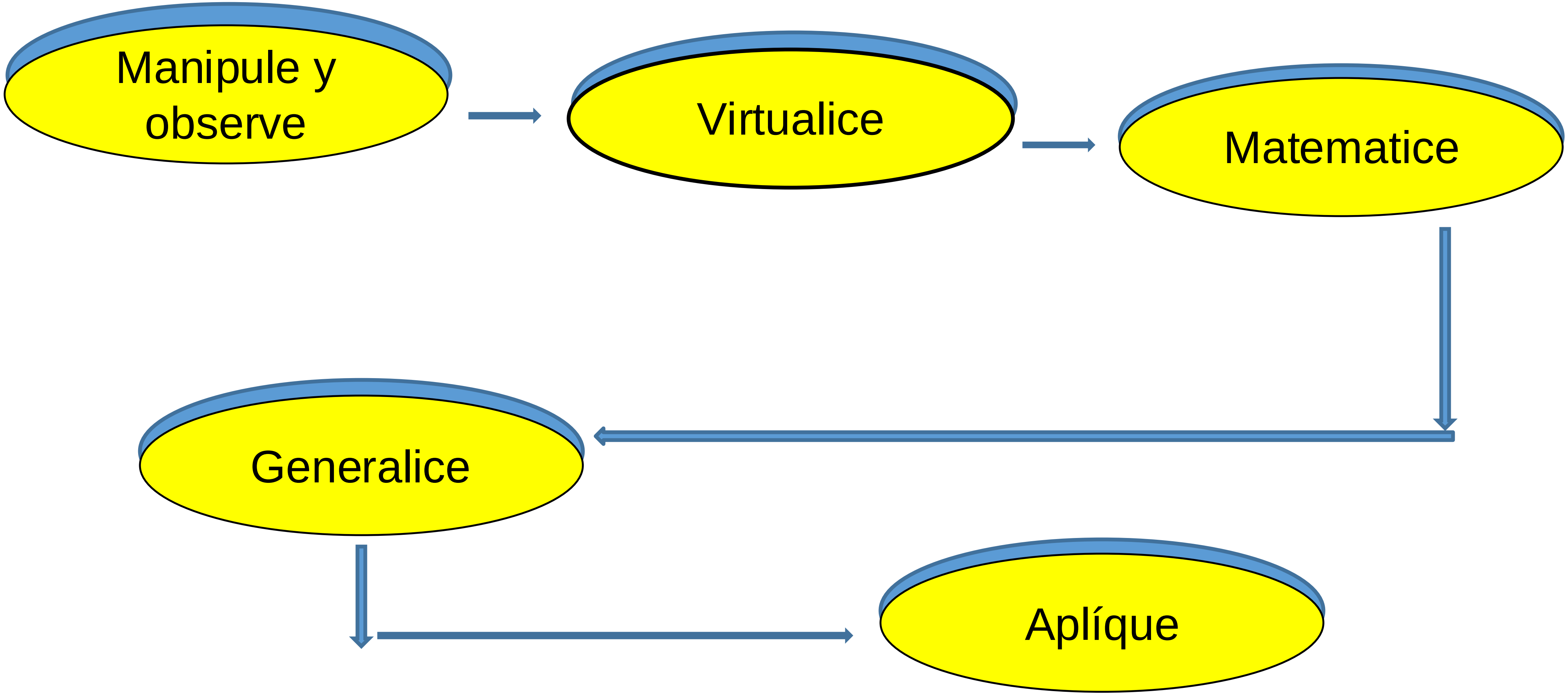
Visualizando el álgebra elemental

Presentado por la Licenciada Emérita Castillo

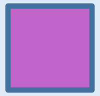
I. E.M.TECNICO INDUSTRIAL DE ZIPAQUIRA ,CUNDINAMARCA

El trabajo fue realizado por los licenciados Ciro Garzón y Emérita Castillo

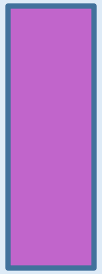
Proceso


Manipule y observe
Virtualice
Matematice
Generalice
Aplíque

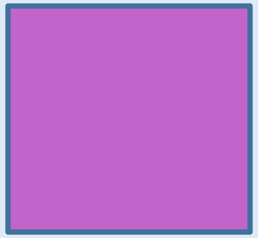
Figuras geométricas que utilizaremos



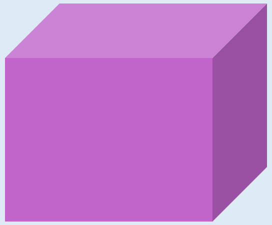
Cuadrado unitario
Lados iguales a
Area = 1.1 = 1



Rectángulo
Lados 1 y X
Area = X.1 =X

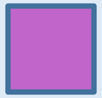


Rectángulo –cuadrado
Lados iguales a X
Area :X.X =$\mathbf{X^2}$

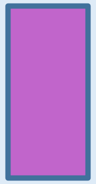


Cubo
De lados iguales a X
Volumen =x.x.x= $\mathbf{X^3}$

Tomando la geometría para dar un ejemplo de visualización para el algebra

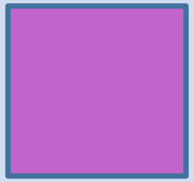


1



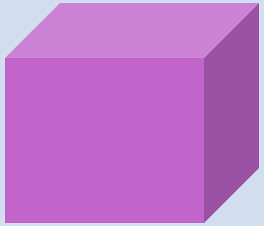
Rectángulo de lados X y 1
Lo identificaremos como

X



Cuadrado de lado X
Lo identificaremos como

X^2



Cubo de lado X
Lo identificaremos como

X^3

De la aritmética al álgebra

Con el área de rectángulos

Aritmética

Son valores determinados exactos

1

1

A = 1.1=1*1=1

1

2

A = 1.2 = 1*2 = 2

2

A = 2*2 =4

2

Algebra

Puede tomar cualquier valor , dependiendo del valor de X

A = 1.1=1*1=1

1

x

A =1.X= 1*X = X

x

x

A= X*X = X^2

Con el volumen

2

2

2

V = (2*2)*2= 8

X

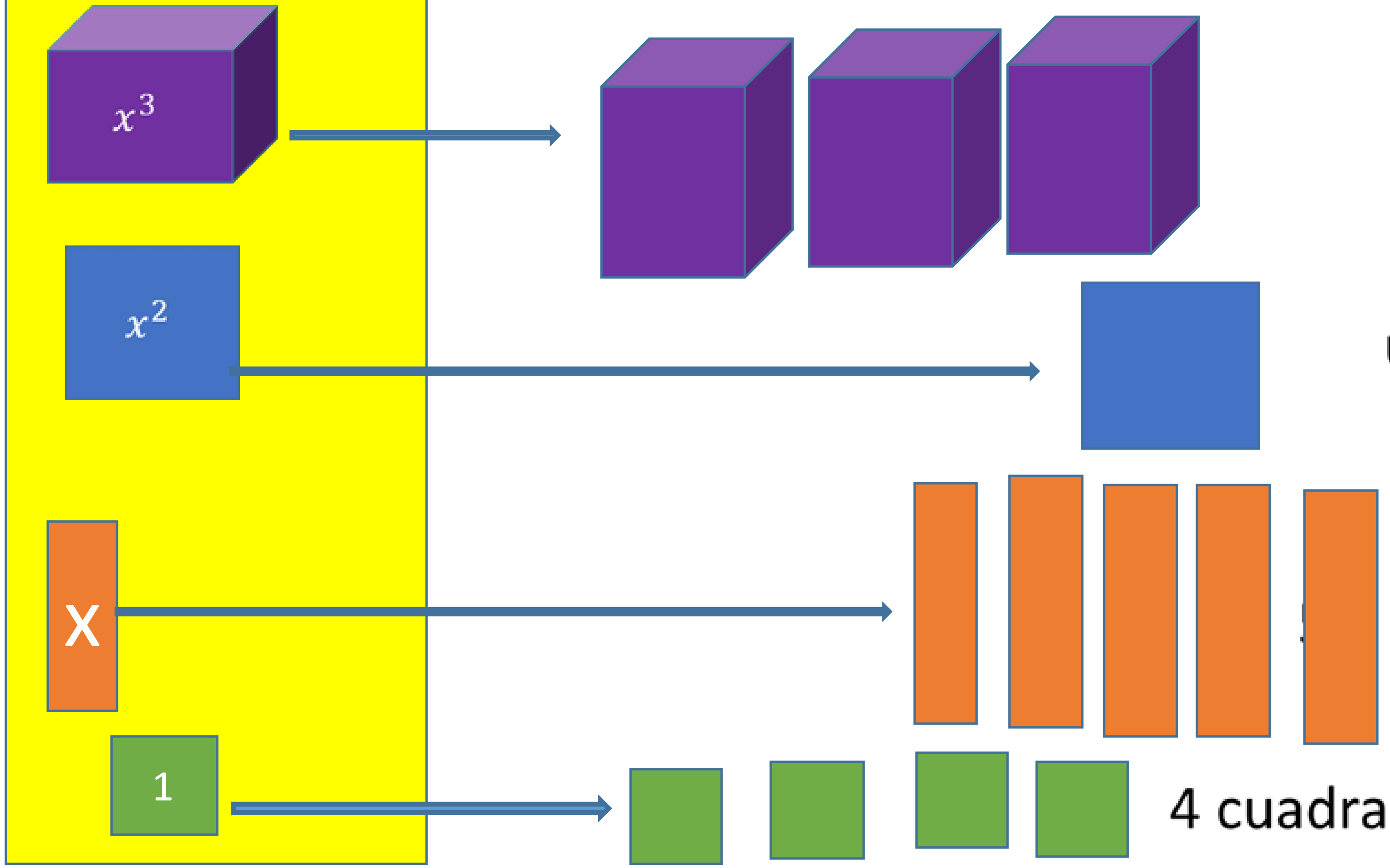
x

V=x.x.x=

x^3=x*x*x

Representando polinomios

$$3x^3 + x^2 + 5x + 4$$



3 cubos: $3(x^3)$

un cuadrado:(x^2)

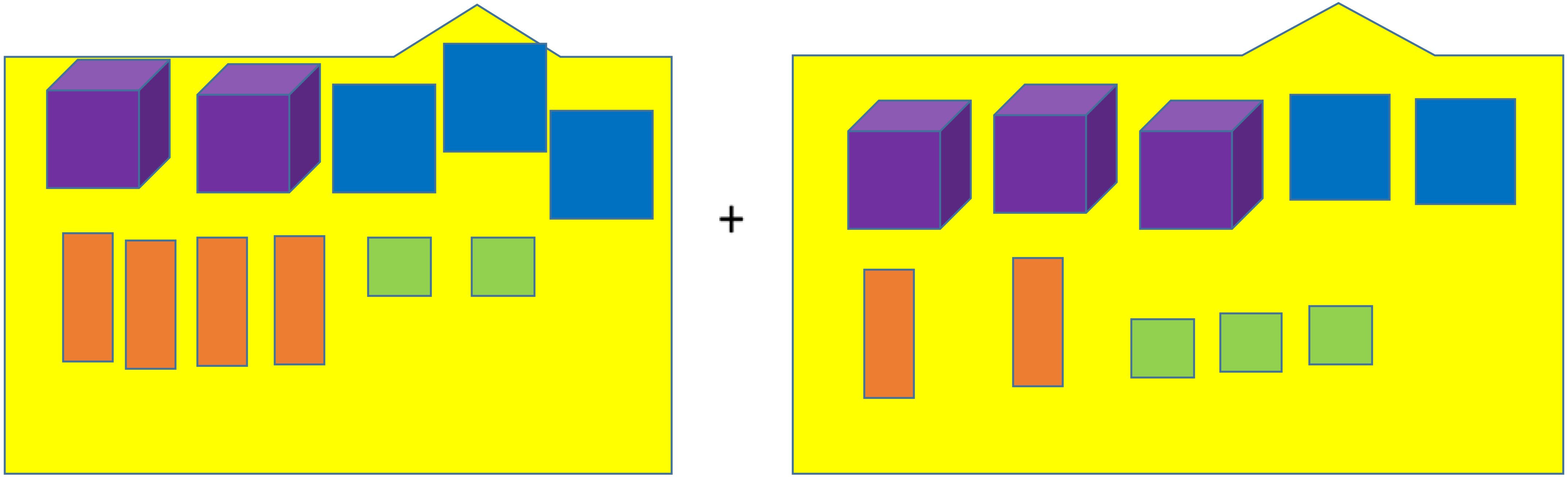
5 rectángulos: 5(x)

4 cuadrados unitarios: 4(1)

No todos los polinomios se pueden graficar

Sumando polinomios

-
- $(2x^3 + 3x^2 + 4x + 2)$ + $(3x^3 + 2x^2 + 2x + 3)$



Se obtiene 5 cubos : 5 (x^3), 5 cuadrados: 5(x^2) , 6 rectángulos :6(x), 5 cuadrados unitarios : 5 (1)

Algebraicamente: $5x^3 + 5x^2 + 6x$ +5

Algebraicamente

- Algebraicamente

$$
\begin{array}{r}
2x^3 + 3x^2 + 4x + 2 \\
3x^3 + 2x^2 + 2x + 3 \\
\hline
5x^3 + 5x^2 + 6x + 5
\end{array}
$$

Generalicemos

$$
\begin{array}{r}
2x^3 + 3x^2 \quad - 4x - 2 \\
-3x^3 - 2x^2 + 2x + 6 \\
\hline
-x^3 + \quad x^2 \quad - \quad 2x + 4.
\end{array}
$$

<u>Términos semejantes</u> son los que tienen, la misma parte literal con los mismos exponentes, ejemplo : cubos con cubos, cuadrados con cuadrados … y para sumar o restar se coloca uno debajo del otro.

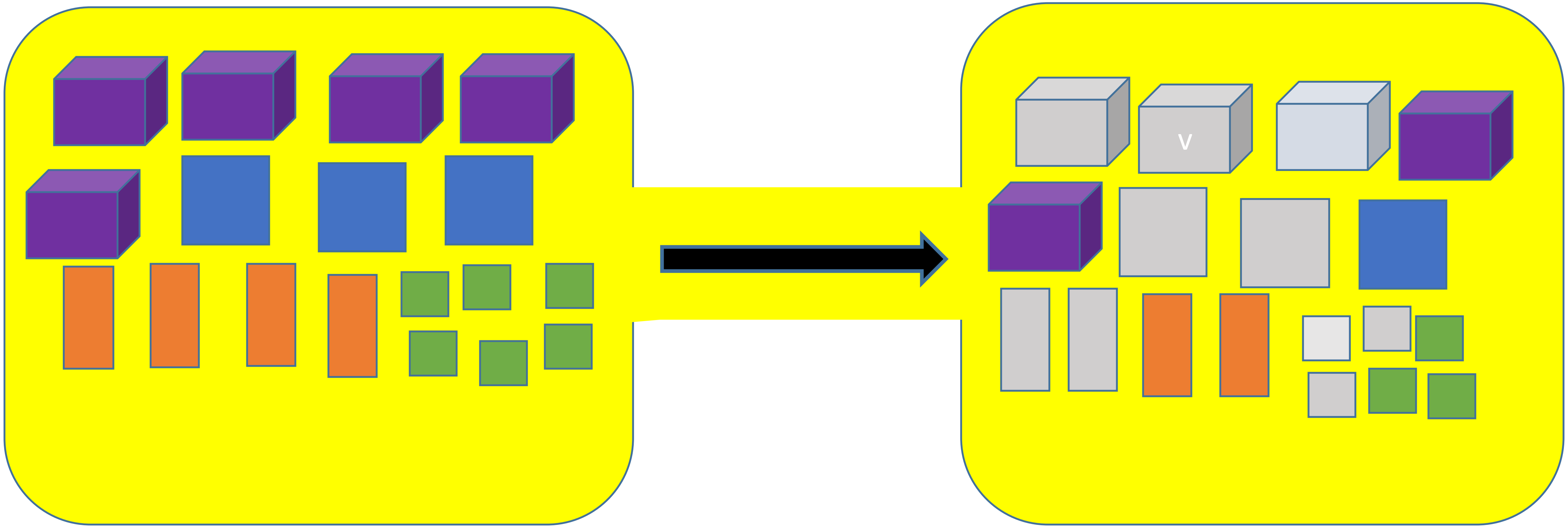
Algebraicamente

- Sumar -3$x^2y + 2xy^2$ con -6$x^2y - 2xy^2$-4
- Tomamos el primer polinomio -3$x^2y + 2xy^2$
- Debajo colocamos el segundo -6$x^2y - 4xy^2$-4
- -9$x^2y - 2xy^2$-4
- Teniendo cuidado que los términos semejantes queden uno debajo del otro.

Resta de polinomios

- Al polinomio $(5x^3 + 3x^2 + 4x + 6)$ réstele el polinomio $(3x^3 + 2x^2 + 2x + 3)$ (restar es quitar).

- Dibujamos el polinomio minuendo y quitamos (borramos) el polinomio sustraendo $(3x^3 + 2x^2 + 2x + 3)$, vamos a colorearlos de gris.



- **Lo que nos queda es la respuesta al ejercicio: Dos cubos, un cuadrado, dos rectángulos, tres cuadrados unitarios . Algebraicamente $2x^3 + x^2 + 2x + 3$**

Algebraicamente

- De $(5x^3 + 3x^2 + 4x + 6)$ réstele el polinomio $(3x^3 + 2x^2 + 2x + 3)$

$$\begin{array}{rcrcrcr} 5x^3 & + & 3x^2 & + & 4x & + & 6 \\ -3x^3 & - & 2x^2 & - & 2x & - & 3 \\ \hline 2x^3 & + & x^2 & + & 2x & + & 3 \end{array}$$

Lo que debe hacerse es cambiar los signos del polinomio sustraendo (sumar opuestos) .

Generalizando

1. Reste $-6x^2y + 4xy^2 - 2$ del polinomio $-6x^2y - 2xy^2 - 4$

$-\cancel{6x^2y} - 2xy^2 - 4$

$+\cancel{6x^2y} - 4xy^2 + 2$ se cambia los signos del polinomio que resta

$-6xy^2 - 2$

2. De $+8x^2y - 5xy^2 + 2$ reste el polinomio $+12x^2y - 3xy^2 + 2$

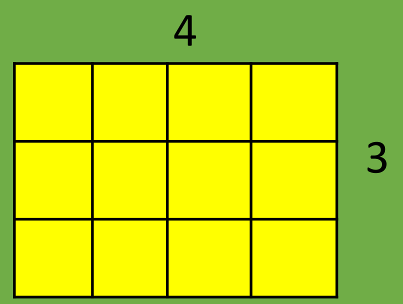
$+8x^2y - 5xy^2 \cancel{+2}$

$-12x^2y + 3xy^2 \cancel{-2}$ no olvide cambiar los signos del polinomio que resta

$-4x^2y - 2xy^2$

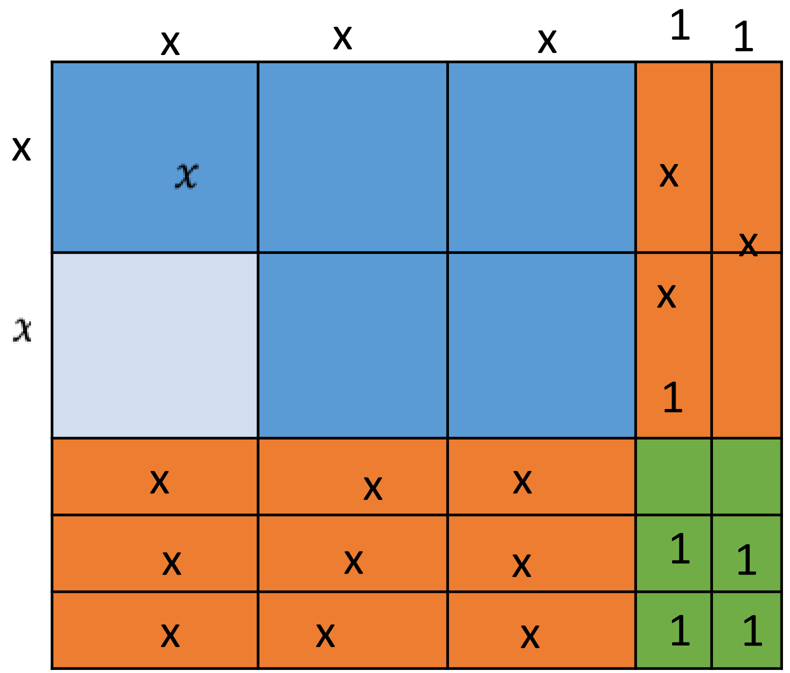
Multiplicación

En matemáticas se tiene que 4*3= 12 unidades cuadradas



En álgebra se tiene, que el área de la figura (3x+2) por (2x +3) Es igual a 6 cuadrados rectángulos 13x y 6 cuadros unitarios . algebraicamente la respuesta es $\mathbf{6x^2+13x+6}$

Recuerde x*x =$\mathbf{x^2}$, $\mathbf{1*x=x, 1*1=1}$



Analìticamente

- (3x+2) por (2x +3)=$6x^2+9x+4x+6$ =$6x^2+13x+6$

3x(2x+3)es esta parte negra y 2(2x+3) es la parte morada

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ 2x+3 \\ \hline 6x^2+4x \qquad \\ +9x+6 \\ \hline 6x^2+13x+6 \end{array}$$

(Tomado de cualquier libro de octavo, álgebra intermedia,…….)

Generalizando

- $(2x-3)(4x-3)$

$teniendo\ cuidado\ con\ los\ signos\ y\ los\ exponentes$

$2x(4x-3)-3(4x-3)=$

$8x^2-4x-12x+9=$ simplificando -4x-12x = -16x

$8x^2-16x+9.$

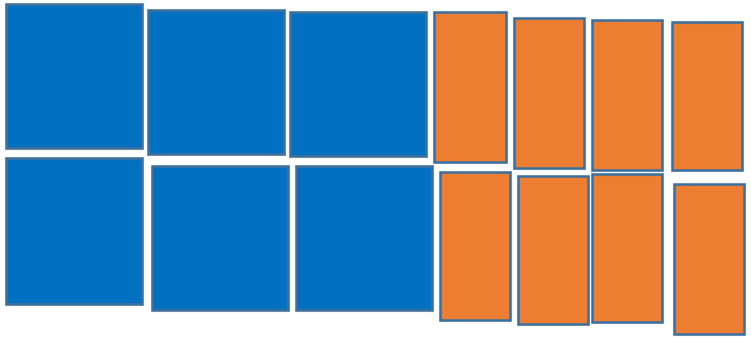
- $(5x^2-16x-7)(-2x^2-x)=$

$$
\begin{array}{r}
5x^2-16x-7 \\
2x^2-x \\
\hline
10x^4-32x^3-14x^2 \qquad \\
-5x^3+16x^2-7x \\
\hline
10x^4-37x^3+2x^2-7x
\end{array}
$$

Factorizando: Factorizar es escribir como producto.

- Vamos a realizar algunos ejercicios , gráficamente.
- Para ello utilicemos nuestras fichas para armar rectángulos.

Tomemos:6 cuadrados y 8 rectángulos $6x^2$ y $8x$



¿Cuales son los lados del rectángulo ?

3x +4 y 2x si claro

Ahora hallemos el área de la figura

Largo por ancho = (3x +4) 2x esto es factorizar

$6x^2 + 8x$ = (3x +4) 2x algebraicamente le dan el nombre de **factor común,** debemos sacar lo que hay común en cada término.

Hagámoslo algebraicamente $6x^2 + 8x = 3.2x.x + 2.2.2x$ = 2x(3.x+ 2.2)

$6x^2 + 8x$ =2x(3.x+ 4)

Generalizando

Ffactorizar el siguiente polinomio

$10x^4y^4 - 30x^3y^3 + 20x^2y^3 - 5xy^2z^2 =$ descomponiendo el polinomio

2.5xxxxyyyy-2.3.5xxxyyy+2.2.5xxyyy-5xyyzz=

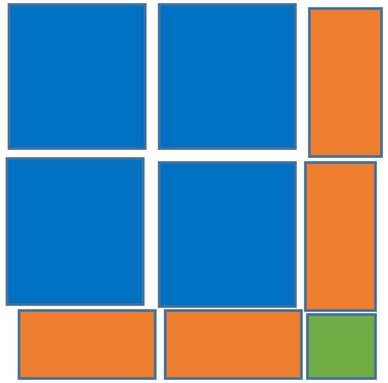
$5xy^2(2x^3y^2 - 6x^2y + 4xy + z^2)$ esta es la factorización

$10x^4y^4 - 30x^3y^3 + 20x^2y^3 - 5xy^2z^2 = 5xy^2(2x^3y^2 - 6x^2y + 4xy + z^2)$

En conclusión para hallar el factor común, tomamos de la parte numérica y de la parte literal el de menor exponente y a cada término lo dividimos por él

Otros ejercicios

- Tomemos las siguientes fichas $4x^2 + 4x + 1$.



Armemos un rectángulo

Los lados del rectángulo son : largo 2x+1 , ancho 2x+1

entonces el área es (2x+1)(2x+1) esta es la factorización

$4x^2 + 4x + 1$= (2x+1)(2x+1)=$(2x + 1)^2$ a este le dan el nombre de **trinomio cuadrado perfecto,** sencillamente porque lo que produce es un cuadrado, como puede observarse en la figura.

Ahora tomemos $2x^2 + 7x + 6$

$2x^2 + 7x + 6$=(2x+3)(x+2) a este

Le dan el nombre de la forma

$\boldsymbol{ax^2 + bx}$ **+ c (**la x^2 **tiene coeficiente)**

- Tomemos x^2+4x+3

Los lados son: largo x+3

Ancho x+1

x^2+4x+3 =(x+3)(x+1) . A este lo llaman trinomio de la forma x^2+bx+c

En este caso la x^2 tiene coeficiente 1.

Algebraicamente

1. Ordenamos el trinomio.
2. Multiplicando el primer coeficiente por el último.
3. Encontramos dos factores que me den ese producto y sumados me den el segundo término .
1. Reemplazo el segundo término por la suma obtenida .
2. Agrupamos de a dos términos y sacamos el factor común
3. Nuevamente sacamos factor común

1*3=3

1*3=3

1 x^2+4x +3

1x+3x=4x

X^2+1x+3x+3

(x^2+1x)+(3x+3)

x(x+1)+3(x+1)

(x+1)(x+3)

$4*1=4$

$1x+4x=5x$

$4x^2 + 5x + 1$

$(4x^2+1x)+(4x+1)$

$x(4x+1)+1(4x+1)$

$(4x+1)(x+1)$

$4*1=4$

$2x+2x=4x$

$1*4=4$

$4x^2+4x+1$

$(4x^2+2x)+(2x+1)$

$2x(2x+1)+1(2x+1)$

$(2x+1)(2x+1)$

$2*5=10$

$5+2=7$

$2x^2 \ +7x \ +5$

$2x+5x=7x$

$(2x^2+2x)+(5x+5)$

$2X(X+1)+5 (x+1)$

$(2x+5)(x+1)$

TRABAJO REALIZADO TOMANDO ALGUNAS IDEAS DE LA TESIS DEL LICENCIADO CIRO GARZON Y ALGUNAS IDEAS DE EMÉRITA CASTILLO Y OTRAS IDEAS DE TEXTOS DE ÁLGEBRA DEL GRADO OCTAVO, ENTRE ELLOS: ALGEBRA INTERMEDIA

GRACIAS POR SU ATENCIÓN.