

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

# DESVIACIÓN ESTÁNDAR MUESTRAL

DANILO ÁLVAREZ, GERMÁN MURILLO, ESTEBAN PALACIOS Y JAVIER  
ARANDIA

BOGOTÁ, NOVIEMBRE DE 2025

En este documento, presentamos la unidad didáctica sobre el tema de la desviación estándar muestral, elaborada por el grupo 2 de la decimocuarta cohorte de la Maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes. Nuestra unidad didáctica fue diseñada para estudiantes entre los 15 y 17 años, que cursaban grado décimo en la institución educativa Liceo El Encuentro.

En el aprendizaje de la estadística, la comprensión del concepto de desviación estándar representa un punto importante en el desarrollo del pensamiento aleatorio. Desde una perspectiva cognitiva, su estudio exige que el estudiante avance desde una visión descriptiva de los datos (medidas de tendencia central) hacia una comprensión más profunda de la variabilidad y la incertidumbre presentes en los fenómenos reales. Comprender la desviación estándar implica que construyamos una noción de dispersión que no se percibe de manera inmediata, sino que requiere procesos de abstracción, comparación y generalización. Por ello, el propósito de nuestra unidad didáctica es el de contribuir con el aprendizaje del concepto de variabilidad, integrado en el pensamiento aleatorio y conocido con el concepto técnico de desviación estándar. Este tema está en el programa internacional para la evaluación de saberes (PISA, 2012) en el contenido de incertidumbre. Nuestra unidad didáctica busca, en primera instancia, fortalecer las competencias matemáticas para emplear conceptos y procedimientos en la solución de problemas en diferentes contextos. La comprensión del concepto de variabilidad llevará al estudiante a poder interpretar y reflexionar sobre los resultados obtenidos con el fin de explicar y predecir nuevos fenómenos asociados a la dispersión de los datos.

Nuestra propuesta se articula con los lineamientos curriculares nacionales ya que, en Colombia, los contenidos matemáticos se encuentran inmersos principalmente en dos documentos curriculares: los estándares básicos de competencias (Ministerio de Educación Nacional, 2006) y los derechos básicos de aprendizaje (Ministerio de Educación Nacional, 2016). Nuestro tema de desviación estándar muestral se describe en el primer documento de la siguiente manera: “Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación...” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 89). En cuanto al segundo documento, el mismo contenido se presenta en forma de derecho: “Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencia central y de dispersión...” (Ministerio de Educación Nacional, 2016 DBA #9 grado décimo, p. 79). De este modo, nuestra unidad didáctica se enmarca en los referentes curriculares establecidos por el Ministerio de Educación Nacional.

La institución educativa en la que implementamos nuestra unidad didáctica es de carácter privado y pertenece a una organización religiosa cristiana. Los estudiantes de esta institución tienen un nivel académico sobresaliente, cuentan con un aula adecuada y la posibilidad de usar la sala de sistemas para el desarrollo de las actividades de carácter estadístico-matemático.

Con nuestra unidad didáctica, buscamos ofrecer a los docentes de matemáticas una oportunidad para implementar nuevas oportunidades de aprendizaje estadístico en sus instituciones, a partir de la resolución de problemas en contextos diversos. Pretendemos que estas experiencias acerquen a los estudiantes al concepto de variabilidad desde una perspectiva personal, social y profesional, de modo que favorezcan una comprensión más profunda y significativa de los fenómenos asociados a la dispersión de los datos.

El profesor encontrará en nuestra unidad didáctica una serie de tareas que inician con una prueba diagnóstica, cuatro tareas de aprendizaje y un examen final. Finalmente, presentamos una propuesta de uso de la inteligencia artificial generativa para la creación de nuevas tareas de aprendizaje, redactamos los prompts necesarios para que la IAG pueda ayudar al profesor con actividades que estén enfocadas en cumplir nuestros objetivos de aprendizaje.

# 1. ANTES DE IMPLEMENTAR

A continuación, presentamos el tema central de la desviación estándar muestral. Para facilitar su comprensión y resaltar su importancia en nuestra unidad didáctica, desarrollamos el contenido en cinco partes. En primer lugar, describimos la articulación del contenido, de modo que el docente pueda ubicar el tema dentro de la rama de la estadística descriptiva. En segundo lugar, analizamos los aspectos cognitivos que deben considerarse antes de iniciar las tareas de aprendizaje. En tercer lugar, analizamos las limitaciones y dificultades más comunes que surgen al trabajar con el contenido de la desviación estándar muestral. En cuarto lugar, presentamos los criterios de logro propuestos para el aprendizaje del concepto de variabilidad. Finalmente, mostramos la estructura de nuestra unidad didáctica.

## 1. ARTICULACIÓN DEL CONTENIDO

De acuerdo con nuestra revisión histórica, la desviación estándar es uno de los conceptos más recientes en el estudio de la estadística y su origen se le suele atribuir al comerciante John Graunt en el siglo XVII. La estadística tiene raíces antiguas en diversas civilizaciones; por ejemplo, se aplicaba en censos poblacionales para la toma de decisiones. En la edad moderna, se inicia el interés por medir la dispersión de los datos para comprender su variabilidad, un aspecto tan importante como la tendencia central. Entre las primeras medidas se usaron el rango y la desviación media, hasta que Karl Pearson, en el siglo XIX, formalizó la desviación estándar como una medida más precisa, al considerar la distancia de cada dato respecto a la media (ver anexo 1). Así, la desviación estándar representa un avance clave en la estadística descriptiva y constituye una herramienta fundamental para analizar la variabilidad y entender con mayor exactitud los fenómenos observados.

Con la revisión histórica como punto de partida, presentamos ahora al profesor de estadística descriptiva los conceptos, procedimientos, sistemas de representación y fenómenos asociados al concepto de desviación estándar muestral. Para iniciar, presentamos el mapa conceptual de la estadística descriptiva (figura 1). Este comienza con la estadística moderna, de la que se derivan dos ramas: la estadística descriptiva y la estadística inferencial. Dado que nuestra unidad didáctica está dirigida al grado décimo, seguimos el conector correspondiente a la rama descriptiva. En esta parte, consideramos la naturaleza de los datos, la identificación de variables y su recolección mediante técnicas de muestreo. Consideramos las variables cuantitativas discretas y continuas, sin dejar de reconocer la importancia de las cualitativas. Hacia la derecha del mapa, describimos los métodos de muestreo, el diseño de experimentos estadísticos y las técnicas de conteo, como procesos inherentes a la estadística descriptiva. En el apartado de recolección de datos, el conector enlaza con las medidas estadísticas, clasificadas en dos categorías: medidas de tendencia central y medidas

Este diagrama de flujo clasifica los conceptos de la estadística según su importancia y uso. La estructura es la siguiente:

- Estadística** (Concepto fundamental) se divide en:
  - Estadística Descriptiva** (Concepto fundamental)
    - Datos** (Concepto fundamental)
      - Variables** (Concepto fundamental)
        - Cualitativas** (Concepto básico)
        - Cuantitativas** (Concepto fundamental)
          - Discretas** (Concepto básico)
          - Continuas** (Concepto básico)
      - Técnicas de Muestreo** (Concepto fundamental)
        - Aleatorio simple
        - Aleatorio sistemático
        - Estratificado
        - Conglomerados
    - Medidas** (Concepto fundamental)
      - Tendencia central** (Concepto fundamental)
        - Moda
        - Mediana
        - Media
      - Dispersión** (Concepto fundamental)
        - Rango
        - Varianza
        - Desviación media
  - Inferencial** (Concepto fundamental)
    - Desviación estándar** (Concepto fundamental)
      - Desviación estándar muestral** (Concepto principal)
        - Calculos de probabilidad** (Concepto fundamental)
          - Simple** (Concepto básico)
          - Conjunta** (Concepto básico)
          - Distribución de probabilidad** (Concepto fundamental)
      - Desviación estándar poblacional** (Concepto fundamental)

**Convenções:**

- Tema principal:** Rectángulo con sombra gris.
- Conceptos fundamentales:** Rectángulo con borde negro grueso.
- Conceptos complementarios:** Rectángulo con borde negro normal.
- Conceptos básicos:** Rectángulo con borde negro fino.
- Procedimientos fundamentales:** Rectángulo con borde negro y esquinas redondeadas.
- Procedimientos secundarios:** Rectángulo con borde negro y esquinas redondeadas.

Conceptual ubica fácilmente el concepto principal de la desviación

### **Conceptos y procedimientos**

A continuación, exponemos los conceptos y procedimientos relacionados con el tema. Partimos del hecho de que los estudiantes de grado décimo ya tienen conocimientos previos, principalmente en la recolección de información (datos) y en la aplicación de técnicas de muestreo. El profesor de matemáticas debe considerar el repaso del cálculo de las medidas de tendencia central, en especial en lo referente a la media aritmética y la mediana, conceptos básicos que los estudiantes deben tener claros antes de iniciar con las actividades de nuestra unidad didáctica. En el mapa conceptual de la figura 2, distinguimos entre los conceptos fundamentales (media y varianza) y conceptos complementarios (técnicas de muestreo).

El docente de matemáticas que desee aplicar nuestra unidad didáctica deberá tener en cuenta que nuestra secuencia procedimental le permitirá al estudiante ir de la lectura de la actividad al desarrollo y solución del problema planteado. Una primera tarea está en distinguir si el estudiante hará el cálculo de variación para una muestra o una población de datos. También, debe estar pendiente de si estos cálculos se hacen con datos continuos o discretos. Finalmente, y una vez terminada la tarea, el estudiante usará la desviación media o el coeficiente de variación para interpretar si la variabilidad se puede considerar baja o alta respecto de la media de los datos.

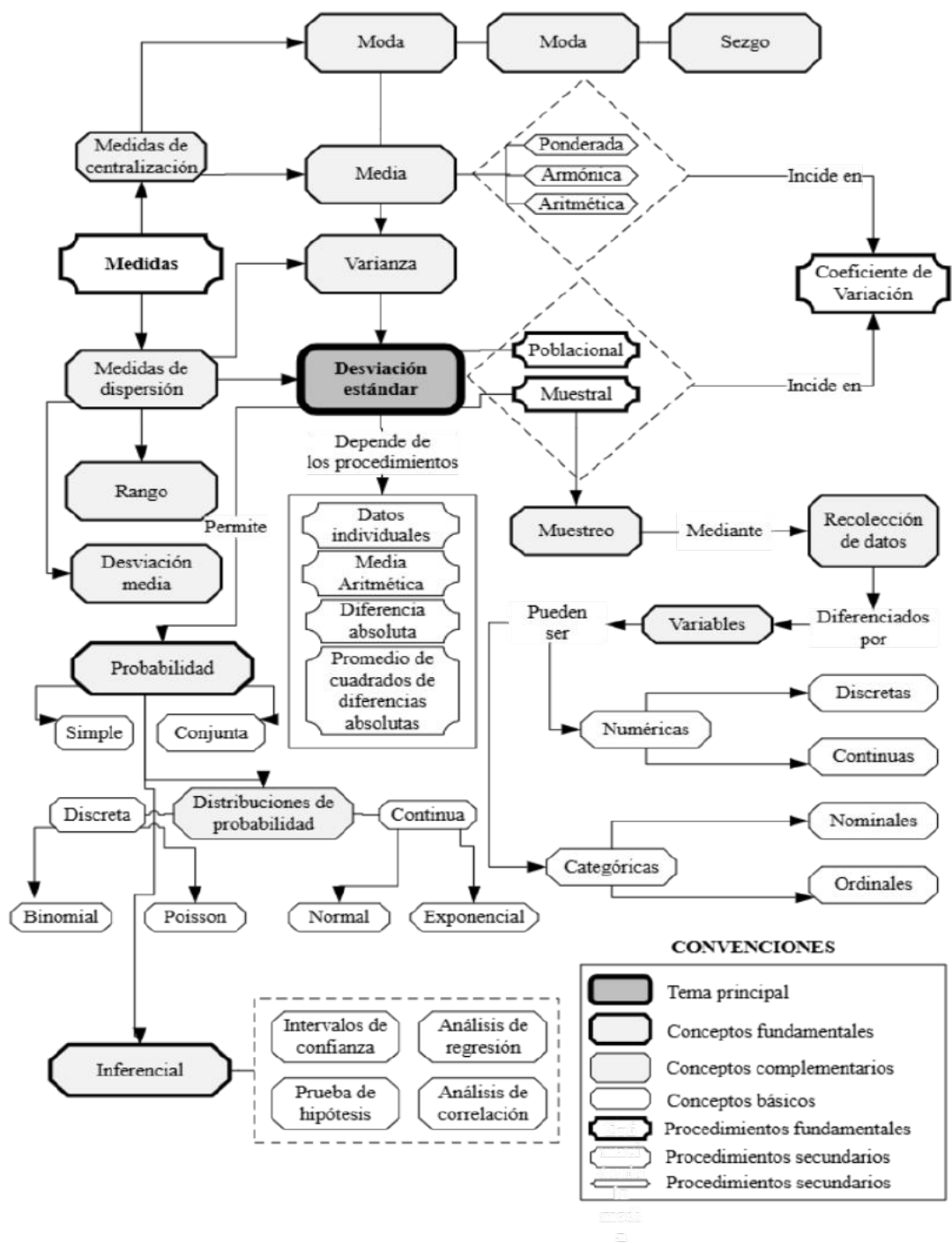


Figura 2. Estructura conceptual y procedimientos de la desviación estándar

La estructura conceptual y los procedimientos relacionados en el mapa conceptual ayudarán al profesor en tres aspectos. El primer aspecto es revisar que los estudiantes tengan los conocimientos

previos necesarios como las medidas de tendencia central. En segundo lugar, el profesor podrá aplicar las tareas de la unidad didáctica relacionándolas con los procedimientos de las medidas de dispersión, cuyo uso e interpretación forman parte fundamental del análisis estadístico. Finalmente, la unidad didáctica ofrece al profesor una visión futura de trabajo en los cálculos de probabilidad (simple y conjunta), en las distribuciones de probabilidad y en la comprensión de la campana de Gauss.

### **Sistemas de representación**

En este apartado, presentamos los sistemas de representación que usamos en el desarrollo de todas las actividades de nuestra unidad didáctica. Un sistema de representación es un conjunto de símbolos, reglas y relaciones que se utilizan para representar objetos, situaciones o relaciones matemáticas. En el mapa conceptual de la figura 3, mostramos los sistemas numérico, simbólico, gráfico, ejecutable y manipulativo. Queremos que el profesor pueda identificar en un mismo sistema las transformaciones sintácticas. Estas transformaciones deben entenderse como representaciones distintas de un mismo concepto matemático. Por ejemplo, en el sistema de representación numérico, el estudiante puede expresar el resultado de la desviación estándar en forma decimal o fraccionaria. Este tipo de transformaciones son importantes, porque permite a los estudiantes comprender el concepto de desviación estándar con flexibilidad. Los sistemas de representación de la figura 3, ofrecen a los estudiantes diferentes formas de interpretar y proceder para entender el concepto de la variabilidad. Por ejemplo, el profesor puede identificar si, al desarrollar una tarea en el sistema simbólico, el estudiante usa apropiadamente la formulación para datos discretos o continuos. También, puede identificar si el estudiante puede representar estos resultados al sistema gráfico.



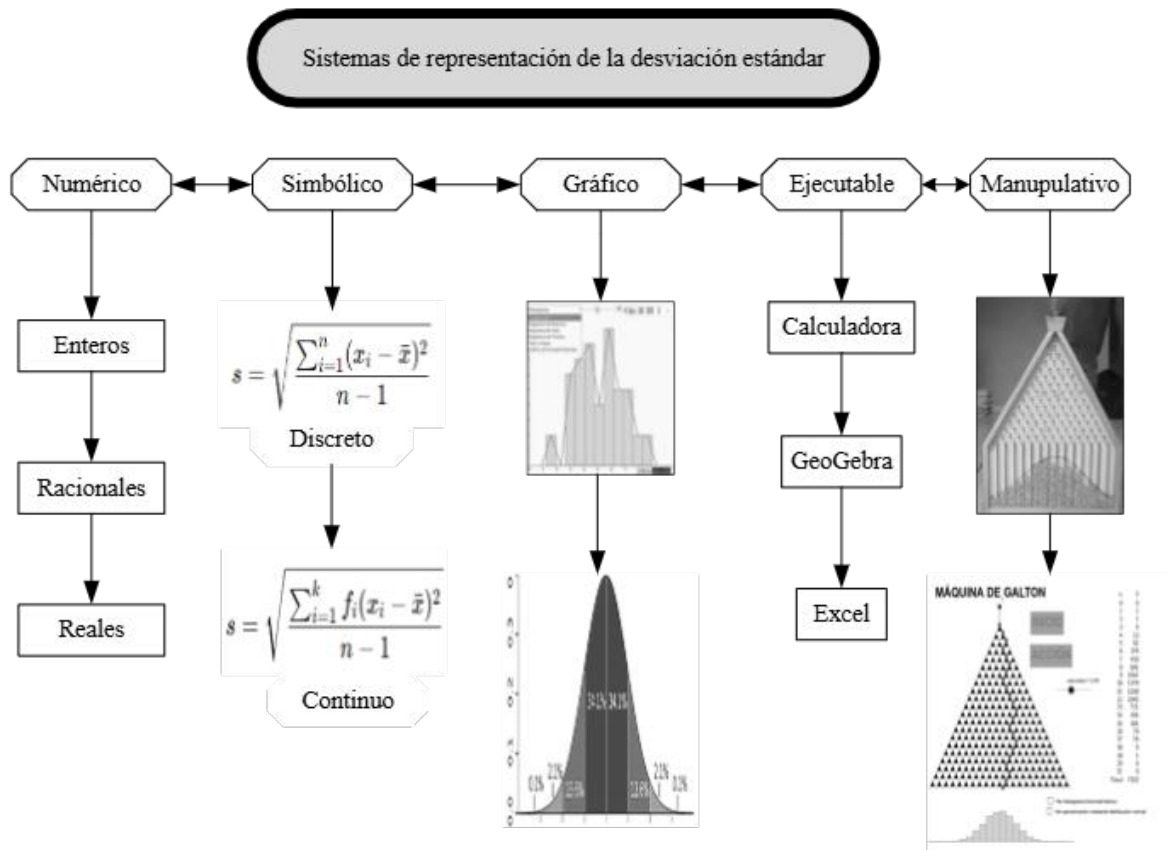


Figura 3. Sistemas de representación de la desviación estándar.

Una de las características más representativas de nuestro proyecto es el uso de sistemas de representación manipulativos. El uso del tablero de Galton físico y en simuladores permite a los estudiantes interactuar de una manera diferente con el concepto de variabilidad, ya que pueden observar la dispersión de los datos alrededor de la media.

### Fenómenos que dan sentido al tema de la desviación estándar muestral

A continuación, presentamos los contextos fenomenológicos que dan sentido al estudio de la desviación estándar en un conjunto de datos obtenidos a partir de una muestra estadística. De acuerdo con Freudenthal, existe una fenomenología, entendida esta como “elemento constitutivo del significado de un concepto que surge de una visión funcional del currículo, en virtud de la cual, los sentidos en los que se usa un término conceptual matemático también incluyen los fenómenos que sustentan el concepto” (Gómez, 2007, p. 50). Este tipo de situación del mundo real, puede vincularse con el marco PISA 2012, que establece cuatro contextos de aplicación: personal, social, profesional y científico. Estos contextos dan sentido a los contenidos matemáticos, como es el caso de la desviación estándar. En la figura 4, mostramos nuestro tema de la desviación estándar muestral en dos partes. Primero las subestructuras matemáticas, que juegan un papel importante ya que

organizan los conceptos y procedimientos que se articulan dentro del tema matemático. En segundo lugar, están los contextos fenomenológicos, que nos permiten establecer la relación entre los conceptos, procedimientos, y los fenómenos que dan sentido al tema. En nuestra unidad didáctica, identificamos tres subestructuras para la desviación estándar muestral: nula, baja y alta. Cada subestructura matemática está justificada desde el uso del procedimiento matemático del coeficiente de variación. Los fenómenos se refieren a situaciones reales en las que el estudiante siente la necesidad de usar un concepto o procedimiento matemático para comprender mejor un problema. En el caso de la desviación estándar muestral, estos contextos se relacionan con la necesidad de describir, analizar e interpretar la variabilidad de los datos, elemento central de nuestra unidad didáctica.

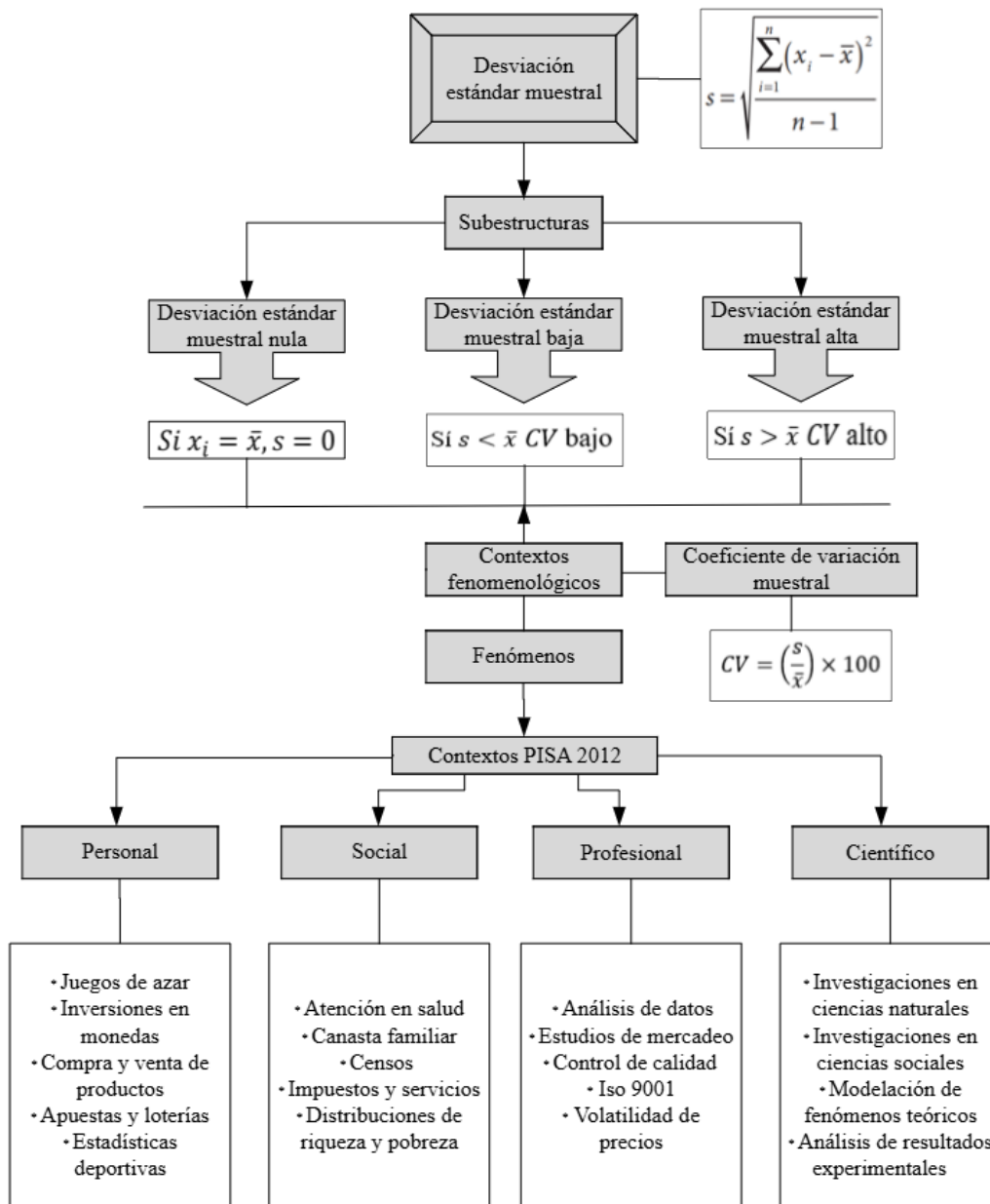


Figura 4. Contextos fenomenológicos que dan sentido al tema

El coeficiente de variación muestral es un procedimiento matemático que permite interpretar los contextos fenomenológicos asociados a la desviación estándar. Una desviación estándar nula indica que no existe variabilidad en los datos y corresponde a un coeficiente de variación igual a 0%. Cuando la desviación estándar es baja, los datos se encuentran muy cerca del promedio y el coeficiente de variación oscila entre 0% y 30%. Por el contrario, una desviación estándar alta revela que los datos son muy dispersos respecto a la media y presentan una gran heterogeneidad, lo cual se refleja en un coeficiente de variación superior al 30%. Aunque no existe un criterio universal

para establecer estos rangos, estos porcentajes ayudan al estudiante a interpretar adecuadamente el resultado de la desviación estándar.

## 2. ASPECTOS DE TIPO COGNITIVO

En este apartado, presentamos los aspectos de tipo cognitivo que se asocian al tema. Primero, presentamos los dos objetivos de nuestra unidad didáctica. En segundo lugar, exponemos las capacidades matemáticas fundamentales y procesos matemáticos desde el marco PISA 2012 y la contribución de los objetivos a estos. Finalmente, presentamos las tres expectativas de tipo afectivo a las que esperamos contribuir con nuestra unidad didáctica.

### **Objetivos de aprendizaje**

Presentamos a continuación los dos objetivos de aprendizaje que esperamos lograr con nuestra unidad didáctica. El primer objetivo está centrado en el cálculo de la desviación estándar muestral y el segundo en su análisis e interpretación.

*Objetivo 1.* Calcular la desviación estándar de una distribución de un conjunto de datos respecto de la media, mediante el uso de representaciones numéricas y simbólicas que faciliten la comprensión de los resultados.

*Objetivo 2.* Interpretar el valor de la desviación estándar muestral mediante argumentos susceptibles de representarse gráfica y simbólicamente, que permitan clasificar su valor en nula, baja o alta según el contexto.

### **Expectativas de nivel superior**

El concepto de “expectativas de nivel superior” en el marco de PISA 2012, está relacionado con los niveles cognitivos que se esperan de los estudiantes al aplicar las matemáticas en contextos reales. En este sentido, la competencia matemática debe ser entendida como la capacidad de formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos y fenómenos reales. A continuación, mostramos la relación existente entre las capacidades matemáticas fundamentales, los procesos matemáticos y la contribución a los objetivos.

En la tabla 1, presentamos la contribución de los dos objetivos a las capacidades matemáticas fundamentales y procesos matemáticos descritos en el marco PISA 2012. En la primera columna, se encuentran los objetivos de aprendizaje; en la segunda, redactamos las capacidades matemáticas fundamentales; en la tercera, presentamos los procesos matemáticos; y en la cuarta, hacemos la descripción de la contribución a los objetivos de aprendizaje. Recomendamos al profesor, que considere esta información para que las actividades propuestas más adelante en este documento tengan mayor sentido de aplicación, coherencia y profundización.

Tabla 1

*Contribución de las expectativas de aprendizaje de la desviación estándar*

Objetivos	Capacidades matemáticas	Procesos matemáticos	Contribución al objetivo
O1	Comunicación	Interpretar	Interpretar correctamente los enunciados verbales y listados anexos a las tareas con datos dispersos
	Matematización	Formular	Formular la acción a ejecutar con los datos dados en el problema
	Representación	Emplear	Emplear las representaciones apropiadas para organizar y hacer los cálculos necesarios de variabilidad
	Razonamiento y argumentación	Interpretar y evaluar	Interpretar los resultados obtenidos y evaluar la variabilidad de estos
	Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico.	Emplear	Emplear las operaciones indicadas para dar respuesta a las tareas evaluativas sobre la dispersión de los datos
	Utilización de herramientas matemáticas	Emplear	Emplear las herramientas necesarias, que ayuden a encontrar la variabilidad de la información dada en la tarea
O2	Comunicación	Interpretar	Interpretar la información no textual, como tablas de frecuencias y gráficas de variabilidad
	Razonamiento y argumentación	Interpretar y evaluar	Interpretar y evaluar la información para poder determinar si la variabilidad es nula, baja o alta
	Utilización de herramientas matemáticas	Emplear	Usar las herramientas tecnológicas para hacer gráficas y demostrar la variabilidad de los datos en las tareas evaluativas
	Matematización	Interpretar y evaluar	Evaluar los límites de variabilidad de las soluciones a cada una de las tareas

En nuestra unidad didáctica, la mayor contribución a los objetivos de aprendizaje se da en los procesos de emplear e interpretar. Nuestro primer objetivo está centrado en el uso de las herramientas matemáticas y la representación de los resultados. El segundo objetivo busca la interpretación y evaluación de los resultados a fin de entender la variabilidad y su comportamiento, sea nulo, bajo o alto.

### Expectativas de tipo afectivo

En cuanto a los aspectos de tipo afectivo, nuestra unidad didáctica busca que los estudiantes se interesen por resolver los problemas propuestos, que este proceso les ayude a desarrollar autodisciplina en el trabajo y, finalmente, que mantengan de forma constante una actitud positiva hacia el aprendizaje de la desviación estándar. Estas expectativas afectivas deben entenderse como los factores emocionales, motivacionales y actitudinales que influyen directamente en el desempeño de los estudiantes. En la tabla 2, presentamos las tres expectativas afectivas que planteamos para el desarrollo afectivo en nuestra unidad didáctica.

Tabla 2

*Expectativas afectivas del tema desviación estándar*

EA	Descripción
1	Incrementar el interés por la aplicación de la desviación estándar en la representación e interpretación de la variabilidad de los datos en distintas situaciones reales.
2	Generar autodisciplina en el cálculo y representación de la desviación estándar para incidir en el uso de herramientas matemáticas.
3	Mantener una actitud positiva en el diseño y aplicación de estrategias en la resolución de problemas.

*Nota.* EA: expectativa afectiva.

Las expectativas de tipo afectivo que describimos en la tabla 2, tienen la intención de involucrar afectivamente al estudiante en los procesos de empleabilidad, formulación e interpretación de los fenómenos estadísticos con variabilidades nulas, bajas o altas.

## 3. LIMITACIONES DEL APRENDIZAJE

En este apartado, presentamos las principales dificultades de aprendizaje que encontramos al trabajar con la desviación estándar muestral. En primer lugar, es importante distinguir entre dificultad y error: llamamos dificultad a cualquier situación que obstaculiza o dificulta el logro de los objetivos de aprendizaje, mientras que el error es la forma visible en la que esa dificultad se manifiesta. En segundo lugar, cada dificultad reúne distintos errores en los que los estudiantes pueden incurrir al resolver una tarea relacionada con la desviación estándar. Algunos ejemplos de estas dificultades son: (a) dificultad en la comprensión de conceptos estadísticos correlacionados; (b) dificultad en la comprensión de la representación simbólica de la desviación estándar muestral; (c) dificultad asociada a relacionar un problema en un contexto real al lenguaje estadístico formal; y (d) dificultad en el uso del tablero de Galton y su traducción a otros sistemas de representación. En la tabla 3, mostramos el listado de algunas dificultades y errores más relevantes. No obstante, en el anexo 2, presentamos las siete dificultades que agrupan los errores en los que los estudiantes pueden incurrir.

Tabla 3

*Listado de dificultades y errores para el tema desviación estándar muestral*

E	Descripción
D1. Dificultad en la comprensión de conceptos estadísticos correlacionados	
8	Confundir la varianza de los datos con el coeficiente de variación.
9	Utilizar un tamaño de muestra que no sea acorde a las necesidades de un problema de distribución normal.
D2. Dificultad en la comprensión de la representación simbólica de la desviación estándar muestral	
10	Operar erróneamente el signo de sumatoria
38	Usar la fórmula de la desviación estándar poblacional en lugar de la muestral
D6. Dificultad asociada a relacionar un problema en un contexto real al lenguaje estadístico formal	
30	Interpretar el resultado de la desviación estándar y su significado práctico fuera del contexto real de los datos
31	Dar respuesta en un contexto diferente al pedido al seguir ejemplos de problemas anteriores
D7. Dificultad en el uso del tablero de Galton y su traducción a otros sistemas de representación	
32	Esperar resultados experimentales exactos a la distribución normal simulada o teórica
34	Construir el modelo experimental de distribución normal sin precisión

*Nota.* E: error, D: dificultad.

## CRITERIOS DE LOGRO Y GRAFOS

Los criterios de logro permiten identificar los procedimientos que los estudiantes pueden usar al resolver las tareas de aprendizaje en cada uno de los objetivos. Por medio de ellos, observamos cómo los estudiantes progresan desde la comprensión de los datos hasta la interpretación de los resultados. Los grafos complementan estos criterios porque muestran de manera visual la relación entre los procedimientos y los errores que pueden surgir durante el proceso. En este apartado, explicamos los criterios de logro y los grafos que orientan el desarrollo de la unidad didáctica. Cada criterio describe una acción concreta que el estudiante realiza para avanzar hacia la comprensión del concepto.

### Criterios de logro

Organizamos los criterios de logro a partir de los dos objetivos propuestos para esta unidad: calcular la desviación estándar muestral e interpretarla en contextos reales. Consideramos estos criterios como el eje que orienta las tareas, la evaluación y las ayudas del docente. En el primer objetivo, los criterios de logro se centran en el manejo de datos y en la aplicación correcta del procedimiento. En el segundo objetivo, los criterios se enfocan en el análisis e interpretación de

los resultados. En la tabla 4, presentamos los criterios de logro más relevantes para cada objetivo de aprendizaje. En el anexo 3, presentamos el listado completo de los criterios de logro de la unidad didáctica.

Tabla 4

*Criterios de logro para el tema desviación estándar muestral*

CdL	Descripción
Objetivo 1	
CdL1.1	Identifico la información necesaria del enunciado y de las tablas para resolver el problema
CdL1.3	Uso Excel para escribir y ordenar los datos en tablas
CdL1.5	Uso las fórmulas de la hoja de cálculo para calcular la desviación estándar
CdL1.8	Realizo paso a paso los cálculos de la fórmula de la desviación estándar.
CdL1.12	Calculo la raíz cuadrada de la varianza muestral para obtener la desviación estándar muestral
CdL1.13	Redondeo el resultado de la desviación estándar muestral según las reglas establecidas
CdL1.14	Presento una respuesta clara y justificada en relación con la pregunta de la tarea
Objetivo 2	
CdL2.1	Decido que método usar para interpretar el resultado de la desviación estándar muestral
CdL2.3	Calculo la desviación estándar muestral de los datos
CdL2.6	Uso el tablero de Galton en físico acorde a lo propuesto en el enunciado
CdL2.7	Analizo el resultado de la desviación estándar por medio del resultado de la media
CdL11	Uso los aplicativos digitales para simular el tablero de Galton
CdL12	Escribo conclusiones del experimento realizado en el tablero de Galton

*Nota.* CdL: criterio de logro

En los siguientes apartados, presentamos el grafo del objetivo 1, que caracteriza las tareas de aprendizaje orientadas al cálculo de la desviación estándar muestral a partir de un conjunto de datos.



Posteriormente, presentamos el grafo del objetivo 2, que describe las tareas enfocadas en la interpretación del valor obtenido, la comparación de dispersiones y la comprensión de la variabilidad dentro de diferentes contextos.

### **Grafo de criterios de logro del primer objetivo**

El grafo de criterios de logro del objetivo 1 representa visualmente los pasos o caminos del razonamiento matemático que un estudiante debe recorrer para alcanzar los objetivos de nuestra unidad didáctica. En este caso, permite hacer visible el proceso de comprensión de la desviación estándar en el desarrollo de las tareas del primer objetivo. En la figura 5, presentamos el grafo de criterios de logro correspondiente al objetivo uno.

El camino de aprendizaje asociado al Objetivo 1 inicia con la lectura comprensiva del enunciado y la identificación del requerimiento de la tarea, a partir de la información proporcionada en tablas o diagramas (CdL1.1). Posteriormente, los estudiantes toman decisiones sobre el método más adecuado para calcular la desviación estándar muestral (CdL1.2) y organizan los datos del enunciado, ya sea mediante tablas simples o tablas de frecuencias (CdL1.7 y CdL1.9), apoyándose en herramientas tecnológicas como la hoja de cálculo para transcribir y ordenar la información (CdL1.3). Una vez estructurados los datos, el camino continúa con la selección del procedimiento de cálculo en Excel (CdL1.4) o, alternativamente, con el cálculo manual de la desviación estándar sin apoyo de fórmulas automáticas (CdL1.6), lo que implica realizar paso a paso los cálculos de la fórmula, sumar los cuadrados de las diferencias respecto a la media (CdL1.10), dividir esta suma entre el total de datos menos uno (CdL1.11) y extraer la raíz cuadrada de la varianza muestral para obtener la desviación estándar (CdL1.12). Posteriormente, los estudiantes redondean el resultado conforme a las reglas establecidas (CdL1.13) y finalizan el camino de aprendizaje escribiendo una respuesta coherente con el requerimiento planteado en la tarea y contextualizada en la situación problemática (CdL1.14).

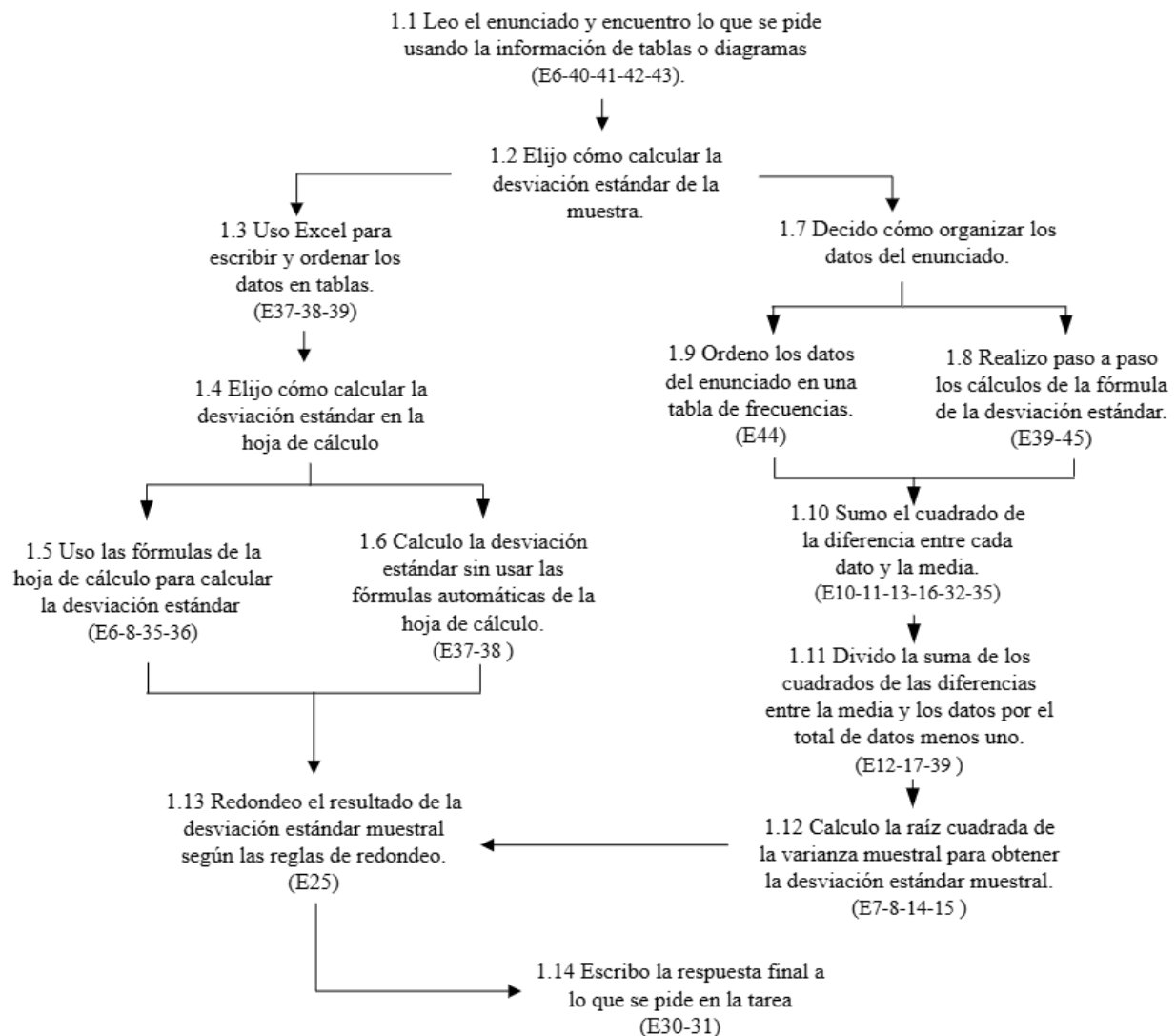


Figura 5. Grafo de criterios de logro para el primer objetivo

### Grafo de criterios de logro del segundo objetivo

El grafo de criterios de logro del objetivo dos, muestra los posibles caminos o pasos que deben seguir los estudiantes para resolver las tareas de este objetivo. En este punto es importante recordar que el segundo objetivo de aprendizaje propuesto en la figura 6, busca que los escolares interpreten el valor de la desviación estándar según el contexto.

El Objetivo 2 plantea dos caminos de aprendizaje para la interpretación de la desviación estándar muestral. El primer camino se centra en el cálculo y la posterior interpretación del valor de la desviación estándar, donde los estudiantes leen el enunciado y seleccionan los datos relevantes

del problema (CdL2.2), calculan la desviación estándar muestral del conjunto de datos (CdL2.3) y redondean el resultado cuando es necesario conforme a las reglas establecidas (CdL2.4). A partir de este resultado, los estudiantes pueden interpretar la variabilidad de los datos comparándola con la media (CdL2.7), mediante el coeficiente de variación (CdL2.8) o a través de los valores Z de la distribución normal (CdL2.9), lo que les permite clasificar la variabilidad como baja o alta según el contexto. El segundo camino de aprendizaje incorpora el uso del tablero de Galton como elemento didáctico, donde los estudiantes representan gráficamente la distribución de los datos. Pueden usar el tablero de Galton en su versión física para analizar la dispersión de los datos (CdL2.6) o pueden usar el tablero virtual (CdL2.11) y finalmente escriben conclusiones coherentes y contextualizadas a partir de lo observado en el experimento del tablero de Galton (CdL2.12).

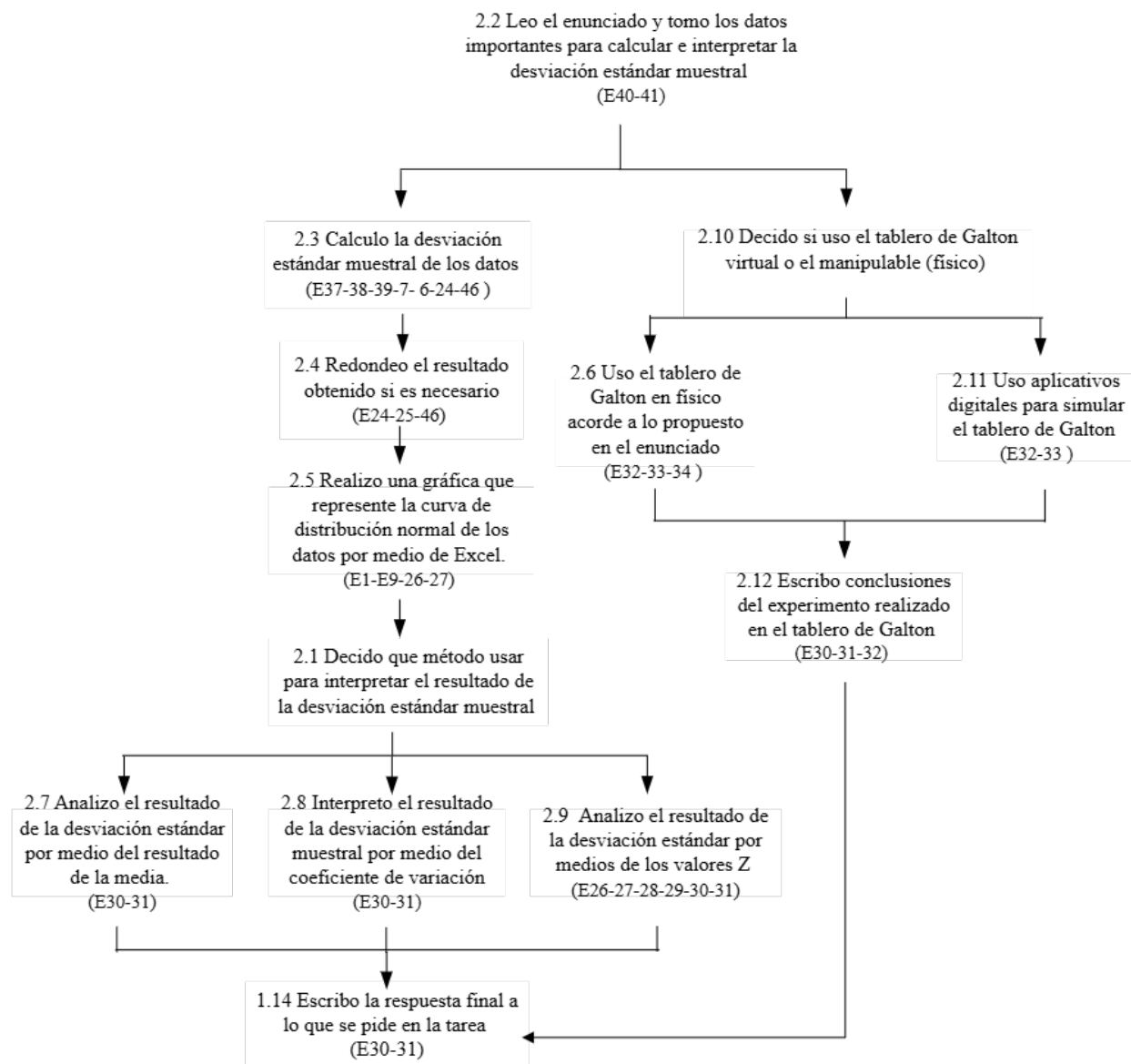


Figura 6. Grafo de criterios de logro para el segundo objetivo

## 4. ESQUEMA GENERAL

Organizamos la unidad didáctica en siete sesiones que integran la tarea diagnóstica, las cuatro tareas de aprendizaje y el examen final. La secuencia busca avanzar desde la exploración inicial hasta la aplicación interpretativa del concepto. En la tabla 5, presentamos las actividades y su temporalización.

Tabla 5

*Cronograma de sesiones de clase para la unidad didáctica de la desviación estándar muestral*

Sesión	Actividad	Temporalidad (Min)
1	Aplicación de diagnóstico de conocimientos previos	20
	Aplicación del diagnóstico de uso de la hoja de cálculo de Excel	30
2	Retroalimentación teórica a las medidas de tendencia central	20
	Corrección del diagnóstico en su primera parte teórica	40
3	Retroalimentación a la construcción de tablas de frecuencia y gráficos en la hoja de cálculo Excel	60
4	Clase 1. Presentación del tema y taller introductorio a las medidas de dispersión	40
	Presentación de los objetivos, grafos, diario del estudiante, metodología y sistema de evaluación	15
	Presentación del matematógrafo y ejercicio de ensayo para verificar su correcto uso	5
5	Aplicación de la tarea de aprendizaje 1.1	50
	Diligenciamiento del matematógrafo	5
6	Corrección de la tarea 1.1	20
	Aplicación de la tarea de aprendizaje 1.2	50
	Llenado de matematógrafo	5
7	Corrección de la tarea 1.2	20
	Retroalimentación de conceptos para el objetivo 1	30
8	Aplicación de tarea de aprendizaje 2.1	50
	Llenado de matematógrafo	5
9	Corrección de la tarea 2.1	15
	Aplicación de tarea de aprendizaje 2.2	75
	Llenado de matematógrafo	5
10	Corrección de la tarea 2.2	20
	Retroalimentación a conceptos del objetivo 2	50
11	Evaluación final	60
12	Sesión final y corrección de la evaluación final	60

Queremos orientar al docente en el desarrollo de las clases y asegurar la coherencia entre los objetivos de aprendizaje, las actividades propuestas y la duración de la unidad. La secuencia avanza de forma gradual para fortalecer la comprensión del concepto de desviación estándar muestral. En las primeras sesiones retomamos los conocimientos previos y estudiamos el cálculo de la medida de dispersión; en las posteriores, promovemos la interpretación de los resultados en contextos reales. La unidad finaliza con una evaluación integradora y un espacio de reflexión que permite reconocer los logros alcanzados y consolidar los aprendizajes.

## 2. TAREAS

En este apartado, presentamos la tarea diagnóstica y las tareas de aprendizaje de la unidad didáctica. Inicialmente, mostramos la tarea diagnóstica y detallamos los conocimientos previos que se pretende explorar y la descripción de los ítems que la integran. Posteriormente, describimos las tareas de aprendizaje vinculadas a los dos objetivos, especificamos los posibles errores asociados a cada criterio de logro, la intervención docente prevista y las orientaciones metodológicas que acompañan su implementación.

### 1. TAREA DIAGNÓSTICA

La tarea diagnóstica tiene como propósito identificar si los estudiantes poseen los conocimientos previos necesarios para desarrollar el contenido propuesto en nuestra unidad didáctica. Dichos saberes iniciales se relacionan con la dispersión de datos y su representación. En la tabla 6, presentamos el listado de los conocimientos previos considerados para este tema.

Tabla 6

*Listado de conocimientos previos del tema desviación estándar muestral*

CP	Descripción
1	Efectuar operaciones aritméticas con números reales
2	Conocer el concepto de muestra
3	Reconocer datos de tipo cualitativo
4	Identificar datos de tipo cuantitativo
5	Extraer una muestra de datos a partir de un conjunto
6	Reconocer y calcular las medidas de tendencia central de un conjunto de datos (media, mediana y moda)
7	Registrar datos cualitativos y cuantitativos en tablas
8	Registrar frecuencias en tablas para datos agrupados y sin agrupar
9	Tener manejo básico de softwares tipo hoja de cálculo (Excel)
10	Representar y comprender gráficos estadísticos (histogramas, polígonos de frecuencias, diagrama de barras y ojivas)

Tabla 6

*Listado de conocimientos previos del tema desviación estándar muestral*

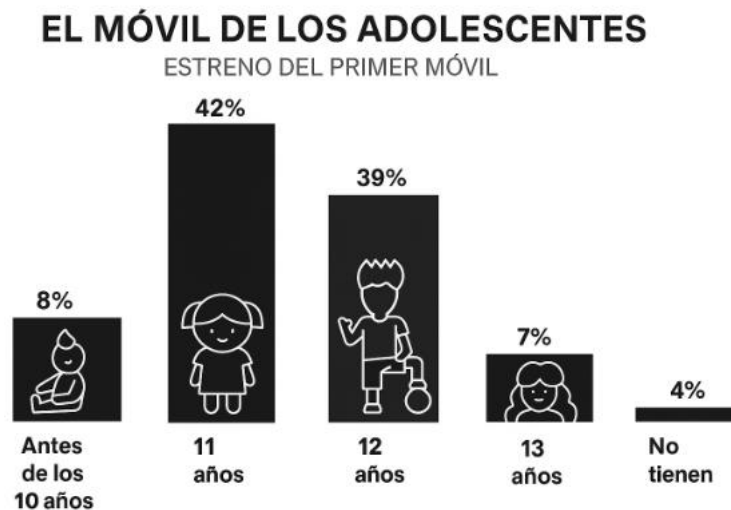
CP	Descripción
11	Insertar datos cualitativos y cuantitativos en una hoja de cálculo
12	Construir tablas y gráficos estadísticos en la hoja de cálculo Excel

Nota. CP = conocimientos previos

Los conocimientos previos que presentamos en la tabla 6 son importantes para que un estudiante pueda desarrollar la tarea diagnóstica. Nos centramos en las operaciones con variables cuantitativas, además de registrar esos datos en tablas de frecuencias para datos agrupados y no agrupados. También mencionamos los conocimientos previos que los estudiantes deben tener para trabajar con la hoja de cálculo Excel. A continuación, presentamos la tarea diagnóstica.

Pregunta 1: Mi primer teléfono celular

En la siguiente gráfica, se muestran los resultados de una encuesta realizada a 200 universitarios de Bogotá acerca de a qué edad le compraron su primer celular. De la gráfica, se puede afirmar que:



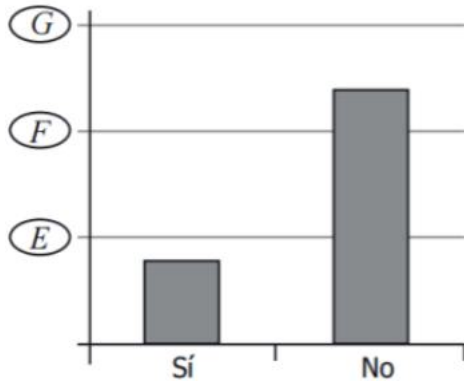
- A. 7 universitarios contestaron que a los 13 años
- B. La mediana de los datos es 11 años
- C. La moda sería el 42% de universitarios
- D. La mediana de los datos es 11,5 años



Pregunta 2: Ir al médico

A un grupo de personas se les preguntó si habían ido al médico en el último mes. Los resultados se muestran en la siguiente tabla y su correspondiente gráfica de barras.

¿Has ido al médico en el último mes?	Número de personas
Si	40
No	120



Si se tiene en cuenta el gráfico estadístico elaborado por Tania, ¿qué valor numérico les corresponde a las variables E, F y G respectivamente?

- A. 0, 40, 120
- B. 0, 100, 200
- C. 40, 120, 150
- D. 50, 100, 150

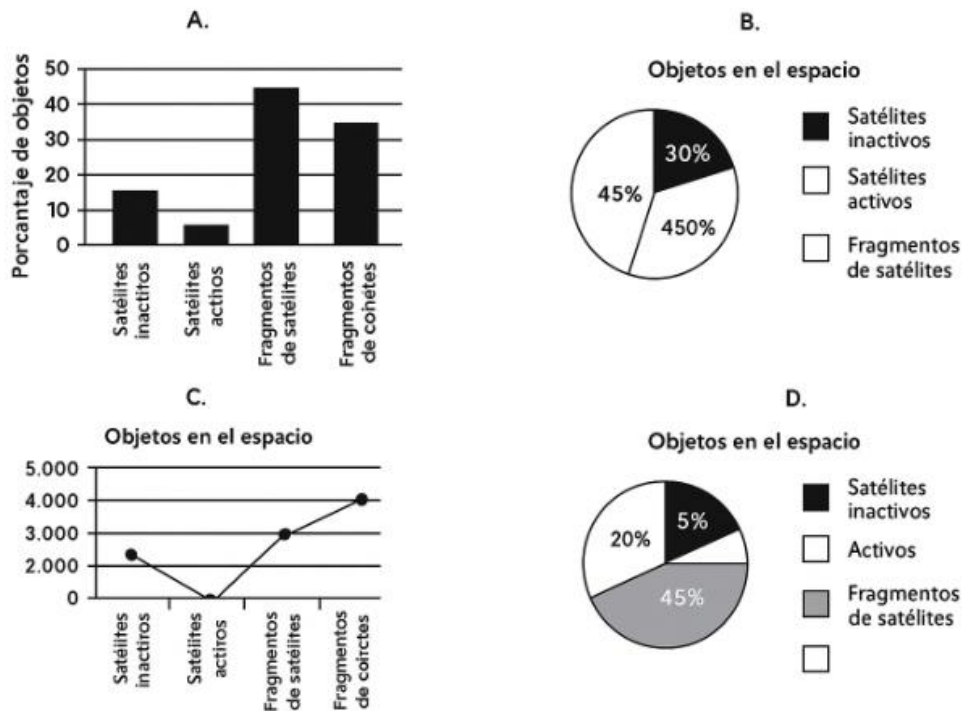
Pregunta 3: La carrera

Durante una carrera atlética escolar se registró la siguiente información de cada participante: edad, tiempo empleado en completar el recorrido, color de la camiseta y número de vueltas realizadas. ¿Cuál de las siguientes opciones clasifica correctamente los tipos de variables estadísticas registradas?

- A. Edad: discreta; tiempo: continua; color: nominal; vueltas: discreta
- B. Edad: continua; tiempo: discreta; color: ordinal; vueltas: continua
- C. Edad: nominal; tiempo: continua; color: discreta; vueltas: ordinal
- D. Edad: discreta; tiempo: nominal; color: continua; vueltas: discreta

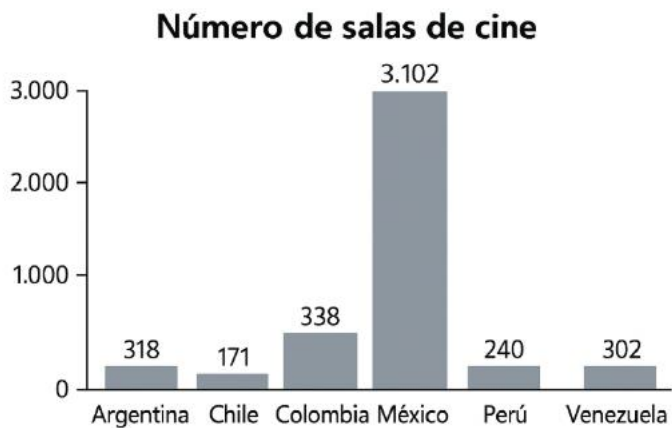
Pregunta 4: Los satélites

En la órbita espacial de la Tierra hay aproximadamente 9.000 objetos construidos por el ser humano. De estos objetos, 1.800 son satélites inactivos, 450 son satélites activos, 4.050 son fragmentos de satélites y 2.700 fragmentos de cohetes. ¿Qué diagrama representa la información correctamente?



#### Pregunta 5: El cine

La siguiente gráfica muestra el número de salas de cine en algunos países de Latinoamérica. Un empresario desea saber qué países tienen una cantidad de salas de cine inferior al 50% del promedio en los 6 países.



Para saber si hay países que responden a las características requeridas por él, el empresario debe:

- A. Calcular el valor de la mediana y dividirla entre dos

- B. Calcular la media aritmética de los datos y dividirla entre dos
- C. Determinar qué valor representa el 50% de los datos y dividirlo entre dos
- D. Calcular el valor que centraliza los datos y dividirlo entre dos

Pregunta 6: Índice de masa corporal

En la siguiente tabla (de doble entrada) se puede encontrar el índice de masa corporal (IMC) de una persona al conocer su peso y su estatura. En una hoja de cálculo, elabora una tabla de frecuencias de datos agrupados que represente a las personas con peso normal, obesidad y obesidad grave. Además, construye un gráfico estadístico acorde con la situación.

## Estatura (m)

	1,45	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90
70	33	31	29	27	26	24	23	22	20	19
75	36	33	31	29	28	26	24	23	22	21
80	38	36	33	31	29	28	26	25	23	22
85	40	38	35	33	31	29	28	26	25	24
90	43	40	37	35	33	31	29	28	26	25
95	45	42	40	37	35	33	31	29	28	26
100	48	44	42	39	37	35	33	31	29	28
105	50	47	44	41	39	36	34	32	31	29
110	52	49	46	43	40	38	36	34	32	30
115	55	51	48	45	42	40	38	35	34	32
120	57	53	50	47	44	42	39	37	35	33
125	59	56	52	49	46	43	41	39	37	35
130	62	58	54	51	48	45	42	40	38	36
135	64	60	56	53	50	47	44	42	39	37
140	67	62	58	55	51	48	46	43	41	39
145	69	64	60	57	53	50	47	45	42	40

Peso (kg)

	Peso normal
	Sobrepeso
	Obesidad
	Obesidad grave

La tarea diagnóstica consta de seis puntos, que buscan identificar fortalezas y oportunidades de mejora en los conocimientos previos de los estudiantes. Esta evaluación busca evaluar la comprensión de la representación gráfica, las medidas de tendencia central, la clasificación de variables, la interpretación de tablas de doble entrada y el trabajo con datos agrupados.

Con el punto 1, esperamos que el estudiante interprete un gráfico estadístico que resume una encuesta de 200 personas. Allí deberá leer frecuencias, porcentajes y posición de datos. Para que el estudiante realice el punto adecuadamente, debe calcular e interpretar la mediana y moda a partir

de datos o gráficos. Un posible error en que puede incurrir el estudiante es asumir que la mediana puede leerse directamente sin agrupar o sin ordenar los datos correctamente.

Con el punto 2, esperamos que el estudiante interprete el gráfico de Tania y lea los valores numéricos que corresponden a E, F y G. En este punto, se espera que los estudiantes tengan una lectura precisa de la escala vertical y horizontal. En relación con los errores, los estudiantes pueden confundirse entre frecuencias absolutas y las relativas.

Con el punto 3, buscamos que el estudiante reconozca e identifique las variables estadísticas presentes en un contexto real, diferenciando entre variables cualitativas y cuantitativas, y clasificando estas últimas como discretas o continuas. Además, el ítem permite evaluar si el estudiante distingue correctamente entre una característica que varía entre los individuos y los valores numéricos o representaciones asociadas a dicha característica.

Con el punto 4, esperamos que los estudiantes construyan mentalmente o elijan un diagrama que represente correctamente la proporción entre categorías. Para ello, deben calcular adecuadamente las proporciones y porcentajes, además de la interpretación de diagramas circulares o de barras. En cuanto a los errores, los estudiantes podrían no verificar el total y seleccionar un diagrama que parezca plausible sin cotejar porcentajes.

El punto 5 tiene el objetivo de calcular la media del número de salas en los 6 países. Ellos deben determinar el 50% de esa media y comparar cada país con ese umbral para ver cuáles quedan por debajo. En cuanto a los conocimientos previos, deben calcular la media aritmética y comprender su significado. Como posibles errores, pueden confundir la mediana con la media aritmética o interpretar “50% del promedio” como “el valor que centraliza los datos”.

Por último, el punto 6 busca que el estudiante use una tabla de doble entrada para clasificar personas en categorías. Adicionalmente, esperamos que en este punto los estudiantes usen una hoja de cálculo y creen la tabla de frecuencia para datos agrupados en intervalos. Para ello, los alumnos deben tener competencias básicas en el manejo de la hoja de cálculo: introducir datos, usar fórmulas, agrupar y contar. Por último, algunos errores esperables podrían ser la aplicación errónea de la fórmula del IMC, clasificar mal los rangos o errores de fórmula en la hoja de cálculo.

## 2. TAREAS DE APRENDIZAJE DEL PRIMER OBJETIVO

En este apartado, presentamos las tareas del primer objetivo de aprendizaje, que propone que los estudiantes puedan calcular la desviación estándar muestral desde un contexto real. En el anexo 5, presentamos estas tareas con un mayor detalle.

### **Tarea 1.1 La feria**

Con la tarea 1.1 La feria, buscamos que nuestros estudiantes comprendan y apliquen el cálculo de la desviación estándar muestral dentro de un contexto cotidiano. Por medio de esta experiencia, promovemos el análisis de la variabilidad de un conjunto de datos y fomentamos la comprensión de la desviación estándar como indicador de estabilidad o dispersión.

### *Requisitos*

El estudiante debe comprender la diferencia entre población y muestra representativa, identificar las variables cuantitativas, como las ventas mensuales, reconocer las variables cualitativas y dominar las medidas de tendencia central, especialmente el cálculo y la interpretación del promedio.

### *Aportes de la tarea al objetivo de aprendizaje*

Con esta tarea, pretendemos que los estudiantes calculen manualmente la desviación estándar de un conjunto de datos cualitativos. Es decir, los estudiantes deberán aprender a utilizar la fórmula de la desviación estándar muestral para poder realizar el cálculo requerido.

### *Formulación*

El profesor entrega a los estudiantes una hoja en la que se encuentra impresa la tarea 1.1 La feria. En esta hoja, encontrará el enunciado y una tabla con los datos pertinentes.

Un grupo de jóvenes organiza cada fin de mes una feria de comidas en su barrio para recaudar fondos destinados a actividades comunitarias. Durante varios meses, han registrado cuánto dinero logran reunir al final de cada feria. Ahora quieren saber si los ingresos que obtienen son homogéneos o que tanto se dispersan respecto del promedio de un mes a otro. Para ello, ponen a tu disposición los datos que lograron recopilar:

Ingresos de la feria comunitaria (en pesos colombianos)	
MES	VENTAS
Febrero	\$125.000
Marzo	\$118.000
Abril	\$122.000
Mayo	\$139.000
Junio	\$145.000
Julio	\$180.000
Agosto	\$2.850.000
Septiembre	\$124.000
Octubre	\$185.000
Noviembre	\$145.000

Usa las herramientas matemáticas necesarias, para calcular la variabilidad de los datos y determinar si los datos tienen una dispersión nula, baja o alta.

### *Conceptos y procedimientos*

El estudiante inicialmente deberá calcular el promedio de todos los datos, para posteriormente aplicar la fórmula de la desviación estándar muestral. Este último procedimiento implica que los estudiantes realicen diferencias, eleven cantidades al cuadrado, dividan y calculen la raíz cuadrada.

### *Sistemas de representación*

En esta tarea, los estudiantes deberán usar los sistemas de representación numérico y simbólico. Luego los estudiantes deben tabular, ya que usan la fórmula para registrar los cálculos en tablas si así lo requieren.

### *Materiales y recursos*

Los estudiantes realizarán esta tarea manualmente. Esto significa que van a requerir lápiz, cuaderno, fotocopia con la tarea impresa y una calculadora.

### *Agrupamiento e interacciones*

Los estudiantes resolverán la tarea de manera individual y posteriormente, el profesor podrá ubicar a los estudiantes en grupos de tres para la retroalimentación de la tarea, con el fin de comparar y compartir sus resultados. Antes de implementar la tarea, el profesor presenta el objetivo y da las instrucciones para su desarrollo.

### *Temporalidad*

Desarrollamos la tarea en una sesión de clase de aproximadamente sesenta minutos. Este tiempo permite presentar la situación por parte del docente (5 minutos), leer el enunciado y calcular la desviación estándar manualmente (30 minutos), analizar los resultados (10 minutos) y realizar una puesta en común de las conclusiones obtenidas (15 minutos).

### *Errores*

En el desarrollo de la tarea T1.1 La feria, los estudiantes pueden incurrir en algunos errores. Por ejemplo, cuando los estudiantes confunden la media con la desviación media (E6), pueden aplicar una fórmula incorrecta para calcular la desviación estándar muestral (E8) y pueden omitir pasos esenciales del procedimiento, como el cálculo previo de la media o la organización adecuada de los datos (E14, E15). Además, algunos estudiantes podrían no aplicar correctamente las reglas de redondeo (E46) o presentar respuestas que no se ajustan al contexto planteado (E44).

### *Grafos de criterios de logro*

En el grafo de criterios de logro del objetivo 1, indicamos los pasos y procedimientos que pueden desarrollar los estudiantes para resolver la tarea 1.1 La feria. En la figura 7, presentamos el grafo de criterios de logro para esta tarea de aprendizaje.

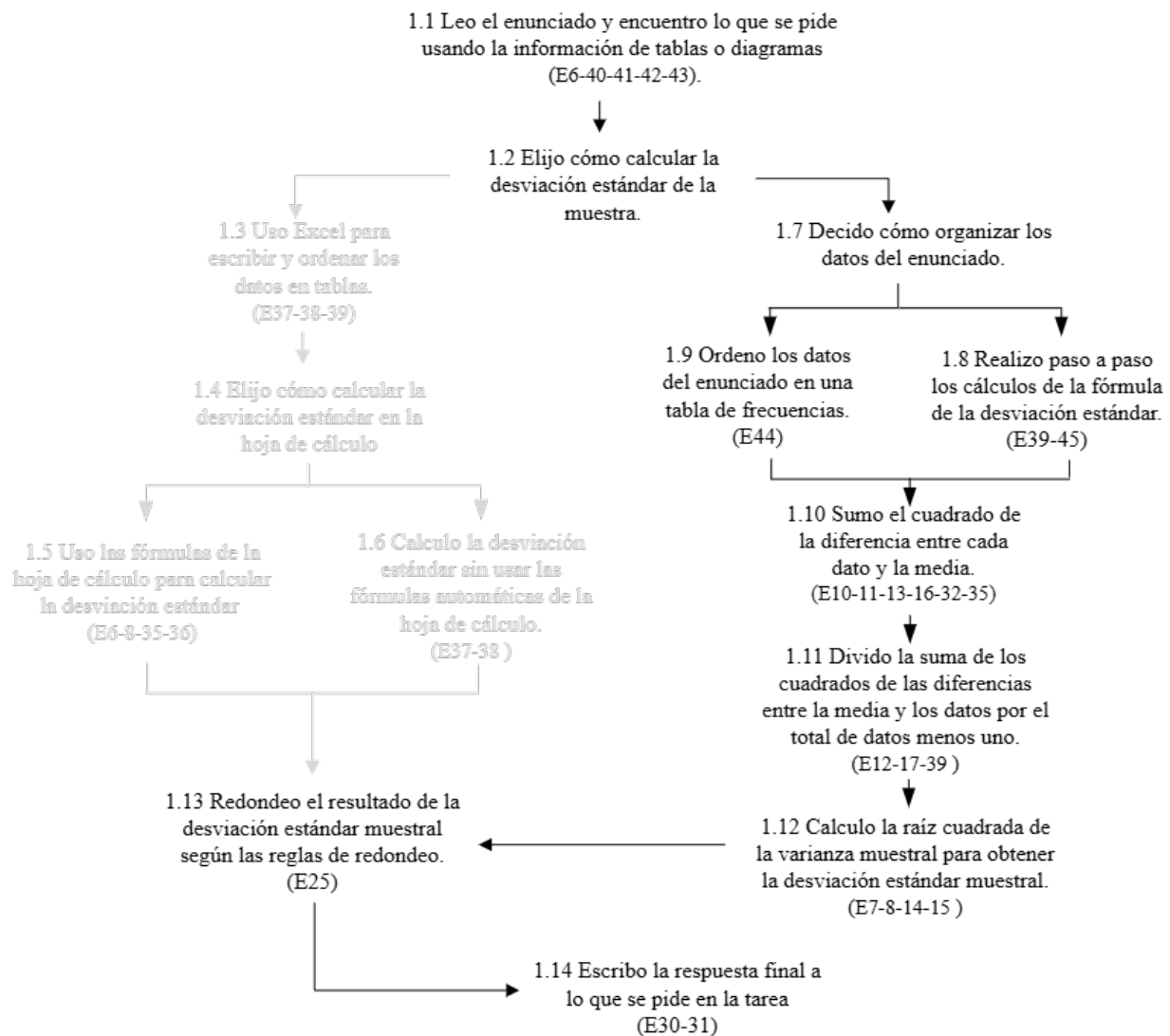


Figura 7. Grafo de criterios de logro (CdL) de la tarea 1.1

En esta tarea, activamos los criterios de logro que describen el proceso para calcular la desviación estándar muestral. Los estudiantes identifican los datos relevantes del enunciado (CdL1.1) y deciden cómo calcular la desviación estándar a partir de la muestra. Dado que la tarea debe hacerse manualmente, los criterios de logro CdL1.7 al CdL1.14 muestran los procedimientos que el escolar debe realizar.

#### *Actuación del profesor*

En esta tarea de aprendizaje, el profesor debe recordar el objetivo de la unidad y explicar la meta de la tarea en relación con el cálculo de la desviación estándar muestral. Además, debe aclarar los



pasos del procedimiento y orientar la lectura de los datos presentados en la tabla. Mientras los estudiantes desarrollan la actividad, el profesor debe observar sus procedimientos, identificar los errores más comunes y ofrecer las ayudas necesarias para guiar la comprensión del cálculo y la interpretación del resultado.

#### *Sugerencias metodológicas y aclaraciones*

En esta tarea, proponemos que los estudiantes realicen los cálculos de manera manual para fortalecer la comprensión del procedimiento. Recomendamos que el docente oriente la organización de los datos y verifique que cada estudiante registre con claridad sus operaciones. También sugerimos que fomente la revisión de los resultados parciales y promueva la reflexión sobre la coherencia del valor obtenido dentro del contexto del problema.

#### *Evaluación*

Sugerimos usar el grafo de criterios de logro de la tarea 1.1 La feria, para usarlo como mecanismo para su evaluación. En primer lugar, el profesor identifica el nivel de dificultad que los estudiantes presentan al interpretar el enunciado y al reconocer los datos relevantes dentro de la tabla. Posteriormente, analiza la precisión en la organización de la información y en la aplicación de los pasos del cálculo, y revisa si los estudiantes determinan correctamente la media y aplican el procedimiento completo para obtener la desviación estándar muestral. Luego, el profesor evalúa la capacidad de los estudiantes para revisar sus resultados, detectar posibles errores y justificar la coherencia del valor obtenido con el contexto del problema. Finalmente, él valora la claridad de la explicación escrita y la correspondencia entre el procedimiento realizado y la interpretación que cada estudiante formula sobre la variabilidad de los datos.

### **Tarea 1.2. Notas del curso**

Con la tarea 1.2 Notas del curso, buscamos que los estudiantes apliquen el cálculo de la desviación estándar muestral en un conjunto de datos extenso y comprendan cómo esta medida permite comparar la variabilidad entre diferentes grupos. La tarea consolida el aprendizaje iniciado en la tarea 1.1 La feria y profundiza en el uso de herramientas tecnológicas para el tratamiento de datos, al reforzar el vínculo entre el cálculo estadístico y la interpretación contextual.

#### *Requisitos*

Esperamos que los estudiantes conozcan la media aritmética, comprendan el concepto de desviación estándar muestral y manejen funciones básicas en una hoja de cálculo. Estos conocimientos previos garantizan que puedan concentrarse en la interpretación de los resultados y no en la ejecución mecánica de los cálculos.

#### *Aportes de la tarea al objetivo de aprendizaje*

Con esta tarea, fortalecemos la comprensión de la variabilidad como herramienta para analizar la consistencia de los resultados en muestras grandes. Promovemos el uso de medios tecnológicos y el trabajo colaborativo para que los estudiantes desarrollen estrategias de organización, cálculo y verificación de datos.

### *Formulación*

El contexto de la tarea corresponde a las calificaciones de los estudiantes de dos cursos del mismo grado. Cada pareja recibe una tabla con un conjunto amplio de notas obtenidas en tres evaluaciones.

Un profesor de inglés del liceo El encuentro quiere analizar los resultados de dos exámenes realizados a estudiantes de séptimo grado, con el fin de identificar patrones de regularidad para ajustar la preparación de sus clases. Al observar las notas de los exámenes, ¿cuál de las dos muestras mayor regularidad? Usa calculadora y una hoja de papel tamaño oficio o una hoja de cálculo de Excel para resolver el problema, coloca las evidencias y la respuesta de la pregunta a un archivo de Word y finalmente, envía a la clase de la plataforma de Classroom asignada por el docente.

*Tabla 1*

*Notas del examen N°1*

Estudiante	Calificación
Estudiante 1	1.5
Estudiante 2	3.4
Estudiante 3	4.0
Estudiante 4	3.2
Estudiante 5	5.0
Estudiante 6	2.3
Estudiante 7	5.0
Estudiante 8	4.3
Estudiante 9	1.0
Estudiante 10	2.0
Estudiante 11	3.3
Estudiante 12	5.0
Estudiante 13	4.8

*Tabla 1*

*Notas del examen N°1*

Estudiante	Calificación
Estudiante 14	4.6
Estudiante 15	4.6
Estudiante 16	4.9
Estudiante 17	3.8
Estudiante 18	3.7
Estudiante 19	3.1
Estudiante 20	3.9
Estudiante 21	3.9
Estudiante 22	3.9
Estudiante 23	3.9
Estudiante 24	3.9
Estudiante 25	3.9
Estudiante 26	3.5

*Tabla 2*

*Notas finales de los estudiantes de grado noveno en matemáticas del 2023*

Calificación	Número de estudiantes
[2,5-3,0)	15
[3,0-3,5)	5
[3,5-4,0)	2

*Tabla 1*

*Notas del examen N°1*

Estudiante	Calificación
[4,0-4,5)	3
[4,5-5,0]	1

#### *Conceptos y procedimientos*

En esta tarea, trabajamos con la media aritmética, la varianza muestral y la desviación estándar muestral. Los estudiantes aplican fórmulas automáticas de Excel y verifican los resultados con cálculos intermedios realizados manualmente. El proceso los lleva a organizar los datos, aplicar funciones estadísticas y analizar la relación entre la media y la dispersión de los valores.

#### *Sistemas de representación*

Durante la actividad, los estudiantes utilizan representaciones simbólicas y tabulares mediante la hoja de cálculo. También incorporan representaciones gráficas como histogramas o diagramas de barras para visualizar la dispersión de las calificaciones. Finalmente, expresan conclusiones escritas que interpretan el valor de la desviación estándar en el contexto académico.

#### *Materiales y recursos*

Para el desarrollo de esta tarea, utilizamos computadores con acceso a Excel, la tabla de calificaciones en formato digital, una calculadora científica y un cuaderno de trabajo para registrar observaciones y conclusiones.

#### *Agrupamiento e interacciones*

El profesor organiza a los estudiantes en parejas y presenta la situación inicial de la tarea. Luego, se espera que los estudiantes analicen la información de las tablas, debatan sus ideas y elijan la forma más adecuada de calcular la desviación estándar muestral. Posteriormente, las parejas comparten sus resultados con el grupo para identificar errores en los procedimientos, contrastar estrategias de solución y reconocer las fortalezas en la interpretación de los datos.

#### *Temporalidad*

Sugerimos que el docente desarrolle la tarea en una sesión de clase de sesenta minutos. Este tiempo permite que los escolares comprendan el enunciado (5 minutos), calculen la desviación estándar muestral en Excel (40 minutos) y realicen la puesta en común de los resultados si el docente lo considera pertinente (15 min).

#### *Errores*

En el desarrollo de la tarea, los estudiantes pueden incurrir en algunos errores. Por ejemplo, ellos pueden interpretar de forma equivocada los datos de la tabla (E6). También, pueden aplicar una fórmula incorrecta para calcular la desviación estándar muestral (E7) y elegir un procedimiento

que no corresponde al tipo de muestra utilizada (E37, E38). Además, pueden confundir los valores de la media y la desviación estándar al interpretar los resultados (E24) o redondear el valor final de manera inadecuada (E46). En el anexo 4, presentamos una tabla de ayudas para cada error asociado a los criterios de logro que orientan la resolución de esta tarea.

### *Grafos de criterios de logro*

En la figura 8, presentamos el grafo de criterios de logro para esta tarea de aprendizaje.

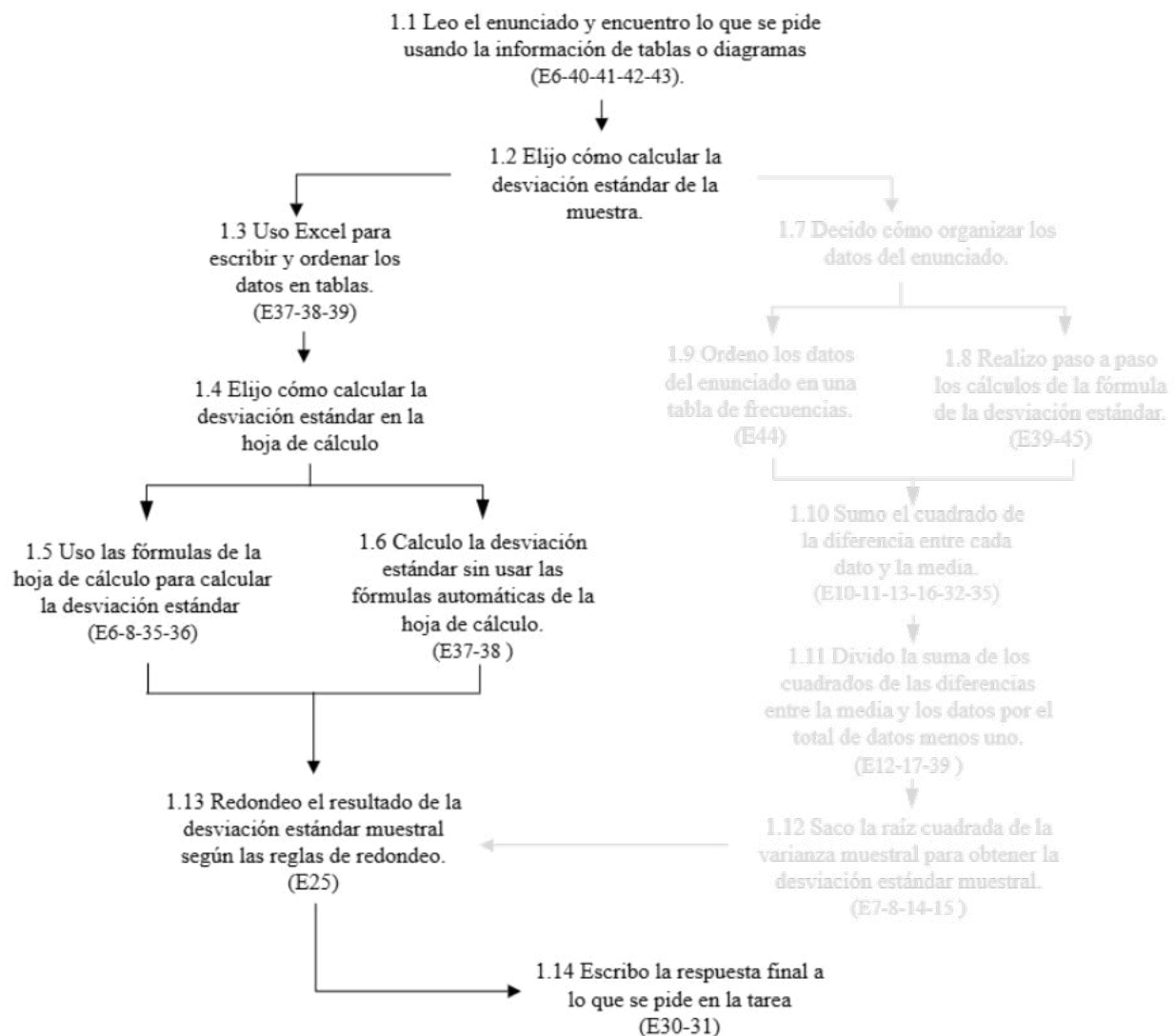


Figura 8. Grafo de criterios de logro de la tarea 1.2

En esta tarea, activamos los criterios de logro que describen el proceso para calcular la desviación estándar muestral. Los estudiantes identifican los datos relevantes del enunciado (CdL1.1), deciden cómo calcular la desviación estándar a partir de la muestra (CdL1.2) y organizan la información en una hoja de cálculo (CdL1.3). Posteriormente, eligen la forma de cálculo que aplicarán, ya sea mediante las fórmulas automáticas o con operaciones paso a paso (CdL1.4–CdL1.6). Una vez obtenido el resultado, redondean el valor al seguir las reglas establecidas (CdL1.13) y redactan la respuesta final que da cierre a la actividad (CdL1.14).

#### *Actuación del profesor*

En esta tarea de aprendizaje, el profesor recuerda el objetivo de la unidad y explica la meta de la actividad en relación con la comparación de la dispersión de los datos. Aclara la lectura de la tabla de notas y los pasos del procedimiento. Mientras las parejas trabajan, observa sus estrategias, identifica los errores más frecuentes y ofrece las ayudas necesarias para afianzar la comprensión del cálculo y la interpretación de la desviación estándar.

#### *Sugerencias metodológicas y aclaraciones*

Recomendamos que el docente enfatice el uso responsable de la hoja de cálculo y fomente la verificación de los resultados mediante cálculos intermedios. Es decir, sugerimos al docente revisar procedimientos como, por ejemplo, el uso correcto de la fórmula de la desviación estándar muestral, el cálculo del promedio y que la redacción de la respuesta final sea acorde a la naturaleza de los datos. También sugerimos que promueva la discusión entre las parejas sobre la coherencia de los valores obtenidos y su interpretación. Consideramos útil que los estudiantes presenten los resultados en una tabla comparativa y acompañen los cálculos con una breve justificación escrita.

#### *Evaluación*

Sugerimos nuevamente que el grafo de criterios de logro funcione como instrumento de evaluación del profesor. El docente deberá identificar la precisión con la que los estudiantes interpretan los datos, organizan la información y aplican correctamente las fórmulas estadísticas en Excel. También, deberá valorar la capacidad de los estudiantes para justificar los resultados y explicar la diferencia entre los valores obtenidos en cada grupo de notas, así como la claridad con que argumentan la relación entre la media aritmética y la dispersión de los datos.

### 3. TAREAS DE APRENDIZAJE DEL SEGUNDO OBJETIVO

En este apartado, presentamos las tareas del segundo objetivo de aprendizaje, que propone que los estudiantes, además de calcular la desviación estándar muestral, interpreten su resultado según el contexto. En el anexo 6, presentamos estas tareas con un mayor detalle.

#### **Tarea 2.1. Concurso colombiano de matemáticas**

La tarea 2.1 Concurso colombiano de matemáticas tiene como propósito desarrollar en los estudiantes la capacidad de interpretar el valor de la desviación estándar muestral en distintos contextos. En este caso, la tarea ocupa un papel central en la consolidación del aprendizaje, ya que permite pasar del cálculo al análisis del significado de la medida de dispersión. Con ella, buscamos que los

estudiantes comprendan cómo la desviación estándar permite comparar conjuntos de datos y clasificar la variabilidad como baja o alta según el contexto.

### *Requisitos*

Esperamos que los estudiantes recuerden el procedimiento para calcular la media y la desviación estándar muestral. También deben saber organizar los datos en tablas y emplear con precisión las operaciones aritméticas necesarias. Además, consideramos importante que comprendan el significado de la media como valor de referencia, ya que este concepto sirve de base para interpretar la dispersión.

### *Aportes de la tarea al objetivo de aprendizaje*

Con esta tarea buscamos que los estudiantes interpreten el valor de la desviación estándar muestral y comprendan su utilidad para comparar la consistencia de diferentes conjuntos de datos. Queremos que reconozcan que una desviación estándar pequeña representa homogeneidad en los resultados, mientras que una grande evidencia mayor variabilidad. Esta actividad permite que los estudiantes construyan argumentos basados en datos y expresen sus conclusiones de manera verbal y gráfica.

### *Formulación*

Presentamos a los estudiantes una tabla con los puntajes obtenidos por tres grupos que participaron en el Concurso Colombiano de Matemáticas de Primaria.

El Liceo El Encuentro ha escogido a 34 estudiantes de un total de 64 de los grados de 3º, 4º y 5º para presentar las cuatro pruebas (P1, P2, P3 Y P4) de las olimpiadas colombianas de matemáticas de primaria 2024. Los resultados obtenidos por los 34 estudiantes en las cuatro pruebas se muestran en la siguiente tabla.

Estudiantes participantes de la olimpiada colombiana de matemáticas de primaria 2024

ESTUDIANTE	GRADO	P1	P2	P3	P4
E1	5	220	180	130	70
E2	5	180	110	120	120
E3	4	130	90	80	30
E4	3	150	60	60	110
E5	4	120	40	40	80
E6	3	170	60	50	90
E7	4	150	100	20	70
E8	5	160	50	80	10
E9	4	80	80	60	0
E10	5	240	170	180	180
E11	5	170	170	130	70
E12	4	130	120	80	0

Estudiantes participantes de la olimpiada colombiana de matemáticas de primaria 2024

ESTUDIANTE	GRADO	P1	P2	P3	P4
E13	5	120	160	110	70
E14	5	200	60	80	0
E15	3	60	30	50	10
E16	4	120	0	50	10
E17	3	10	20	10	20
E18	3	60	60	10	0
E19	3	140	10	50	50
E20	3	130	20	0	40
E21	4	80	10	40	30
E22	3	80	20	40	0
E23	3	20	10	40	10
E24	4	110	70	40	60
E25	5	200	190	120	110
E26	5	220	80	140	120
E27	5	120	210	130	30
E28	5	210	90	40	90
E29	5	100	70	130	20
E30	3	60	50	50	20
E31	5	90	20	10	0
E32	3	80	20	30	10
E33	5	90	40	60	10
E34	4	110	30	50	30

De acuerdo con la información suministrada y si se consideran 34 muestras, elaborar un informe de cómo se pueden elegir en orden a 10 estudiantes que merezcan ser invitados a la gran final de la olimpiada. Realice tres listados posibles de acuerdo con la variabilidad o dispersión de las notas.

### *Conceptos y procedimientos*

La tarea involucra los conceptos de media aritmética, varianza muestral y desviación estándar muestral. Los estudiantes aplican los pasos del cálculo, comparan los valores obtenidos y elaboran una interpretación de los resultados. Este proceso permite pasar del uso mecánico de una fórmula a la comprensión de la desviación estándar como medida que describe la dispersión de los datos y permite valorar la homogeneidad de un conjunto.

### *Sistemas de representación*

Durante el desarrollo de la tarea, los estudiantes emplean distintos sistemas de representación. Usan el simbólico para expresar el cálculo mediante la fórmula, el tabular para organizar los datos



y los resultados intermedios (si lo requiere), el gráfico para mostrar visualmente la dispersión (si lo requiere) y el verbal para argumentar sus conclusiones.

### *Contextos PISA*

La tarea se ubica dentro del contexto educativo y personal, ya que parte de una situación relacionada con el desempeño académico y permite reflexionar sobre la variabilidad de los resultados en pruebas escolares. Además, promueve la aplicación de la estadística para interpretar información y justificar conclusiones en un entorno familiar para los estudiantes.

### *Materiales y recursos*

Se sugiere que los estudiantes usen la hoja de cálculo de Excel (debido a la cantidad de datos) y una libreta de apuntes. En caso de no tener acceso al software podrán desarrollar la tarea con una calculadora científica y una libreta de apuntes u hoja de papel.

### *Agrupamiento e interacciones*

El profesor organiza la tarea en parejas para fomentar la cooperación, la validación de resultados y la argumentación conjunta. Iniciamos la sesión con una breve presentación del contexto y las instrucciones. Durante la actividad, observamos el trabajo de las parejas, formulamos preguntas que orientan la reflexión y promovemos la comparación de estrategias entre los grupos. En la puesta en común, cada pareja comparte sus conclusiones y discute las diferencias entre sus interpretaciones.

### *Temporalidad*

Sugerimos desarrollar la tarea en un tiempo aproximado de 60 minutos. Durante este tiempo, los estudiantes podrán hacer los cálculos pertinentes en Excel (40 minutos), realizar gráficos si lo consideran necesario (10 minutos), redactar la interpretación de los resultados (10 minutos) y presentar la respuesta si el profesor lo considera pertinente.

### *Errores*

En el desarrollo de la tarea, los estudiantes pueden incurrir en algunos errores. Por ejemplo, cuando los estudiantes interpretan de manera incorrecta la media aritmética como si fuera una medida de dispersión (E1) o aplican una fórmula equivocada para calcular la desviación estándar muestral (E8). También pueden omitir pasos esenciales del procedimiento, como calcular la media antes de aplicar la fórmula de la desviación estándar o registrar inadecuadamente los datos en la tabla (E14, E15). Algunos estudiantes confunden la varianza con la desviación estándar (E21) o interpretan de forma equivocada el valor obtenido, al pensar que un número mayor representa un mejor desempeño (E24). Otros pueden redondear incorrectamente el resultado (E46) o presentar conclusiones que no se ajustan al contexto del problema (E44).

### *Grafo de criterios de logro*

En el grafo de criterios de logro del objetivo 2, se indican los pasos y procedimientos que pueden desarrollar los estudiantes para resolver la tarea (figura 9).

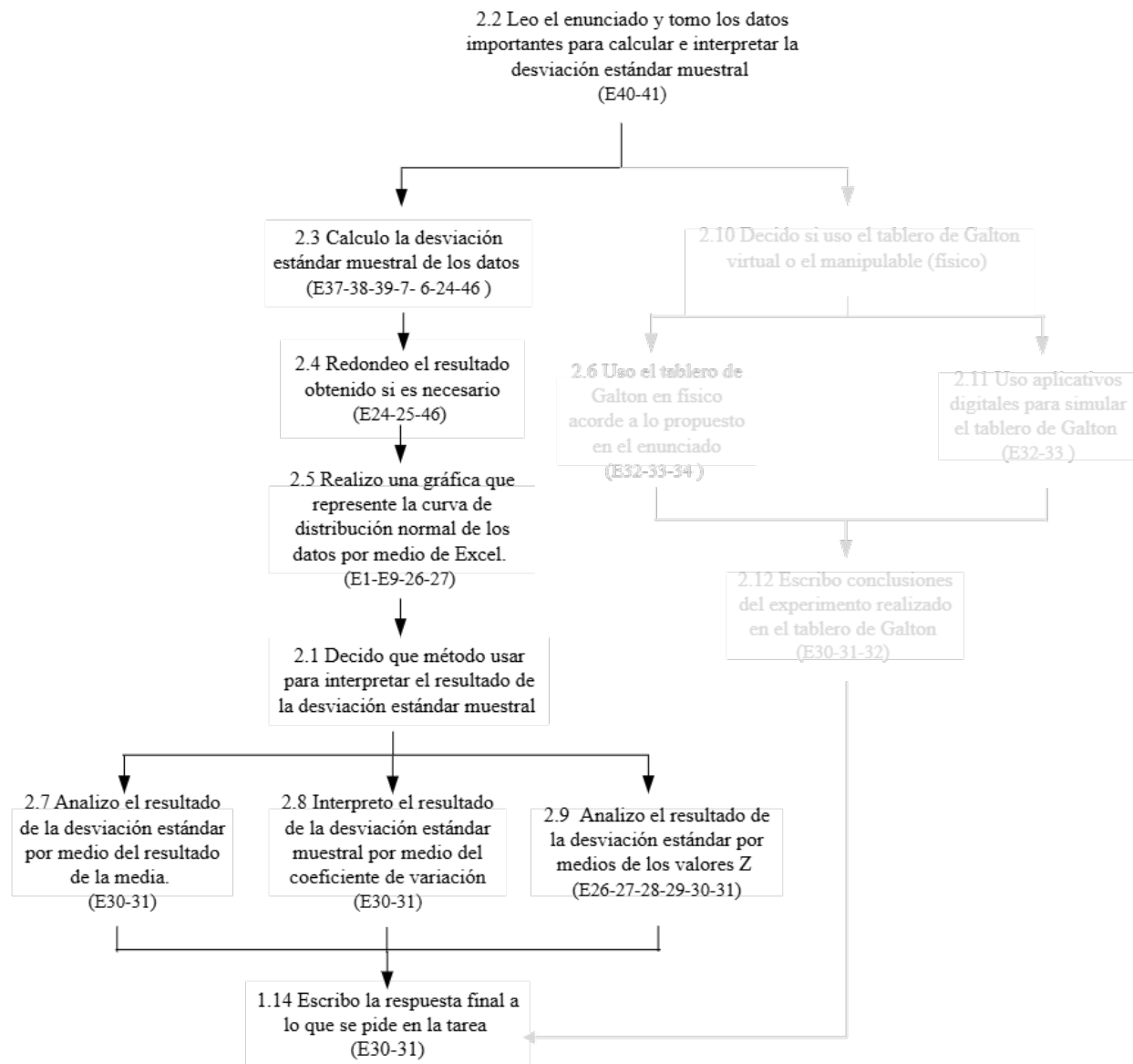


Figura 9. Grafo de criterios de logro de la tarea 2.1

En la figura 9, presentamos los criterios de logro que describen el proceso de interpretación de la desviación estándar muestral. Los estudiantes leen el enunciado y seleccionan los datos relevantes para calcular la desviación estándar (CdL2.2). Luego, calculan la medida de dispersión a partir de los datos proporcionados (CdL2.3) y redondean el resultado obtenido cuando sea necesario (CdL2.4). A partir de los resultados, los estudiantes analizan resultado de la desviación estándar (CdL2.7 al CdL2.9). Finalmente, redactan la respuesta final que da cierre a la tarea (CdL1.14).

### *Actuación del profesor*

Durante la actividad, el profesor recuerda el propósito de la tarea y explica cómo se relaciona con el objetivo de la unidad. Supervisa los cálculos y guía a los estudiantes para que comprendan el sentido de los resultados. A medida que las parejas trabajan, formula preguntas que estimulan la reflexión y detecta los errores más frecuentes. En la presentación final, promueve la discusión, orienta la interpretación y enfatiza la importancia de justificar las conclusiones con argumentos basados en los datos.

### *Sugerencias metodológicas y aclaraciones*

Recomendamos que el docente insista en la lectura cuidadosa de los datos antes de iniciar los cálculos y anime a los estudiantes a comparar sus resultados con los de otras parejas. También, sugerimos fomentar el uso de representaciones gráficas simples que apoyen la interpretación y permitan visualizar la variabilidad de cada conjunto.

### *Evaluación*

Sugerimos que el grafo de criterios de logro funcione como instrumento de evaluación del profesor. En la revisión, el docente identifica si los estudiantes interpretan correctamente los valores de la desviación estándar, justifican sus conclusiones y establecen comparaciones adecuadas entre los conjuntos de datos. Además, observa la claridad con que los estudiantes comunican sus ideas y la coherencia de sus argumentos con los resultados obtenidos.

## **Tarea 2.2. A jugar con Galton**

La tarea 2.2 A jugar con Galton complementa el trabajo desarrollado en la tarea anterior y consolida la comprensión de la desviación estándar muestral mediante una experiencia práctica y experimental. En esta actividad, buscamos que los estudiantes interpreten los resultados obtenidos a partir de la simulación del tablero de Galton, comprendan cómo los datos se distribuyen alrededor de la media y analicen la relación entre la variabilidad y la forma de la distribución. Esta tarea permite que los estudiantes construyan significados sobre la desviación estándar desde la observación y el razonamiento, más allá del cálculo numérico.

### *Requisitos*

Esperamos que los estudiantes conozcan el significado de la desviación estándar muestral y hayan desarrollado la capacidad de calcularla con datos discretos. También deben haber trabajado con tablas de frecuencia y representaciones gráficas simples. Es importante que comprendan los conceptos de media, variabilidad y dispersión, ya que estos sirven de base para interpretar los resultados obtenidos con el tablero de Galton.

### *Aportes de la tarea al objetivo de aprendizaje*

Con esta tarea, pretendemos que los estudiantes interpreten la desviación estándar muestral a partir de la observación de fenómenos aleatorios. Buscamos que comprendan cómo los valores de dispersión reflejan la regularidad o la variabilidad en una distribución de datos.

### *Formulación*

A continuación, presentamos la formulación de la tarea.

Los siguientes datos representan la cantidad de “me gusta” que recibieron quince publicaciones de una cuenta escolar en una red social durante una semana. Los datos son los siguientes: 52, 48, 50, 55, 49, 51, 130, 45, 53, 47, 58, 60, 43, 120 y 54.

Cada grupo debe usar un tablero de Galton, físico o digital. En caso de utilizar la versión digital, se sugiere el uso de la simulación Plinko Probability del proyecto PhET (Universidad de Colorado). El grupo debe generar su propia distribución mediante la caída de canicas o mediante la simulación.

Con los datos entregados y con la distribución obtenida en el tablero de Galton, se solicita comparar la dispersión de ambas y señalar similitudes o diferencias. Finalmente, se requiere que cada grupo escriba una interpretación sobre el comportamiento de los datos y entreguen evidencia del uso del tablero, ya sea una fotografía o una captura de pantalla de la simulación.

Nota: En el anexo 8, presentamos una guía breve del uso e interpretación de resultados del tablero de Galton.

### *Conceptos y procedimientos*

En esta tarea, trabajamos los conceptos de distribución de frecuencias, media aritmética, varianza y desviación estándar muestral. Los estudiantes registran los datos, organizan la información en tablas y aplican los pasos del cálculo. Luego interpretan los resultados obtenidos y los vinculan con la variabilidad observada en la simulación.

### *Sistemas de representación*

Durante la tarea, los estudiantes emplean el sistema tabular para registrar los resultados, el simbólico para realizar los cálculos de la media y la desviación estándar, el gráfico para construir el histograma y el verbal para expresar las conclusiones. Pero principalmente se emplea el sistema de manipulación manipulativo ya que, si se cuenta con el tablero de Galton físico, los escolares deberán interactuar con él.

### *Contextos PISA*

La tarea se enmarca en el contexto científico, ya que involucra la observación de un fenómeno aleatorio y el análisis de sus resultados mediante métodos estadísticos. También se relaciona con el contexto personal, porque permite interpretar datos en situaciones experimentales accesibles que despiertan la curiosidad y el interés de los estudiantes por comprender la variabilidad.

### *Materiales y recursos*

Utilizamos un tablero de Galton físico o una simulación digital, canicas o bolitas, hojas de registro y calculadora científica. El profesor puede hacer uso de las herramientas audiovisuales que disponga para mostrar ejemplos de distribuciones, esto es, antes de implementar la tarea.

### *Agrupamiento e interacciones*

Organizamos la tarea en grupos de tres estudiantes para promover la cooperación, la observación compartida y la discusión de los resultados. Iniciamos la sesión con una breve explicación del propósito del tablero de Galton y las instrucciones del experimento. Durante el desarrollo, cada grupo registra los datos, realiza los cálculos y discute las posibles interpretaciones. Al finalizar, realizamos una puesta en común en la que los grupos comparan sus resultados y analizan las semejanzas y diferencias entre las distribuciones obtenidas.

### *Temporalidad*

Sugerimos desarrollar la tarea en una sesión de noventa minutos. En esta actividad, es muy importante que, antes de dar inicio a la tarea, el profesor explique con suficiente claridad las instrucciones de la actividad experimental (5 minutos). Por su parte, los estudiantes tendrán que realizar y registrar los datos del experimento (30 minutos), efectuar los cálculos pertinentes en Excel (20 minutos), analizar los resultados y redactar las conclusiones del experimento (20 minutos) y compartir los resultados si el profesor lo considera necesario (15 minutos).

### *Errores*

En el desarrollo de la tarea, los estudiantes pueden incurrir en algunos errores; por ejemplo, cuando los estudiantes registran de manera incorrecta los datos obtenidos al usar el tablero de Galton (E3), confunden el número de ensayos con el total de resultados posibles (E5) o aplican de forma inadecuada el procedimiento de conteo al organizar la frecuencia de las canicas en los compartimentos (E7). También pueden interpretar de manera errónea la forma de la distribución, al pensar que una mayor dispersión implica un error en el experimento (E9) o que la desviación estándar depende directamente del número de canicas utilizadas (E12). Otros estudiantes podrían omitir la redacción de conclusiones o limitarse a describir los resultados sin analizarlos en términos de variabilidad (E14, E15).

### *Grado de criterios de logro*

En el grafo de criterios de logro del objetivo 2, indicamos los pasos y procedimientos que pueden desarrollar los estudiantes para resolver la tarea (figura 10).

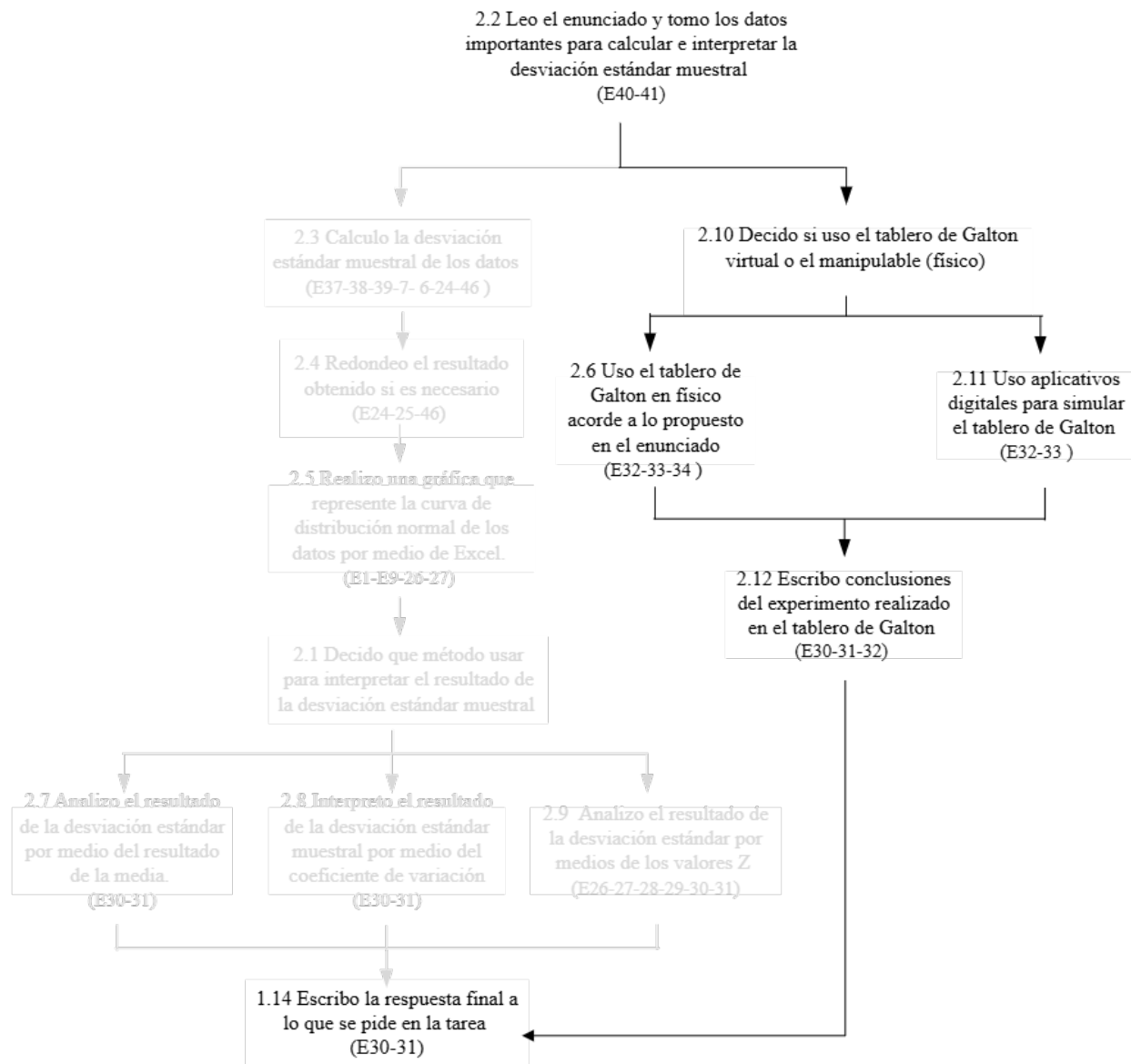


Figura 10. Grafo de criterios de logro de la tarea 2.2

En esta tarea, presentamos los criterios de logro que describen el proceso de interpretación de la desviación estándar muestral a partir de la experimentación con el tablero de Galton. Los estudiantes leen el enunciado y seleccionan los datos importantes para calcular e interpretar la desviación estándar (CdL2.2). Luego, deciden el tipo de tablero que usarán, ya sea el manipulable físico o la versión virtual (CdL2.10). Posteriormente, ejecutan el experimento con el tablero físico (CdL2.6) o con el aplicativo digital que simula la caída de las canicas (CdL2.11). Una vez finalizada la experimentación, los estudiantes redactan las conclusiones del trabajo realizado, analizan los resultados observados y reflexionan sobre la relación entre la dispersión de los datos y la forma de

la distribución obtenida (CdL2.12). Finalmente, escriben la respuesta final que da cierre a la tarea (CdL1.14).

#### *Actuación de profesor*

En esta tarea de aprendizaje, el profesor recuerda el objetivo de la unidad y presenta su meta en relación con la interpretación de la desviación estándar muestral. Explica el funcionamiento del tablero de Galton y orienta la recolección de datos. Durante la actividad, observa los cálculos, identifica los errores más comunes y formula preguntas que invitan a comparar las distribuciones obtenidas. En la puesta en común, guía la discusión, resalta las interpretaciones correctas y aclara las confusiones entre dispersión, error experimental y variabilidad natural.

#### *Sugerencia metodológicas y aclaraciones*

Sugerimos que el docente promueva la observación cuidadosa del experimento y anime a los estudiantes a comparar su propia distribución con la de otros grupos. También recomendamos que incentive el uso del histograma como herramienta para visualizar la variabilidad y que motive a los estudiantes a explicar con sus palabras lo que representa la desviación estándar en el experimento.

#### *Evaluación*

Sugerimos que el grafo de criterios de logro funcione como instrumento de evaluación del profesor. En la revisión, el docente identifica si los estudiantes interpretan correctamente los valores de la desviación estándar, reconocen la relación entre la forma del histograma y la variabilidad y justifican sus conclusiones con base en los datos obtenidos. También valora la claridad con que los estudiantes comunican sus ideas y la precisión de los argumentos empleados para explicar la dispersión observada en el tablero de Galton.

### 3. EXAMEN FINAL

En este apartado, exponemos el diseño del examen final. Su propósito es valorar el aprendizaje de los estudiantes al concluir la implementación de las tareas de aprendizaje. Recordamos que la tarea de evaluación tiene como propósito comprobar los aprendizajes adquiridos por los estudiantes tras el desarrollo de una secuencia de actividades. Sin embargo, es importante precisar que el sistema de evaluación de nuestra unidad didáctica integra tanto la realización de las tareas de aprendizaje como la aplicación individual del examen final a cada estudiante.

#### Diseño del examen final

El examen final consta de una tabla que registra el salario mínimo en Colombia durante los últimos 40 años. A partir de la tabla, se crea una nueva al registrar los años, pero esta vez organizada en datos por intervalos. Una vez organizada, se asigna un intervalo al estudiante para que pueda trabajar con estos datos. El objetivo es responder a tres requerimientos. En cada uno de ellos, deberá calcular, interpretar y analizar la desviación estándar muestral de los datos.

#### “Salario mínimo en Colombia en los años 1986 a 2025”

A continuación, se presenta una tabla con la relación del salario mínimo en Colombia durante los últimos 40 años. También se anexa la inflación anual respecto de la que, se toman decisiones para el aumento del salario en el año siguiente.

Año	Salario mínimo diario	Salario mínimo mensual	Inflación anual (%)
1986	\$ 560,38	\$ 16.811,00	20,95
1987	\$ 683,66	\$ 20.510,00	24,02
1988	\$ 854,58	\$ 25.637,00	28,12
1989	\$ 1.085,32	\$ 32.560,00	26,12
1990	\$ 1.367,50	\$ 41.025,00	32,36
1991	\$ 1.724,00	\$ 51.720,00	26,82
1992	\$ 2.173,00	\$ 65.190,00	25,13
1993	\$ 2.717,00	\$ 81.510,00	22,60
1994	\$ 3.290,00	\$ 98.700,00	22,60
1995	\$ 3.964,45	\$ 118.934,00	19,46
1996	\$ 4.737,50	\$ 142.125,00	21,63
1997	\$ 5.733,50	\$ 172.005,00	17,68
1998	\$ 6.794,20	\$ 203.826,00	16,70
1999	\$ 7.882,00	\$ 236.460,00	9,23



<b>Año</b>	<b>Salario mínimo diario</b>	<b>Salario mínimo mensual</b>	<b>Inflación anual (%)</b>
2000	\$ 8.670,00	\$ 260.100,00	8,75
2001	\$ 9.533,33	\$ 286.000,00	7,95
2002	\$ 10.300,00	\$ 309.000,00	6,99
2003	\$ 11.066,67	\$ 332.000,00	6,49
2004	\$ 11.933,33	\$ 358.000,00	5,50
2005	\$ 12.716,67	\$ 381.500,00	4,85
2006	\$ 13.600,00	\$ 408.000,00	4,48
2007	\$ 14.456,67	\$ 433.700,00	5,69
2008	\$ 15.383,33	\$ 461.500,00	7,67
2009	\$ 16.563,33	\$ 496.900,00	2,00
2010	\$ 17.166,67	\$ 515.000,00	3,17
2011	\$ 17.853,33	\$ 535.600,00	3,73
2012	\$ 18.890,00	\$ 566.700,00	2,44
2013	\$ 19.650,00	\$ 589.500,00	1,94
2014	\$ 20.533,33	\$ 616.000,00	3,66
2015	\$ 21.478,33	\$ 644.350,00	6,77
2016	\$ 22.981,83	\$ 689.455,00	5,75
2017	\$ 24.590,57	\$ 737.717,00	4,09
2018	\$ 26.041,40	\$ 781.242,00	3,18
2019	\$ 27.603,87	\$ 828.116,00	3,80
2020	\$ 29.260,10	\$ 877.803,00	1,61
2021	\$ 30.284,20	\$ 908.526,00	5,62
2022	\$ 33.333,33	\$ 1.000.000,00	13,12
2023	\$ 38.666,66	\$ 1.160.000,00	9,28
2024	\$ 43.333,33	\$ 1.300.000,00	5,2
2025	\$ 47.450,00	\$ 1.423.500,00	

Resuelva las siguientes tareas de acuerdo con la siguiente distribución de décadas.

*Asignación de décadas por el docente*

<b>Década</b>	<b>Rango</b>	<b>Asignación por apellidos</b>
1	1986 a 1995	Asignar estudiantes
2	1996 a 2005	Asignar estudiantes
3	2006 a 2015	Asignar estudiantes
4	2016-2025	Asignar estudiantes

**Tarea 1**

¿Cómo se comporta la variabilidad de los salarios mínimos mensuales y diarios, en la década asignada por el profesor y a qué conclusiones se pueden llegar sobre la dispersión de los salarios en dicha década? Redacte su respuesta en un rango de 50 a 100 palabras.

### **Tarea 2**

¿Cómo se comporta la variabilidad de la inflación en la década asignada por el profesor y a qué conclusiones se pueden llegar sobre la dispersión de esos datos en dicha década? Redacte su respuesta en un rango de 50 a 100 palabras.

### **Tarea 3**

Haga un análisis entre el comportamiento del salario mínimo mensual y la inflación para la década asignada por el profesor. Redacte su respuesta en un rango de 50 a 100 palabras.

La tarea 1 tiene el objetivo de analizar la variabilidad del salario mínimo según la década asignada al estudiante. El propósito es describir cómo cambian estos valores a lo largo de la década. Por ejemplo, si los aumentos salariales son regulares o si hay años con incrementos mayores o menores. Por último, el estudiante deberá redactar un texto breve que describa el comportamiento general y obtenga una conclusión sobre la estabilidad o inestabilidad de los salarios en ese periodo.

La tarea 2 busca calcular la variabilidad de la inflación. El objetivo es que el estudiante utilice los datos de la inflación anual de la misma década asignada. El propósito es que observen como fluctúan los valores de la inflación, si son altos o bajos, si disminuyen con el tiempo o muestran picos significativos. Al igual que en la tarea 1, el estudiante deberá redactar un texto breve de no más de 100 palabras que explique el comportamiento de la inflación y lo relacione con la dispersión de datos.

Finalmente, la tarea 3 tiene el objetivo de relacionar el salario mínimo con la inflación. El estudiante debe comparar el comportamiento del salario mínimo mensual con la inflación de la misma década. El objetivo es analizar si los aumentos del salario mínimo obtuvieron variaciones al aumento de la inflación o si uno creció más rápido que otro. Finalmente, el estudiante deberá realizar una conclusión interpretativa frente al análisis hecho y redactarlo en un texto de no más de 100 palabras donde se integre la comparación y las conclusiones.

### **Rúbrica del examen final**

En el marco de nuestra unidad didáctica, adoptamos un modelo de rúbrica que permite valorar el grado en que los estudiantes alcanzan los criterios de logro definidos en el grafo correspondiente a cada objetivo de aprendizaje. Fundamentamos este modelo en la propuesta de Romero y Gómez (2018), quienes plantean una estructura de evaluación basada en cuatro niveles de desempeño: superior, alto, básico y bajo. A continuación, en la tabla 7, presentamos la rúbrica diseñada para la valoración de los dos objetivos de la unidad didáctica.

Tabla 7

Rúbrica de evaluación examen final

Nivel de logro	Rango porcentual	Descripción de desempeño	Activación de criterio de logro
Superior	90 – 100%	El estudiante interpreta correctamente el enunciado, organiza los datos en tablas o gráficos pertinentes, calcula de forma precisa la desviación estándar y otras medidas de dispersión, compara la variabilidad del salario y la inflación de su década. Redacta conclusiones claras, argumentadas y contextualizadas en términos económicos y estadísticos.	Activa completamente los criterios 1.1, 1.3, 1.5, 1.8, 1.9, 2.1, 2.3, 2.7, 2.8, y 2.9. Integra cálculo, interpretación y redacción con coherencia y profundidad.
Alto	80 – 89%	Organiza los datos de manera adecuada y realiza los cálculos de variabilidad con leves imprecisiones. Interpreta la relación entre salario e inflación con buena comprensión, aunque la argumentación puede carecer de precisión o profundidad.	Activa parcialmente los criterios 1.1, 1.3, 1.5, 1.8, 2.3, 2.7 y 2.8. Cumple con el cálculo e interpretación, pero no los conecta sólidamente con el contexto. Se incurre en los errores E6, E30-31, E35-39, E40-43 y E45.
Básico	60 – 79%	Reconoce la necesidad de analizar la variabilidad, pero presenta errores en la organización de los datos o en la aplicación de fórmulas. Su análisis es descriptivo y limitado, sin relacionar la dispersión con el contexto del salario y la inflación.	Activa de forma mínima los criterios 1.1, 1.3 y 1.5. No consolida los criterios de interpretación (2.7, 2.8 y 2.9). Tiene dificultades en el uso de Excel o en el manejo conceptual de la desviación estándar. Se incurre en los errores E6, E8, E26-31, E35-E39 y E40-43.

Tabla 7

Rúbrica de evaluación examen final

Nivel de logro	Rango porcentual	Descripción de desempeño	Activación de criterio de logro
Bajo	0 – 59%	No organiza los datos ni realiza correctamente los cálculos. Se limita a copiar información sin analizarla ni interpretar los resultados. No presenta conclusiones o son incoherentes con la situación planteada.	No activa criterios de logro. Evidencia desconocimiento del proceso del cálculo, análisis e interpretación de la variabilidad estadística.  Posiblemente incurrirían en la mayoría de los errores de la tabla criterio de logro.

En la tabla 7, presentamos la rúbrica diseñada para evaluar el desempeño de los estudiantes en el examen final de la unidad didáctica. En ella, establecemos cuatro criterios de logro (superior, alto, básico y medio), cada uno asociado a un rango porcentual que permite valorar cuantitativamente el grado de consecución de los criterios de logro. La columna de descripción de desempeño detalla los comportamientos observables y la calidad del trabajo realizado por el estudiante en cada nivel. Consideramos aspectos como la interpretación del enunciado, la organización y análisis de datos, el uso de herramientas digitales y la coherencia de conclusiones. Por su parte, la columna de activación de criterios de logro especifica qué criterios de la unidad didáctica se evidencian o no en cada nivel. De este modo, la rúbrica no solo permite calificar el examen final, sino también identificar con precisión el grado en el que el estudiante moviliza los aprendizajes previstos en la unidad didáctica.

## 4. CONCLUSIONES

En el desarrollo de nuestra unidad didáctica sobre la desviación estándar muestral, hemos procurado integrar los fundamentos teóricos, cognitivos y pedagógicos de MAD que sustentan la enseñanza del pensamiento aleatorio, centrándonos en el aprendizaje de la variabilidad inmersa en el concepto de la desviación estándar. A lo largo del documento, destacamos la importancia de que el estudiante llegue a la comprensión de los datos en diferentes contextos, pueda emplear herramientas matemáticas y pueda ir hacia una interpretación más profunda de la dispersión. Estructuramos la propuesta en torno a dos objetivos de aprendizaje, que articularon tanto los conceptos de variabilidad como los sistemas de representación. Este diseño nos permitió diseñar una secuencia coherente de tareas de aprendizaje y momentos de evaluación, orientados a fortalecer el razonamiento estadístico.

Los aportes de nuestra unidad didáctica son múltiples. En primer lugar, ofrecemos al profesor una guía clara y contextualizada para estudiar la desviación estándar desde un enfoque que combina la exploración histórica, el uso de tecnología, la modelación de problemas y la argumentación matemática. En segundo lugar, queremos promover la autonomía del estudiante al incluir momentos de autoevaluación y coevaluación, que fomentan la reflexión sobre el propio proceso de aprendizaje en el grupo. Además, proponemos tareas auténticas y contextualizadas, que avanzan desde la manipulación de datos hacia la interpretación y la toma de decisiones, con el propósito de potenciar la comprensión del concepto de la variabilidad y su relación con fenómenos reales.

En términos de los aportes al conocimiento, consideramos que nuestra unidad didáctica contribuye al fortalecimiento del enfoque didáctico de la estadística escolar, al ofrecer una estructura que integra los criterios de logro, el uso de grafos de aprendizaje y la importancia del uso de las herramientas digitales como mediadores del proceso y pensamiento estadístico. Esta articulación entre teoría y práctica se da gracias a la fundamentación y estructura del programa de MAD: evidenciamos que la enseñanza de la desviación estándar no debe limitarse únicamente a la aplicación de fórmulas, sino que debe orientarse al desarrollo de habilidades de interpretación y comunicación de resultados.

En cuanto a las dificultades que tienen los estudiantes para comprender el concepto de desviación estándar, encontramos que nuestra propuesta aporta una alternativa metodológica que combina la experimentación, la simulación, el uso de tecnología y el análisis gráfico como medios para superar las dificultades más frecuentes. También, reconocemos algunas limitaciones relacionadas con el tiempo disponible para la retroalimentación de los conceptos y la dificultad de implementación completa de las tareas con apoyo tecnológico (es para nosotros un aspecto importante pero no del todo relevante). Pese a ello, los resultados de nuestra implementación nos sugieren avances significativos en la comprensión de la desviación estándar y en el avance en la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje estadístico.

Desde nuestra experiencia en la elaboración de esta unidad didáctica, consideramos que la incorporación de la tecnología y el uso la inteligencia artificial generativa representa un aporte decisivo para la enseñanza y el aprendizaje de la desviación estándar. El uso de simuladores, hojas de cálculo (Excel) y asistentes inteligentes como ChatGPT no solo facilita la visualización y comprensión de la variabilidad, sino que también potencia al profesor en la generación de nuevas tareas de aprendizaje y permite la autonomía del estudiante al explorar, verificar y reflexionar sobre los resultados obtenidos. La tecnología se convierte así en una mediación didáctica que enriquece la práctica docente, amplía las posibilidades de retroalimentación y promueve procesos de razonamiento más dinámicos y significativos. En este sentido, reconocemos nuestro uso responsable que la inteligencia artificial generativa, en la elaboración de nuestra unidad didáctica y somos conscientes de que no sustituye la labor pedagógica del profesor, sino que la complementa, ya que ofrece un soporte que contribuye a mejorar la claridad conceptual, la precisión del lenguaje y la calidad del producto final.

Finalmente, desde una perspectiva grupal, esta experiencia nos permitió consolidar una visión más amplia sobre la enseñanza de la estadística. Comprendimos que el aprendizaje de la desviación estándar no solo implica dominio de técnicas y procedimientos, sino la construcción de una estructura matemática tanto conceptual como cognitiva, que vincule la realidad con el análisis cuantitativo y cualitativo. En futuras implementaciones, queremos ampliar la integración de nuevas tareas de aprendizaje, mediante el uso de GPTS y otras herramientas digitales interactivas que diversifiquen los contextos para fortalecer el componente afectivo y la motivación de trabajar el pensamiento aleatorio. Consideramos que nuestra unidad didáctica representa un avance sustancial en la enseñanza de la estadística descriptiva y un aporte concreto a la mejora de la educación matemática en el nivel escolar.

## 5. USO DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Declaramos que, en este documento hemos utilizado la GenIA para generar un instructivo, a partir de una serie de prompts redactados, con el fin de que ChatGPT-5 apoye a cualquier profesor en la creación de nuevas tareas de aprendizaje coherentes con los dos objetivos de nuestra unidad didáctica para la desviación estándar muestral.

Inicialmente, preguntamos a ChatGPT-5 sobre qué información necesitaba para la creación de los prompts (instrucciones para IA) necesarios para crear nuevas tareas. Seguido, ChatGPT-5 nos pidió los dos objetivos y nos dio la estructura base de cómo quedaría el conjunto de *prompts-guía* para profesores de matemáticas interesados. En la figura 11, mostramos la estructura de 3 de los 5 prompts-guía sugeridos por la inteligencia artificial.

### ✳ Prompt 1. Generar tareas introductorias (comprensión del concepto)

🔑 “Genera una tarea de aprendizaje para estudiantes de [nivel educativo] que introduzca la idea de variabilidad y sirva como base conceptual para comprender la desviación estándar muestral. La tarea debe incluir una situación contextualizada, preguntas que promuevan la interpretación y una reflexión final sobre qué significa que los datos sean más o menos variables.”

✓ Enfoque del prompt: despertar intuición sobre la dispersión de datos antes de aplicar fórmulas.

### 📊 Prompt 2. Generar tareas de aplicación matemática

■ “Diseña una tarea donde los estudiantes deban calcular la desviación estándar muestral de un conjunto de datos reales o simulados. Incluye instrucciones claras, una tabla de datos o un contexto realista, y preguntas que inviten a interpretar el valor obtenido más allá del cálculo.”

✓ Enfoque del prompt: fortalecer la comprensión procedimental y la interpretación del resultado.

### 🌐 Prompt 3. Generar tareas contextualizadas (fenomenológicas)

🔗 “Crea una tarea que relacione la desviación estándar muestral con un fenómeno cotidiano o científico (por ejemplo: rendimiento académico, clima, deporte, o producción industrial). La tarea debe permitir que los estudiantes expliquen qué significa una desviación estándar alta o baja en ese contexto y cómo puede usarse para tomar decisiones.”

✓ Enfoque del prompt: conectar el concepto con situaciones significativas del entorno.

Figura 11. Estructura de los prompts sugeridos por ChatGPT-5

Los cinco prompts sugeridos por ChatGPT, nos ayudaron a entender el tipo de información adicional que debíamos agregar. Por ejemplo, indicarle el nivel educativo, el tipo de contexto, la realidad de los datos, entre otros. Con el propósito de que las instrucciones no fueran demasiado

extensas y que los prompts no fueran muchos. Luego de varias consultas y correcciones a ChatGPT redactamos cuatro prompts para el primer objetivo y tres prompts para el segundo objetivo. En la siguiente tabla presentamos los prompts de cada objetivo.

Tabla 8

*Listado de prompts para la creación de nuevas tareas a través de ChatGPT-5*

Objetivo 1	Objetivo 2
<p><b>Prompt 1A (sin uso de hoja de cálculo de Excel):</b> Crea una tarea de aprendizaje para estudiantes de [grado décimo] en la que deban calcular la desviación estándar muestral de un conjunto de datos agrupados o no. La tarea debe presentar los datos en una tabla y solicitar el cálculo de la variabilidad o desviación estándar</p>	<p><b>Prompt 2A (interpretación de información gráfica):</b> Crea una tarea donde se presenten dos o más gráficos de distribuciones (histogramas o diagramas de dispersión) con diferentes niveles de variabilidad. Los estudiantes deben interpretar qué conjunto tiene desviación estándar nula, baja o alta, para justificar sus conclusiones con argumentos gráficos y simbólicos</p>
<p><b>Prompt 1B (con uso de hoja de cálculo de Excel):</b> Genera una tarea en la que los estudiantes usen una hoja de cálculo o software estadístico (Excel o GeoGebra) para calcular la desviación estándar muestral. La actividad debe permitir comparar los resultados obtenidos manualmente con los del programa, al promover la comprensión del procedimiento matemático detrás del cálculo</p>	<p><b>Prompt 2B (Contextualización del fenómeno):</b> Diseña una tarea que ubique la desviación estándar muestral en un contexto real según el marco PISA 2012. Los estudiantes deben calcular la desviación estándar y clasificarla como nula, baja o alta, para explicar qué implicaciones tiene ese valor en el contexto presentado</p>
<p><b>Prompt 1C (visualización simbólica y gráfica):</b> Diseña una tarea donde los estudiantes representen los datos y su desviación respecto a la media en una gráfica (por ejemplo, líneas o diagramas de dispersión). Pide a la IA que genere una explicación visual o simbólica (con fórmulas y pasos) que ayude a entender cómo las diferencias individuales influyen en la desviación estándar</p>	<p><b>Prompt 2C (tarea comparativa):</b> Crea una tarea que compare dos conjuntos de datos con medias similares, pero desviaciones estándar distintas. Pide a los estudiantes interpretar cuál muestra es más homogénea y justificarlo mediante diagramas o representaciones simbólicas</p>
<p><b>Prompt 1D (contextualización del fenómeno):</b> Crea una tarea que relacione la desviación estándar muestral con un fenómeno cotidiano en los contextos del marco PISA 2012.</p>	



La tarea debe permitir que los estudiantes expliquen qué significa una desviación estándar nula, baja o alta en ese contexto y cómo puede usarse para tomar decisiones

---

Queremos que el profesor de matemáticas pueda ingresar a la IA los prompts presentados formalmente en el anexo 7, con la tranquilidad que ChatGPT le generará nuevas tareas de aprendizaje, que puede usar para la retroalimentación de conceptos o para el estudio y práctica de sus estudiantes.

Adicionalmente, redactamos dos prompts generales, uno que el profesor puede usar para que las tareas pidan argumentación verbal a sus estudiantes y el otro para que se generen tres tareas de aprendizaje por objetivo. En la tabla 3, presentamos estos dos prompts adicionales.

*Prompt #1 (tarea de argumentación verbal).* Genera una tarea en la que los estudiantes expliquen con sus propias palabras el significado de la desviación estándar muestral en un conjunto de datos. Incluye una guía o tabla donde puedan expresar simbólicamente su razonamiento (por ejemplo:  $\sigma = 0 \Rightarrow$  todos los datos iguales;  $\sigma$  pequeña  $\Rightarrow$  datos similares;  $\sigma$  grande  $\Rightarrow$  datos muy dispersos).

*Prompt #2 (para la GenIA del profesor).* Actúa como asistente pedagógico de un profesor de matemáticas. Dado el objetivo de aprendizaje: [copiar uno de los dos objetivos], genera tres posibles tareas de aprendizaje que combinen cálculo, interpretación y representación gráfica de la desviación estándar muestral.

Finalmente, queremos expresar nuestro agradecimiento al profesor Pedro Gómez, director de la Maestría en Educación Matemática, por habernos inspirado con esta idea. Su orientación y aporte fueron fundamentales para que esta construcción se consolidara como un aporte original dentro de nuestra unidad didáctica y contribuyera significativamente al resultado que hoy presentamos.

## 6. LISTADO DE ANEXOS

A continuación, presentamos el listado de anexos relacionados y sugeridos a lo largo de este documento. Esperamos que sean de gran ayuda a los profesores de estadística-matemática que deseen ampliar su trabajo en el aula a nivel de secundaria, especialmente con grado décimo. En la tabla 9, mostramos la lista de los anexos que complementan y amplían la información en cuanto a los aspectos históricos, de dificultades y criterios de logro en el aprendizaje del concepto de desviación estándar muestral. También, dejamos anexos para las ayudas, tareas de aprendizaje completas por objetivo y finalmente un aporte original de generación de tareas nuevas a partir del uso de la inteligencia artificial.

Tabla 9

*Listado de anexos para la unidad didáctica de la desviación estándar muestral*

A	Descripción
1	Revisión histórica de la estadística, del origen del concepto de dispersión, variabilidad y de la desviación estándar
2	Listado de las dificultades y errores propuestas para el diseño previo de la unidad didáctica de la desviación estándar muestral
3	Listado completo de criterios de logro
4	Listado de ayudas y previsiones
5	Tareas de aprendizaje del objetivo 1
6	Tareas de aprendizaje del objetivo 2
7	Generación de tareas de aprendizaje para los objetivos 1 y 2 por medio del uso de GenIA
8	Guía para el uso e interpretación del tablero de Galton

## 7. REFERENCIAS

- Cañadas, M. C., Gómez, P., & Pinzón, A. (2018). Análisis de contenido. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 53–112). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- González, M. J., & Gómez, P. (2018). Análisis cognitivo. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 113–196). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Autor.
- MEN. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas*. Bogotá: Autor.
- Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias*. Instituto de Evaluación.
- Pearson, K. (1877) *Contribuciones a la teoría matemática de la evolución (Contributions to the Mathematical Theory of Evolution)*.
- Gutiérrez, A. (2012) *Probabilidad y estadística. Enfoque por competencias*. Mc Graw Hill Educación.
- Gómez, P., Mora, F. y Velasco, C. (2016). *Apuntes sobre análisis de instrucción, capítulo 5. Módulo 4 de MAD 14*. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes.
- University of Colorado Boulder. (2024). Plinko probability [Interactive Simulation]. PhET Interactive Simulations. [https://phet.colorado.edu/sims/html/plinko-probability/latest/plinko-probability\\_es.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/plinko-probability/latest/plinko-probability_es.html).