendan y lo reflejen en sus propios diseños de situaciones didácticas (planes de clase), tal y como podemos ver en el siguiente ejemplo:

Figura 5. Diseño de situación didáctica de Romina.

Asignatura: Matemáticas	
Enfoque:	El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular elementos que validen los resultados.
Competencia que se favorece:	Resolver problemas de manera autónoma.
Eje temático:	Manejo de la información.
Estándares curriculares:	3.1.1 calcula porcentajes y utiliza esta herramienta en la resolución de otros problemas, como la comparación de razones.
SESION 1	
Lecciones:	17 botones y camisas. Contenido: Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).
Intención didáctica:	Que los alumnos usen el valor unitario al resolver problemas de valor faltante.

Elaboración propia.

Figura 6. Intención didáctica.

Intención didáctica

Que los alumnos usen el valor unitario al resolver problemas de valor faltante.

Contenido

Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).

17

Botones y camisas

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver los siguientes problemas.

1. Luisa trabaja en una fábrica de camisas. Para cada camisa de

Tomado de: Desafío 17 “Botones y camisa”. Quinto grado. (SEP, 2013, pág. 62).

Al comparar la Figura 4 de las orientaciones del formador, con el recorte de la planeación de la estudiante notamos que hay una diferencia terminológica importante entre aprendizaje esperado e intención didáctica; hacer ver esas diferencias es tarea del formador, sobre todo porque es quien conoce (o debe conocer) con mayor amplitud las diferentes decisiones y cambios curriculares que a lo largo de los años se van planteando. En SEP, (2011) se organizaron aprendizajes esperados pero sin correspondencia uno a uno con los contenidos, lo cual en la práctica generó confusiones con los maestros en servicio, con mayor razón con los docentes en formación; ello obligó a la edición de libros de matemáticas para el maestro (SEP, 2013) en los cuales se estableció la relación uno a uno (o a varias) entre contenido e intenciones didácticas (se dejó de nombrar como aprendizajes esperados), que para el caso que nos ocupa, de la revisión del libro para el maestro vemos que propone 3 intenciones didácticas para el tratamiento del contenido.

La interacción entre las orientaciones del formador y la respuesta de los estudiantes contribuye a desarrollar el subdominio KMLS del MTSK cada vez con mayor profundidad, aportando gradualmente al reconocimiento de los cambios curriculares en los estándares de aprendizaje y delimitando el énfasis que para el diseño de la tarea matemática se debe considerar (en nuestro ejemplo, definido como intención didáctica).

Figura 7. *Análisis epistemológico de Romina.*

CONTENIDO EPISTEMOLÓGICO

Contenido: Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario)

- definición de proporcionalidad: la proporcionalidad es la conformidad o proporción (igualdad de dos razones) de ~~unas~~ partes con el todo o de elementos vinculados
- ¿Cuándo hay proporcionalidad? Cabe destacar que cuando una razón iguala a otra, en efecto, existe proporcionalidad, o sea, que para tener una relación proporcional necesitamos disponer de dos razones que sean equivalentes.
- valor unitario: es el que corresponde a una unidad o pieza
- valor unitario explícito: es el que se da como dato en el problema
- valor unitario implícito: es el que no se da como dato en el problema
- como usar la multiplicación en la proporcionalidad: derivado de la proporcionalidad, se debe buscar la manera corta de lograr encontrar las respuestas en la tabla, con una simple multiplicación o de manera contraria una división, el objetivo es que el alumno logre identificar este procedimiento sencillo.
- de qué manera comenzar a ver el tema: con ejemplos sencillos donde se logren apreciar números dobles, triples y valor unitario), es por eso que se trabaja una tabla distinta a la que viene en el libro de texto, debido a que la actividad planteada no se presta para dicho contenido, posteriormente cabe mencionar que años pasados no se trabajó con el tema de proporcionalidad.
- Razón interna: relación multiplicativa que se establece entre dos datos de un mismo conjunto de cantidades. Ej: 63 es el triple de 21, el factor interno es 3.
- valor faltante: identificación de datos en la tabla, si es doble, triple o unitario.

Elaboración propia.

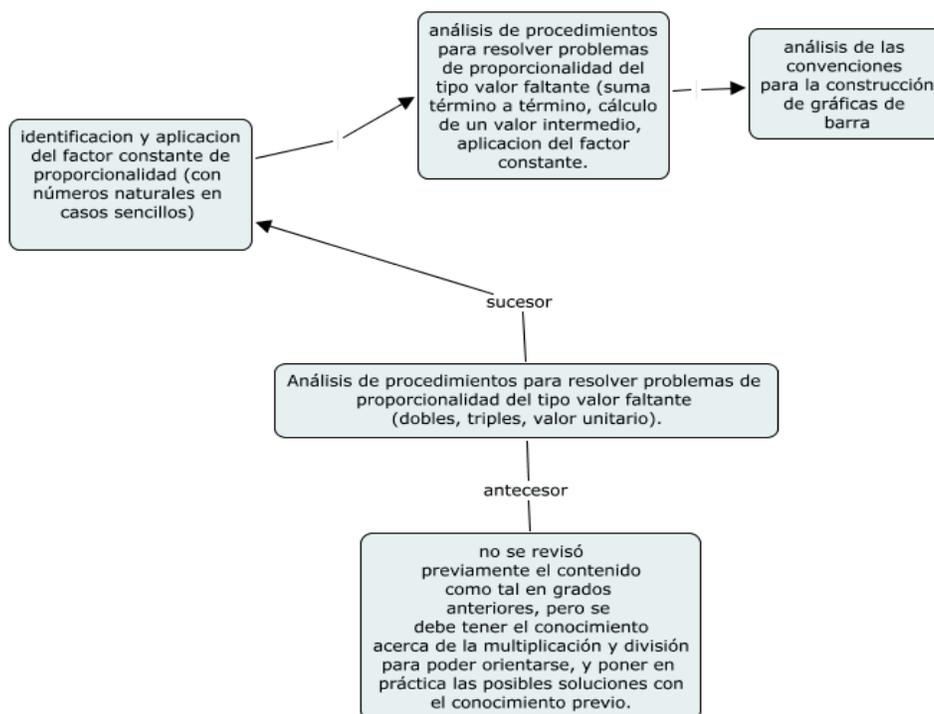
2º Comprensión conceptual y procedimental del contenido: KoT – análisis epistemológico; en el diseño de tareas cobra especial relevancia el análisis epistemológico, lo cual en términos del MTSK está vinculado con el KoT, dado que entre mayor sea la comprensión conceptual y procedimental del tema son mayores las posibilidades de que éstas efectivamente contribuyan al aprendizaje del contenido en cuestión; continuando con el mismo ejemplo que hemos enunciado en párrafos anteriores, la Figura 7, recuperada del trabajo de Romina, nos permite apreciar que ese análisis epistemológico aún tiene las características de una serie de definiciones terminológicas, pero con precisiones importantes, por ejemplo la vinculación entre las razones y la relación de proporcionalidad, así como el reconocimiento de que el centro del contenido tiene que ver con las razones internas (Block, Mendoza y Ramírez, 2010), lo cual contribuye a que tome la decisión de cambiar la tarea inicial “*debido a que la actividad planteada no se presta para dicho contenido*”; con ello se refiere a que, como veremos en la fase 4, la tabla propuesta por el libro de texto no favorece el análisis de las razones internas y por ende el logro del contenido.

3º Elaboración del paquete de conocimientos asociado al contenido y las dificultades que pueden presentar los alumnos al resolver las tareas diseñadas: KMLS-KSM; a partir de los planteamientos de (Ma, 2010) y bajo la consideración de que al organizar el conocimiento en “paquetes” los futuros profesores toman conciencia de las diferentes conexiones (KSM) que hay entre los contenidos y ello contribuye a promover el aprendizaje sólido de un tema; este reconocimiento cobra sentido cuando los docentes en formación al ver “el grupo de temas que los

profesores tienden a ver alrededor del tema que enseñan (Ma, 2010, pág. 144)” diseñan las tareas matemáticas pensando en el logro del contenido pero con clara conciencia de los antecedentes conceptuales y de las consecuencias para futuros aprendizajes.

La Figura 8 evidencia la revisión que hizo Romina y su puesta en un paquete de conocimientos base:

Figura 8. Paquete de conocimientos de Romina.



Elaboración propia.

Es importante mencionar que, en un primer momento, en la construcción de estos “paquetes de conocimientos” se recupera el enunciado completo del contenido (KMLS), con lo cual se establece una vinculación explícita entre el conocimiento de los estándares curriculares y la estructura del saber matemático; gradualmente deben ampliarse esos paquetes de conocimiento, establecer conexiones auxiliares y transversales entre contenidos y sintetizarse en un mapa conceptual sin vincularse directamente a los enunciados de los contenidos como aparecen en los programas de estudio oficiales; con ello se abona a la concreción del KSM.

4° Diseño de la tarea matemática: KMT – KFLM. Como enunciábamos en la fase 2, el análisis epistemológico le permitió a Romina (y en general a todo el grupo de estudiantes del grupo objeto de la investigación) tomar decisiones en torno al diseño y/o elección de la tarea matemática que consideraron más adecuada para el logro del contenido.

Seguimos retomando el ejemplo de Romina, porque nos parece más ilustrativo de cómo se van tomando dichas decisiones.

La primera actividad que plantea el libro de texto para el trabajo con el contenido “Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario)”, considerando la intención didáctica “Que los alumnos usen el valor unitario al resolver problemas de valor faltante” (SEP, 2013, pág. 62) está en la Figura 9, sin embargo, la comprensión de Romina, tanto del análisis epistemológico, como del paquete de conocimientos le lleva tomar dos decisiones que nos parecen muy importantes en su proceso formativo:

a) ver la conexión conceptual de la tarea propuesta con el logro del contenido; en tal sentido, el cambio de la tarea inicial requiere que los números en juego en ésta, permitan hacer un análisis de las razones internas (Block, Mendoza y Ramírez, 2010), lo cual también lleve a que sean los niños quienes ubiquen el valor unitario. b) el uso del libro de texto como complemento de la actividad, posterior a la construcción conceptual del tema.

Figura 9. Tarea propuesta en el libro de texto.

Reúnete con un compañero para resolver los siguientes problemas.

1. Luisa trabaja en una fábrica de camisas. Para cada camisa de adulto se necesitan 15 botones. Ayúdenle a encontrar las cantidades que faltan en la siguiente tabla. Después, contesten las preguntas.

Camisas de adulto					
Cantidad de camisas	1	6	14	75	160
Cantidad de botones	15				

- a) ¿Cuántos botones se necesitan para 25 camisas?

Tomado de: (SEP, 2013, pág. 45)

Figura 10. Tarea propuesta por Romina.

Valoración de conocimientos previos	Se pondrá la siguiente tabla en el pizarrón con la finalidad de adentrarlos al tema y de igual manera rescatar sus conocimientos previos.						
	Numero de bolsitas.	1	3	4	6	8	14
	Numero de canicas.		18				
	Se lanzarán las siguientes preguntas: ¿Para ti que es proporcionalidad? ¿Conoces alguna característica de ella? ¿Al doble siempre le toca el doble? Se irán rescatando las participaciones de los niños y anotando en el pizarrón.						

Elaboración propia

Notemos cómo en la tarea de Romina (Figura 10), los números en juego (en la fila “número de bolsitas”) sí favorecen el análisis de las razones internas: 6 es el doble de 3 y 8 de 4 e incluso se puede hacer el análisis a partir de la propiedad aditiva, dado que “a dos valores de una magnitud, digamos A y B, les corresponden dos valores en la otra magnitud, digamos A' y B'. Entonces, si hay proporcionalidad, ocurre que $a + B$ le corresponde $A' + B'$ (Block, Mendoza, y Ramírez, 2010, pág. 30); este último es el sentido de que aparezca el 14 en la tabla dado que no es el doble de ningún otro de los que ahí aparecen. En cambio, en la tarea propuesta en SEP (2013), no se puede hacer ninguno de ambos análisis, al darse el valor unitario, el resto de la actividad se reduce a la operatoria procedimental de una multiplicación.

5º Modificación de la tarea a partir de la asesoría de los formadores de docentes; en el diseño y análisis de tareas del grupo objeto de investigación se observaron las siguientes tendencias:

- a) Recuperación textual de las que proponen los libros de texto.
- b) Elección de actividades de internet que, aunque pueden ser congruentes con el contenido a trabajar, aparecen descontextualizadas y con términos que no comprenden los niños.
- c) Rediseño de la tarea con la asesoría de los formadores de docentes.

En esta fase es necesario resaltar que el formador de profesores cumple un papel importante en el momento de la toma de decisiones sobre cuál tarea aplicar; en el caso de Romina, su primera intención fue aplicar la tarea tal y como el libro de texto la sugería, sin embargo, en la interacción con el formador de profesores se le cuestionó:

Mtro. ¿qué observa en los números en juego en la tabla que propone el libro de texto? ¿se puede favorecer un análisis sobre las razones internas y la propiedad aditiva de la proporcionalidad?

Romina: No

Mtro. ¿Cuáles números se podrían utilizar para hacer ese análisis?

Estas simples reflexiones contribuyen a la toma de conciencia de que en el diseño de la tarea hay que considerar las propiedades matemáticas del saber en juego y las consecuencias que ello tiene para el aprendizaje del contenido. Esto contribuye al desarrollo del conocimiento especializado de los docentes en formación, en la lógica que plantean (Carrillo, Montes, Contreras y Climent, 2017) y debe lograrse en la interacción formador de docentes y estudiantes.

6º Implementación de la tarea en la escuela primaria y recuperación de datos (videograbación y transcripción de la clase); un paso necesario, pero que muchos docentes en formación se resisten a hacer, tiene que ver con la recuperación de información de la aplicación de las tareas en la escuela primaria; al respecto, la recuperación puede hacerse a partir de la escritura de un diario, de un autoregistro o de una videograbación de la clase. La estrategia del formador de profesores fue solicitarles que hicieran una grabación y transcripción de la clase para su posterior análisis, sin embargo, para continuar con el ejemplo que hemos utilizado en los apartados anteriores, Romina no grabó la clase inicial, prefirió recuperar lo que sucedió al aplicar un problema matemático que extiende los conceptos vistos en la primera sesión con el tema (lo cual analizaremos en el apartado siguiente).

La videograbación se hace necesaria, en este proceso de desarrollo del MTSK de los docentes en formación, como un instrumento que refleja fielmente los acontecimientos de la clase, sin que medie sólo el recuerdo o la valoración afectivo-subjetiva sobre el propio desempeño de los estudiantes.

7º Análisis de datos realizado por los mismos docentes en formación; por cuestiones de espacio, sólo vamos a ejemplificar con un episodio de clase, en el cual vemos cómo implícitamente Romina manifiesta evidencia de una teoría didáctica que subyace a su hacer profesional (la teoría de las situaciones didácticas- (Brousseau, 2007)) y, de igual manera, manifiesta evidencia de la comprensión conceptual del tema y una clara intención por lograr que sus alumnos también lo comprendan.

El problema puesto en su diseño de situación didáctica fue: *La señora de la lonchería Marcela necesita completar su lista de precios y pide ayuda al grupo de 5º de la escuela primaria Ignacio Zaragoza ¡vamos a ayudarla! Se les entregará una tabla por equipo para contestarla y pasar a exponerla frente al grupo.*

Interacciones en el aula:

Figura 11. Tareas “Lonchería Marcela”.

LONCHERÍA MARCELA						
5 tacos X	\$		Tortas	\$		
Quesadillas sencillas (3 pzas.)	\$		Jugos	\$		
Quesadilla con carne	\$		Refrescos	\$ 10		
Jarra de agua (6 vasos)	\$					

1 quesadilla sencilla	2 quesadillas sencillas	3 quesadillas sencillas	6 quesadillas sencillas	12 quesadillas sencillas	15 quesadillas sencillas	30 quesadillas sencillas
	\$ 16					

1 taco	3 tacos	5 tacos	9 tacos	15 tacos	20 tacos	30 tacos
			\$ 54			

2 tortas	5 tortas	10 tortas	15 tortas	20 tortas	22 tortas	25 tortas
		\$ 180				

1 vaso de agua	2 vasos de agua	3 vasos de agua	1 jarra de agua	3 jarras de agua	4 jarras de agua	8 jarras de agua
	\$ 14					

2 jugos	4 jugos	6 jugos	8 jugos	10 jugos	20 jugos	40 jugos
			\$ 96			

1 quesadilla con carne	3 quesadillas con carne	6 quesadillas con carne	9 quesadillas con carne	12 quesadillas con carne	15 quesadillas con carne	18 quesadillas con carne
				\$ 144		

Elaboración propia.

Ma. Muy bien, igual ahorita vemos eso, les comentaba que Marcela en su lonchería pone precios de todo lo que vende, como las quesadillas, tacos, tortas, jugos, refrescos, etc. Lo que me pidió fue que le ayudemos a resolverlos, consiste en completar la tabla en donde ella solo nos da una cantidad y a partir de esa cantidad tenemos que ver de qué manera le podemos hacer para obtener los resultados que ella nos está pidiendo.

Rubén. Maestra ¿Cuáles son los valores faltantes?

Ma. Alguien que le pueda decir, cuáles son.

Iván. ¿Cómo los faltantes?

Ma. Lluvia, explícale a tu compañero cuáles son los valores faltantes.

Rubén. Son los que debemos sacar, como la tabla que nos puso ayer la maestra en el pizarrón y nosotros hacíamos multiplicaciones para saber cuál número iba debajo de la cantidad de número de canicas.

Ma. ¿Quedó resuelta tu duda?

Iván. Si maestra

Ma. Entonces debemos ir obteniendo los resultados que nos pide la señora Marcela para de tal manera ayudarla y vea que tan inteligentes podemos llegar a ser nosotros como grupo de 5ºA.

Al momento que Romina, ante la pregunta de Rubén: “Maestra ¿Cuáles son los valores faltantes?”, contesta “Ma. Alguien que le pueda decir, cuáles son” está manifestando su conocimiento de la teoría de las situaciones didácticas (KMT del MTSK), en concreto cómo hacer devoluciones (Brousseau, 2007) para lograr que los niños se responsabilicen de sus procesos de aprendizaje (KFLM del MTSK).

Más adelante en la misma recuperación de la clase, se aprecia cómo logra que los niños validen sus conocimientos (KPM del MTSK) y recuperen los aprendizajes anteriores a esta sesión que, como vemos en el texto en negritas hace referencia a la comprensión de “dobles” (y “mitades”) e implícitamente el cálculo del valor unitario, es decir, de las razones internas en la tabla de proporcionalidad

Alexis. Aquí a nosotros el número que nos dieron fue 180 y nosotros para saber el valor que valían las tortas, dividimos 180 entre 10 y nos salió 18 y lo multiplicamos 18×2 y nos salió 36.

Naomi. Aquí en este multiplicamos 5×18 y nos salió 90

Ao. Multiplicamos 18×15 y nos salió 270

aa. Aquí multiplicamos 18×15 , en el otro multiplicamos 18×22 y así le fuimos haciendo hasta terminar la tabla.

Ma. Niños se dieron cuenta que en esta tabla no se les pide el valor unitario, lo que sus compañeros hicieron fue hacer lo mismo que los equipos anteriores: dividirlo, pero, **aunque aquí no se dio la mitad de 36 que sería una torta ellos lo tomaron en cuenta y a partir de esto obtienen el número de tortas y sacar los valores faltantes de la tabla de proporcionalidad**

8º Reflexión sobre la implementación y reconocimiento del MTSK puesto en juego; ésta es una fase de trabajo compartido entre formador de docentes y estudiantes e implica que, tomando como referencia el diseño, la implementación y el análisis de las tareas por parte de estos últimos, se consideren los avances en sus aprendizajes en los diferentes subdominios del MTSK, considerados como un conocimiento integrado que sólo se separa con fines analíticos. Implica que se reconozcan los avances, pero también los conocimientos débilmente aprendidos en etapas anteriores a su formación docente inicial e incluso la construcción de alternativas de mejora.

9º Rediseño de la tarea desde un marco hipotético de lo que se podría hacer para el logro de los propósitos de aprendizaje del tema; dadas las condiciones de realización de la práctica profesional, se plantea esta fase de esta manera porque muy difícilmente les vuelve a tocar practicar con el mismo contenido, en tal sentido la pregunta que orienta este momento es, a partir de los resultados obtenidos ¿qué cambios haría a la tarea matemática propuesta y/o al diseño completo de la situación didáctica?

■ Conclusiones

Los principales resultados encontrados nos indican que hay una fuerte relación entre el MTSK que los estudiantes van construyendo y las posibilidades que tienen para diseñar tareas matemáticas que no sólo cubran un enfoque de resolución de problemas, sino que contribuyan a la construcción de los conceptos matemáticos que plantean en sus clases tanto como al aprendizaje con sentido, significado y funcionalidad de los procedimientos matemáticos involucrados; a su vez, el conocimiento de las diferentes demandas cognitivas de las tareas incide en la exigencia

para que construyan un conocimiento especializado que les permita formarse como docentes competentes para enseñar matemáticas.

Es justo esta dialéctica la que determina la codeterminación entre ambos aspectos, tareas matemáticas y MTSK, bajo la consideración de que la explicitación y estudio analítico de cada uno de los subdominios en una doble dimensión, como contenido (saber qué es el MTSK como modelo que organiza los componentes del conocimiento especializado del profesor de matemáticas) y como herramienta analítica (para el formador, como apoyo a la estructuración de tareas formativas y, para los estudiantes, en el reconocimiento del campo de conocimientos que deben/pueden tener) posibilita la estructuración de escenarios de formación docente inicial congruentes con algunos de los resultados de la investigación didáctica (en este caso es obvio el posicionamiento) y contribuye a superar efectos pendulares ya documentados en anteriores trabajos (Lizarde, 2019).

■ Referencias

- Block, D., Mendoza, T., y Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*. México: Somos maestr@s.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Argentina: Libros del zorzal.
- Carrillo, J., Montes, M., Contreras, L. C., y Climent, N. (2017). El conocimiento del profesor desde una perspectiva basada en su especialización: MTSK. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 22, 185-206.
- Feldman, Z., Thanheiser, E., Welder, R., Tobias, J., Hillen, A., y Olanoff, D. (2016). When is a mathematical task a good task? En L. Hart, S. Oesterle, S. S. Auslander, y A. Kajander, *The Mathematics Education of Elementary Teachers. Issues and Strategies for Content Courses* (págs. 9 - 24). USA: Age publishing.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill.
- Lizarde, E. (2019). *Análisis de los planes de estudio (1997, 2012 y 2018) para la formación docente inicial en México desde el modelo MTSK*. Medellín: CIAEM.
- Ma, L. (2010). *Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales. La comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE.UU.* Chile: Academia chilena de ciencias.
- OECD. (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. Paris: PISA-OECD.
- Ribeiro, M., Gibim, G., y Alves, C. (2021). A Necessária Mudança de Foco na Formação de Professores de e que Ensinam Matemática: discussão de Tarefas para a Formação e o Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo. *Perspectivas da Educação Matemática, Volume 14, número 34*, 1-25.
- SEP. (2011). *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación básica primaria. Quinto grado*. México: Autor.
- SEP. (2013). *Desafíos matemáticos. Libro para el alumno. Quinto grado*. México: Autor.
- SEP. (2013). *Desafíos matemáticos. Libro para el maestro. Quinto grado*. México: Autor.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard educational review No 57*, 1-22.
- Smith, M. S., y Stein, M. K. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School 3*, 344-350.
- Strauss, A., y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Colombia: Universidad de Antioquía.
- Thanheiser, E., Olanoff, D., Hillen, A., Feldman, Z., Tobias, J., y Welder, R. M. (2016). Reflective analysis as a tool for task redesign: The case of prospective elementary teachers solving and posing fraction comparison problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19 (2-3), 123-148.
- Vasco, D., Moriel, J., y Contreras, L. C. (2017). Subdominios del MTSK. KoT y KSM: definición, categorías y ejemplos. En J. Carrillo, y L. C. Contreras, *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la matemática de la Universidad de Huelva* (págs. 29-37). Huelva: CGSE.