Córdoba 04-06/09/2024

XXVII
Investigación en Educación Matemática

Edición: Natividad Adamuz-Povedano, Elvira Fernández-Ahumada, Nuria Climent Rodríguez y Clara Jiménez-Gestal.

Colaboran:

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

SEIEM

AYUNTAMIENTO DE CÓRDOBA

IMTUR INSTITUTO MUNICIPAL TURISMO DE CÓRDOBA

SOCIEDAD ANDALUZA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA THALES

CASIO División Educativa

RUBIO

XXVII SEIEM 2024

Imagen creada con Microsoft Image Generator.

RESOLUCIÓN DE INECUACIONES EN 5.º DE PRIMARIA: ESTRATEGIAS Y SIGNIFICADOS

5º Grade Students solving inequations: strategies and meanings

Pacheco, E[a]., Ayala-Altamirano, C[b]., Molina, M[c]. y Pinto, E[d].

[a]Universidad de Granada (España), [b]Universidad de Málaga (España), [c]Universidad de Salamanca (España), [d]Universidad de O'Higgins (Chile)

Resumen

Este estudio tiene por objetivo identificar y describir las estrategias y significados que evidencian estudiantes de 5.º de primaria (10-11 años) en tareas de inecuaciones. Realizamos un estudio cualitativo exploratorio y descriptivo a partir de una sesión de trabajo con tareas diseñadas para favorecer el uso del pensamiento relacional y la explicitación de la comprensión de las relaciones de desigualdad. Los resultados ponen de manifiesto los dos significados de la inecuación: restrictivo y comparativo; y el uso de estrategias tanto operacionales como estructurales. Se concluye necesario proponer tareas sobre la inecuación con estructuras variadas que permitan el uso de diversas estrategias, así fomentar los distintos significados de la inecuación.

Palabras clave: *early-algebra, estrategias de resolución, inecuación, significados.*

Abstract

The aim of this study is to identify and describe the strategies and meanings shown by 5th grade students (10-11 years old) in inequality tasks. We conducted an exploratory and descriptive qualitative study based on a work session with tasks designed to encourage the use of relational thinking and the explicit understanding of inequality relations. The results highlight the two meanings of the inequality: restrictive and comparative; and the use of both operational and structural strategies. It is concluded that it is necessary to propose tasks on the inequality with varied structures that allow the use of different strategies, thus encouraging the different meanings of the inequality.

Keywords: *early-algebra, inequality, meanings, primary education, solving strategies.*

INTRODUCCIÓN

En el contexto del pensamiento algebraico, un enfoque de estudio es el que se centra en razonar con expresiones y, plantear y resolver inecuaciones (Blanton et al., 2018). A nivel curricular el estudio de las inecuaciones se realiza desde primaria, por ejemplo, en la reciente actualización del currículo español y de otros países (ej., Australia, Chile, Estados Unidos). El Ministerio de Educación y Formación Profesional español (2022) señala que, al desarrollar el sentido algebraico, los estudiantes de tercer ciclo realizarán actividades que incluyan relaciones de igualdad y desigualdad e identificarán datos desconocidos en expresiones simples. En Chile, país que actúa de contexto en esta investigación, desde el año 2012 se introduce en 4.º y 5.º curso el estudio de las inecuaciones (Ministerio de Educación, 2012).

A nivel investigativo hay pocos trabajos que se centren en el concepto de inecuación en educación primaria, lo que se traduce en un desafío a abordar desde la investigación. En una publicación reciente, Pino-Fan et al. (2024) analizan textos escolares chilenos y con relación a las inecuaciones destacan el uso de la metáfora de la balanza como única estrategia de resolución propuesta en los textos. Consideran que esto puede producir una comprensión deficiente de las relaciones

Pacheco, E., Ayala-Altamirano, C., Molina, M. y Pinto, E. (2024). Resolución de inecuaciones en 5° de primaria: estrategias y significados. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 385-392). SEIEM.

modelizables mediante inecuaciones y limitarse únicamente a la utilización de algoritmos, sin tener en cuenta las propiedades que explican el procedimiento.

Con respecto a educación secundaria, se evidencia una baja comprensión del concepto de inecuación por parte del estudiantado, producto del uso operacional de los signos (Tsamir y Almog, 2001). Por otro lado, Blanco y Garrote (2007) observan que los signos "mayor que" y "menor que" son malinterpretados como relación de desigualdad y carecen de significado. Entre los errores recurrentes al resolver inecuaciones identifican el uso erróneo de dichos signos como conectores entre expresiones sin un significado inherente, llegando a sustituirlos incorrectamente por el signo de igualdad.

Ellis y Özgür (2024) resumen los avances asociados con el estudio del pensamiento algebraico. Si bien no mencionan explícitamente las inecuaciones, algunos de los tópicos relacionados con las ecuaciones son transferibles a nuestra investigación. Abordan la equivalencia y el signo igual, distinguiendo entre una comprensión operacional (evidencia de un cálculo) y relacional (equivalencia entre las expresiones). Además, atienden al estudio de las ecuaciones y los sistemas de ecuaciones identificando estrategias de resolución con empleo del pensamiento analítico y estructural, las cuales mejoran la comprensión de las ecuaciones. En el contexto de la inecuación dichos conceptos y estrategias de resolución pueden ser abordados, permitiendo una conexión entre la ecuación e inecuación.

En virtud de lo expuesto contemplamos para este estudio indagar en estrategias de resolución y los significados que se le otorga a la inecuación, con el fin último de obtener orientaciones que guíen la práctica educativa en las aulas. Nuestro objetivo es identificar y describir las estrategias de resolución de inecuación y los significados evidenciados por estudiantes de 5.º de primaria (10-11 años).

PENSAMIENTO ALGEBRAICO, INECUACIÓN Y ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN

El pensamiento algebraico es un tipo de pensamiento en donde se razona sobre la generalidad y se distingue una estructura algebraica, a través del análisis de las relaciones entre las operaciones y se identifican los cambios que ocurren entre diferentes cantidades (Kieran, 2004). A través del pensamiento relacional, se atiende a las expresiones desde un enfoque estructural (Molina, 2009), mientras que el pensamiento analítico permite el manejo de cantidades desconocidas como si fueran conocidas, para realizar transformaciones y establecer relaciones de equivalencia (Kieran, 2022).

La inecuación es una relación de desigualdad entre dos expresiones algebraicas, que involucran una cantidad desconocida o incógnita (Lloyd et al., 2011). Su resolución consiste en identificar todos los valores posibles de la incógnita que cumplen con la inecuación (Martínez et al., 2013). En la literatura se distinguen dos significados de las inecuaciones (Paoletti et al., 2021). Tendrá un significado comparativo si expresa una comparación entre expresiones aritméticas a partir de conocer sus valores numéricos. Será restrictivo si se razona sobre un intervalo de soluciones. Por ejemplo, en $x+3>10$, interpretamos que $x+3$ y 10 son dos expresiones distintas que se comparan y su solución es cualquier valor que haga verdadera la relación de desigualdad. El significado restrictivo se observa en $x+3>10$ cuando se razona sobre la solución como el conjunto de todos los valores posibles para x.

Para describir las estrategias de resolución de inecuaciones realizamos una adaptación basada en las estrategias para resolver ecuaciones discutidas en los trabajos de Ellis y Özgür (2024), Kieran (2022) y Kieran y Martínez-Hernández (2022). Hemos identificado cuatro estrategias: a) estructurales, evidencian pensamiento relacional al reconocer relaciones entre expresiones basándose en su estructura, empleando propiedades o la descomposición de números; b) analíticas, sustentadas en operar con cantidades indeterminadas como si fueran conocidas y realizar transformaciones de las expresiones basadas en las propiedades de la igualdad o desigualdad; c) operacionales, refieren a resolver las ecuaciones o inecuaciones a través de una o variadas operaciones aritméticas; y d) ensayo y error, en la cual se reemplaza la incógnita por algún valor y se verifica la veracidad de la igualdad o desigualdad.

MÉTODO

Este estudio es cualitativo, exploratorio y descriptivo. La recogida de datos se realizó en un colegio concertado de Chile, en una clase formada por 29 estudiantes de 10 y 11 años. La muestra fue intencional por disponibilidad para participar. Estos estudiantes no habían trabajado previamente tareas de ecuación ni inecuación según la información facilitada por la docente del grupo. Ella estuvo presente en la recogida de datos, pero no participó. Dicha sesión fue diseñada colaborativamente e implementada por seis futuros docentes de primaria y un investigador en Didáctica de la Matemática.

Diseño de la sesión

Se implementó solo una sesión, de 90 minutos, que estuvo dirigida por el investigador y se estructuró en dos momentos: trabajo grupal y puesta en común. El alumnado se organizó en seis grupos de 4 a 6 integrantes y trabajaron supervisados por los futuros docentes antes mencionados. En la Tabla 1 se muestran las cuatro tareas propuestas. Las tareas son adaptaciones de trabajos sobre pensamiento relacional y analítico (Molina, 2009; Radford, 2022), en específico de la tarea 1 a 3 van dirigidas a promover el pensamiento estructural y la tarea 4 el pensamiento analítico, en el caso que el estudiantado los empleara. Cada estudiante, individualmente, escribió en su hoja de trabajo las respuestas acordadas por el grupo para cada tarea. Luego, realizaron una puesta en común de dichas respuestas. Se esperaba que las soluciones contemplaran principalmente los números naturales, aunque habían estudiado previamente los números racionales positivos.

Tabla 1. Caracterización de las tareas

Instrucción de la tarea	Tareas	
Tarea 1. Observa las siguientes igualdades. Luego, encierra a 👍 si es correcta o a 👎 si es falsa.	a. $500 + 25 = 520 + 15$	👍 👎
	b. $(1000 \cdot 2) \cdot 5 = 2 \cdot (1000 \cdot 5)$	👍 👎
	c. $17 \cdot 5 + 17 \cdot 3 = 17 \cdot (5 + 3)$	👍 👎
	d. $35 \cdot (3 + 2) = 35 \cdot 3 + 3 \cdot 2$	👍 👎
Tarea 2. Completa los □ para que se mantenga la desigualdad.	a. $33 + \square < 33 + 14$	
	b. $\square + 102 < 102 + 6$	
	c. $510 + 2 + 3 > \square + 512$	
	d. $600 + 600 + 400 > 1.000 + \square$	
Tarea 3. Completa los □ sin hacer cálculos escrito.	a. $\square > 347 \cdot 25 \cdot 4$	
	b. $398 \cdot 746 : 746 < \square$	
	c. $378 + 794 > 778 + \square$	
	d. $8790 \cdot 596 < 879 \cdot \square$	
Tarea 4. Lee la situación. Luego, responde.	Silvia y Carlos tienen algunas láminas. Carlos tiene 3 láminas y Silvia tiene 2 láminas. Además, su madre prepara tres sobres con el mismo número de láminas en cada uno. Le da 1 sobre a Carlos y 2 a Silvia. Silvia siempre tiene más láminas que Carlos. a) ¿Cuántas láminas podría tener Silvia? Escríbelo. b) ¿Cuántas láminas podría tener Carlos? Escríbelo. c) ¿Cómo podrías expresar la relación entre las láminas que tiene Silvia y Carlos?	

La puesta en común estuvo dirigida por el investigador quien favoreció el intercambio de respuestas a las tareas y propuso oralmente cuestiones para la verbalización de las estrategias seguidas, así como para identificar los significados otorgados a las inecuaciones. Por ejemplo, en la primera tarea las preguntas planteadas por el investigador fueron: ¿en qué se fijaron?, ¿cómo modificarían sentencias numéricas que son falsas para que sean verdaderas?, ¿qué otra cosa se podría modificar?, ¿cómo comprobar que los cambios son correctos?, ¿qué sucede si en las falsas cambian el signo igual?, y ¿por qué cambian el signo? Con estas cuestiones se motivó el razonamiento basado en las estructuras de las expresiones, atendiendo a los elementos que las conforman, trabajando en el lado derecho y/o izquierdo, descomponiendo y componiendo números, explicando relaciones de desigualdad, así como empleando símbolos y propiedades (conmutativa, asociativa y distributiva).

Análisis

Analizamos y codificamos las respuestas escritas de los 29 estudiantes a las cuatro tareas y la videograbación de la puesta en común. El anonimato del estudiantado se aseguró designando una letra Ei, donde i= 1, 2, 3, … 29. Específicamente, realizamos un análisis cualitativo de las respuestas de los estudiantes atendiendo a las estrategias de resolución empleadas y los significados de las inecuaciones que ponen de manifiesto. Este procedimiento fue de carácter deductivo, aplicando categorías provenientes de la literatura y de las tareas presentadas. Clasificamos las estrategias de resolución de inecuaciones adaptando las estrategias documentadas para las ecuaciones, contemplando cuatro: estructurales, analíticas, operacionales y, ensayo y error (Ellis y Özgür, 2024; Kieran, 2022; Kieran y Martínez-Hernández, 2022). A continuación ejemplificamos cada una con 12+m<18: a) estructurales, se resuelve a partir de descomponer 18 como 12+6 y relacionar cada término de dicha expresión con 12+m; b) analíticas, aplicando la propiedad de la desigualdad se plantea una expresión equivalente restando 12 a ambos lados de la desigualdad; c) operacionales, se aplicarían estrategias aritméticas, como la operación inversa, 18-12=6; d) ensayo y error, se cuestionaría ¿12 más qué número es menos que 18? y probaría con distintos números 12+10=22, 12+5=17, 12+6=18.

Para el análisis de los significados de inecuación nos basamos en la propuesta de Paoletti et al. (2021) Sin embargo, distinguimos tres categorías en relación con los significados: comparativo si expresan un valor posible para la cantidad desconocida, restrictivo parcial si identifican más de uno de dichos valores, y restrictivo exhaustivo si reconocen la totalidad de valores posibles. En este análisis consideramos como conjunto numérico de referencia los números naturales. En algunos casos no se evidencia ningún significado o no aplica.

RESULTADOS

Estructuramos los resultados en dos partes según la naturaleza de los datos considerados en cada caso: trabajo escrito del alumnado en las hojas de trabajo y puesta en común.

Hojas de trabajo: estrategias de resolución y significados

En las respuestas escritas de los estudiantes identificamos el uso de dos tipos de estrategias: estructurales y operacionales. Sin embargo, en la mayoría de las respuestas no fue posible identificar la estrategia empleada porque el alumnado solo propone uno o varios valores fijos, o no responden (Tabla 2). Las estrategias analíticas y ensayo y error no son observadas.

Tabla 2. Estrategias evidenciadas en cada tarea

Estrategias	Tarea 1				Tarea 2				Tarea 3				Tarea 4		
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c
Estructurales	11	0	2	5	1	1	0	0	0	0	1	0	2	1	3
Operacionales	3	2	3	3	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	3
No evidencia	15	27	23	20	26	27	26	24	21	26	26	24	25	23	12
No responde	0	0	1	1	2	0	2	4	7	2	2	5	2	5	11

Entre las estrategias en la tarea 1 se observa el empleo de una mayor cantidad de estrategias estructurales respecto al resto de tareas. Dichas estrategias son evidenciadas a partir de relaciones entre términos, las cuales denotan un pensamiento relacional (Figura 1). Otros estudiantes emplean la estrategia operacional, sumando, restando, multiplicando y/o dividiendo (Figura 2).

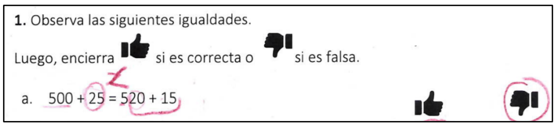


Figura 1. Ejemplo de respuesta con estrategia estructural

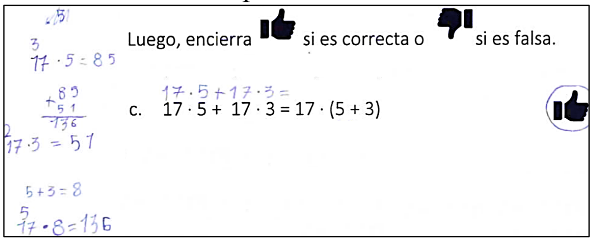


Figura 2. Ejemplo de respuesta con estrategia operacional

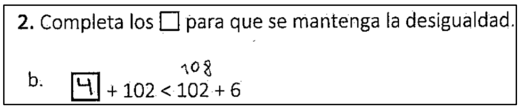
Respecto a los significados asociados a la inecuación, la Tabla 3 recoge la cantidad de tareas en cuyas respuestas identificamos los significados comparativo y restrictivo.

Tabla 3. Significados evidenciados en cada tarea

Significado	Tarea 1				Tarea 2				Tarea 3				Tarea 4		
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c
Comparativo	0	0	0	0	24	26	25	24	14	27	27	24	12	9	6
Restrictivo parcial	0	0	0	0	1	0	2	1	0	0	0	0	4	1	0
Restrictivo exhaustivo	0	0	0	0	2	3	0	0	0	0	0	0	0	2	0
No aplica/No evidencia	29	29	28	28	0	0	0	0	8	0	0	0	11	12	12
No responde	0	0	1	1	2	0	2	4	7	2	2	5	2	5	11

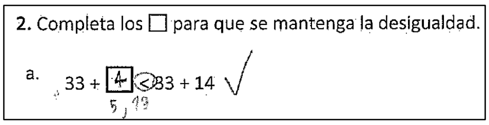
La tarea 1 tenía como objetivo motivar que los estudiantes dirijan la atención a las estructuras de las expresiones y relaciones para que luego las apliquen a las otras tareas, por ello no aparece la simbología *mayor que* y *menor que*. En consecuencia, no es viable atender al significado de la inecuación en esta tarea. En las respuestas a las tareas 2, 3 y 4 en mayor cantidad se muestra el comparativo sobre el restrictivo (Figura 3) producto de dar un valor fijo. Sin embargo, algunos estudiantes evidencian significado restrictivo de tipo parcial y exhaustivo como se ejemplifica en la Figura 4 (indica varios valores posibles) y 5 (indica todos los valores).

Figura 3. Ejemplo de respuesta que sugiere significado comparativo



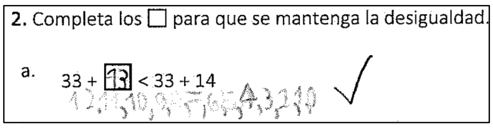
108
$\boxed{4}$ + 102 <102 +6

Figura 4. Ejemplo de respuesta que sugiere significado restrictivo parcial



33 + $\boxed{4}$ < 33 + 14
5, 13

Figura 5. Ejemplo de respuesta que sugiere significado restrictivo exhaustivo



33 + $\boxed{13}$ < 33 + 14
12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4,
3, 2, 1, 0

En la tarea 4 las respuestas sugieren un significado restrictivo parcial y exhaustivo, por ejemplo: "tiene que ser mayor que 4 pero como 10, 20, 150, 300, 1000" y "Carlos podría tener de 5 arriba y pueden ser números pares e impares".

Puesta en común: estrategias de resolución y significados

En el contexto de la puesta en común observamos tres estrategias: estructurales, operacionales y ensayo y error, así como significados comparativo y restrictivo de tipo parcial y exhaustivo.

En la tarea 1 utilizan estrategias estructurales y operacionales. Ocho estudiantes intervienen de modo voluntario y el investigador promueve la participación de otros estudiantes. En concreto, en la sentencia numérica 500+25=520+15, E_{26} y E_1 intervienen argumentando con una estrategia operacional (sumando). Luego, el investigador plantea la pregunta ¿cómo corregir la sentencia numérica para que sea verdadera?, donde predominan estrategias estructurales. Por ejemplo, E_{19} propone “500+25=510+5” cambiando los sumandos del lado derecho: el 520 por 510 y 15 por un 5, luego en otra oportunidad cambia el signo = por < expresando “500+25<520+15”. E_{27} cambia en el lado derecho 520 por 510 obteniendo “500+25=510+15”. Por su parte, E_2 muestra “500+25=520+15-10” quien añade resta y valor 10. En los siguientes apartados los estudiantes expresan estrategias operacionales y estructurales para argumentar la veracidad de las sentencias.

En la resolución de la tarea 2, en las dos primeras expresiones el investigador centra la atención de la puesta en común a observar elementos en común a ambos lados. Esto provoca que los estudiantes verbalicen estrategias estructurales. Por ejemplo, en □+102<102+6, E_{24} propone “olvidar el 102” para luego comparar el 6 y hallar que valores son menores a 6. En 600+600+400>1.000+□, E_1 señala “nos olvidamos de los 600 y el 400”, E_6 complementa hay que olvidarse del 600+400 y el 1.000 y varios estudiantes están de acuerdo con “cualquier número menor que 600”.

En la tarea 3 seis estudiantes intervienen. Por ejemplo, en □>347·25·4 el investigador plantea preguntas como “sólo mirando los números ¿qué podría escribir al lado izquierdo?, ¿cuánto es 25·4?”, E_1 expresa “oh 100”. El investigador ahora pregunta “si 25 lo sumo 4 veces, 25+25+25+25”, E_9 “son trescientos cuarenta y … ah 34.700”, nuevamente interviene E_1 respondiendo “mayor que 34.700”. ambos empleando una estrategia operacional. El investigador continúa preguntando “¿podría escribir en este espacio en blanco 347·25·4·2>347·25·4?”, la clase está de acuerdo con el investigador E_1 señala “siempre de 1 para arriba” (dicha restricción expresada por E_1 para los valores del factor 2 en el lado izquierdo de la desigualdad) comprendiendo la relación entre las expresiones, lo cual evidencia el reconocimiento de la estrategia estructural.

En la tarea 4, en una primera instancia el investigador plantea cuestiones para comprender el enunciado de la situación. Los estudiantes de modo voluntario responden: “que no sabemos cuántas láminas traen los sobres” (E_{19}), “que la mamá prepara láminas y adentro no sabemos que tiene, o sea tiene las láminas, pero no sabemos el valor” (E_{25}), “que siempre Carlos adentro tiene que tener números impares o pares y Silvia solo números pares” (E_6). Posterior el investigador sugiere la estrategia de ensayo y error, y así resuelven la cantidad de láminas que puede tener cada sobre: inician el conteo con una lámina, donde señalan que no es posible ya que ambos tendrían cuatro láminas, luego prueban con dos y tres láminas, refiriendo finalmente a que debe haber más de una lámina en los sobres.

En lo que respecta a los significados de la inecuación, las respuestas sugieren comparativo y restrictivo. Emplean en primera instancia el comparativo, respondiendo con un valor y luego, el restrictivo parcial y exhaustivo. Por ejemplo, en el primer apartado de la tarea 2a, el primero (E_{13}) de los cuatro estudiantes que intervienen evidencia un significado comparativo al dar como valor el 4. Luego el investigador pregunta “¿sólo el 4?”, a lo que otros dos estudiantes (E_2 y E_{27}) dicen que no, mencionando “el 12”, “el 10”, ejemplificando con dos valores distintos, lo cual sugiere un significado restrictivo parcial. En la última intervención E_1 señala “del 13 para bajo 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1” manifestando todos los valores, esto sugiere un significado restrictivo exhaustivo.

En la tarea 2b, en la expresión □+102<102+6, luego de mencionar E_{24} la idea de “olvidar el 102”, el investigador realiza preguntas para guiar la discusión hacia un significado restrictivo. El investigador refiere a “algo menor que 6” y E_9, E_{29}, E_{13} y E_{19} señalan valores distintos (significado comparativo). Seguidamente el investigador pregunta “¿podría ir cualquier número menor que?”, a lo que responden sugiriendo un significado restrictivo exhaustivo: “el 6 y los números negativos”, “el 6 no, serían iguales”. En el siguiente apartado de esta tarea continúan el diálogo: inician dando valores para el dato faltante y luego comentan la restricción a partir de la pregunta del investigador ¿podría ir cualquier número menor que …? lo cual incita a la explicitación del significado restrictivo.

En la tarea 3, en la expresión $\square>347\cdot25\cdot4$ guiados por el investigador a partir de preguntas como "¿qué número debe ir al lado izquierdo?" y "¿cualquier número mayor que?", E_1 expresa "mayor que 34.700", permitiendo inferir significado restrictivo exhaustivo a partir de dicha expresión.

Por último, en la tarea 4 al responder ¿cuántas láminas podría tener Silvia?, E_{13} explica "tiene que ser mayor que 4 porque si multiplicamos el 2·2 da 4 y tiene dos sobres, en cambio en el sobre de Carlos no tiene lo mismo que Silvia, pero si el paquete tiene 1, le daría lo mismo de láminas que Silvia", evidenciando significado restrictivo parcial a partir de la expresión mayor que 4.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En esta comunicación identificamos y describimos las estrategias de resolución de inecuación y los significados otorgados por estudiantes de 5.º de primaria. Los resultados permiten mostrar cierta transición desde el uso de estrategias operacionales, al resolver con una o variadas operaciones aritméticas, al empleo de estrategias estructurales, en esta última se evidencia el pensamiento relacional reconociendo las conexiones entre expresiones (a través de su estructura, propiedades y descomposición de números). Ambas son conducentes a respuestas correctas. La observación de un menor uso de procesos algorítmicos durante la puesta en común sugiere que el diseño de las tareas y las cuestiones planteadas influyen en la forma en que los estudiantes abordan y comprenden la inecuación. El aporte de este este estudio es mostrar la importancia de proponer tareas y preguntas que fomenten el razonamiento sobre la estructura a través del empleo de relaciones de las expresiones, propiedades aritméticas y propiedades de la desigualdad.

En este sentido, Pacheco et al. (2023) sugieren enriquecer el diseño de tareas de inecuación considerando entre los elementos presentes la diversidad de estructuras que promuevan el razonamiento. Razonar sobre diversas estructuras es destacado en la literatura como un componente clave para desarrollar el pensamiento algebraico en primaria (Blanton et al., 2018).

Uno de los aportes de esta comunicación es la transferencia de estrategias de resolución de ecuación a inecuación. Ellis y Özgür (2024), dejan una línea abierta a distintos temas de álgebra, por consiguiente, el tratamiento de la ecuación, en específico de las estrategias de resolución con carácter algebraico son transferibles a la inecuación. Al comparar este estudio con otros previos, enfatizamos la importancia de ampliar las estrategias de resolución (Pino-Fan et al., 2024) para evitar que los estudiantes no crean erróneamente que la inecuación solo se resuelve de un modo.

En este trabajo se presentan las soluciones evidenciadas por estudiantes de primaria a tareas de inecuación con uno o unos valores, así como las restricciones. En congruencia con Paoletti et al. (2021), quienes recomiendan fomentar significados tanto comparativos como restrictivos para una profundización en la adquisición del aprendizaje de la inecuación. Distinguimos el abordar las tareas de inecuación a partir de los significados encontrados en la literatura, e incorporar la distinción entre el restrictivo de tipo parcial y exhaustivo, otorgando especificidad al significado de la inecuación.

Por último, como limitaciones de este trabajo que dan pie a la continuación del mismo, señalamos la necesidad de complementar la recogida de datos con entrevistas que permitan indagar en los procesos de resolución de los estudiantes. Es importante destacar que la adquisición de diferentes estrategias de resolución, y en particular, la habilidad de expresar por escrito dichas estrategias, requiere más tiempo, por ello contrastamos las respuestas de las hojas de trabajo con los diálogos de la puesta en común. Sugerimos continuar investigando las estrategias de resolución y significados en la inecuación, explorando enfoques que promuevan una comprensión profunda y variada de este concepto con estudiantes de primaria.

Agradecimientos

Proyecto PID2020-113601GB-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/ 501100011033 y Beca ANID 72220116, Gobierno de Chile. Agradecemos a la docente M. Coahila y los futuros docentes F. Aninao, M. Guzmán, V. Daza, A. Muñoz y F. Herrera.

Referencias

Blanco, L. J. y Garrote, M. (2007). Difficulties in learning inequalities in students of the first year of pre-university education in Spain. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 3*(3), 221-229. https://doi.org/10.12973/ejmste/75401

Blanton, M., Brizuela, B., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A., Stroud, R., Fonger, N. y Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice* (pp. 27-49). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2

Ellis, A. B. y Özgür, Z. (2024). Trends, insights, and developments in research on the teaching and learning of algebra. *ZDM Mathematics Education* https://doi.org/10.1007/s11858-023-01545-9

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator, 8*(1), 139-151.

Kieran, C. (2022). The multi-dimensionality of early algebraic thinking: Background, overarching dimensions, and new directions. *ZDM Mathematics Education, 54*(6), 1131-1150. https://doi.org/10.1007/s11858- 022-01435-6

Kieran, C. y Martínez-Hernández, C. (2022). Coordinating invisible and visible sameness within equivalence transformations of numerical equalities by 10- to 12-year-olds in their movement from computational to structural approaches. *ZDM Mathematics Education, 54*(6), 1215-1227. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01355-5

Lloyd, G., Herberl-Eisenmann, B. y Star, J. (2011). Developing essential understanding of expressions, equations, and functions for teaching mathematics in grades 6-8. NCTM.

Martínez, S., Varas, L., López, R., Ortiz, A. y Solar, H. (2013). *Álgebra para para futuros profesores de educación básica*. SM. https://www.cpeip.cl/wp-content/uploads/2020/07/REFIP-Algebra_01.pdf

Ministerio de Educación de Chile. (2012). *Bases Curriculares de la Enseñanza de Educación Matemática*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf

Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2022). Real Decreto 157/2022, de 02 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, *56*, 24386-24504.

Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: Integración del pensamiento algebraico en Educación Primaria. *PNA, 3*(3), 135-156.

Pacheco, E., Ayala-Altamirano, C. y Molina, M. (2023). Caracterización de tareas de inecuaciones propuestas en textos escolares de educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 427-434). SEIEM.

Paoletti, T., Stevens, I. y Vishnubhotla, M. (2021). Comparative and restrictive inequalities. *The Journal of Mathematical Behavior*, *63*, 100895. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100895

Pino-Fan, L. R., Lugo-Armenta, J. G., Cardelas, G. R. A., García, J., Peña, C. y Uicab-Campos, Y. (2024). Conflictos potenciales identificados en los libros de texto de matemáticas de educación básica de Chile para el estudio del álgebra. *Journal of Research in Mathematics Education*, *13*(1), 59-86. https://doi.org/10.17583/redimat.14137

Radford, L. (2022). Introducing equations in early algebra. *ZDM Mathematics Education* 54, 1151-1167. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01422-x

Tsamir, P. y Almog, N. (2001). Students' strategies and difficulties: the case of algebraic inequalities, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 32*(4), 513-524. https://doi.org/10.1080/00207390110038277