



Transformando el Cálculo Diferencial con Gamificación

Otra forma, misma esencia

Ing. Miguel Angel Benjamin Callizaya Calle

Docente de Matemáticas

Universidad UCATEC / Universidad U.S.F.X.

Instituto Matemático Isaac Newton

Unidad Educativa CENDI

**A mi me
enseñaron...**





Qué dicen de...

La primera vez que un autor utiliza este término es Nick Pelling en 2002, quien buscaba aplicar los principios de los juegos a interfaces de usuario para realizar transacciones de una forma más rápida y amena.

“El uso de ideas y elementos que nos enganchan a los juegos, en otras áreas del trabajo o de nuestra vida cotidiana” Marczewski (2015)

“Gamificar es hacer vivir experiencias de juego en un entorno no lúdico.” Ripoll (2014)



Gamificar es transformar el aprendizaje en una experiencia donde el estudiante participa, se desafía y comprende.

La mezcla perfecta

Objetivo

+

Reto

+

Feedback

+

Docente guía

=
=

Aprendizaje Significativo

La estructura del juego

- ✓ Retos
- ✓ Puntos
- ✓ Niveles
- ✓ Recompensas
- ✓ Narrativa



Fundamentos pedagógicos



Aprendizaje activo

Aprende haciendo, no solo escuchando

Motivación (intrínseca y extrínseca)

La gamificación combina ambas

Teoría del flujo

El estudiante entra en estado de concentración total

Aprendizaje significativo

No memoriza... entiende

Aprendizaje social

Se aprende también al enseñar

Metacognición

Aprende a aprender

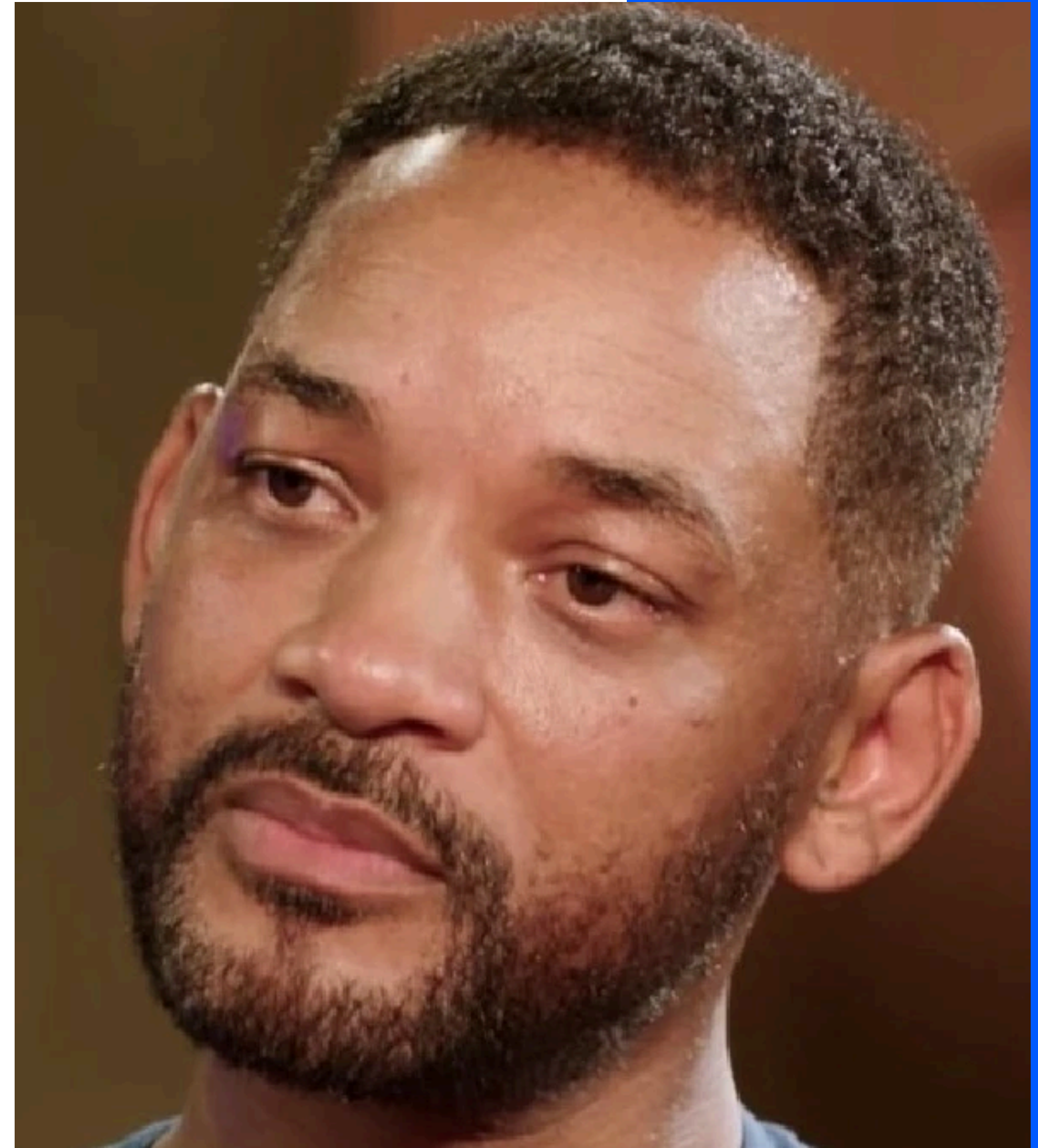
Tragame tierra

La derivada como límite

Interpretación de la derivada

Relación gráfico – algebraico

Aplicaciones de derivadas



Cambiamos el enfoque

- Reglas mecánicas
- Memorización de derivadas



- Cambio
- Variación
- Interpretación

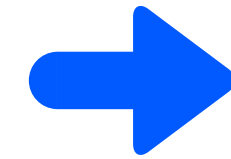




Gamificar el cálculo diferencial
=
convertir el aprendizaje en experiencia

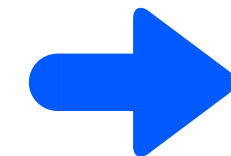
**Aquí toma
forma el
Transformar**

Derivadas



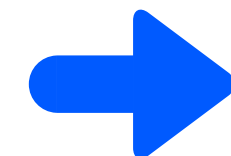
Misiones

Problemas



Retos

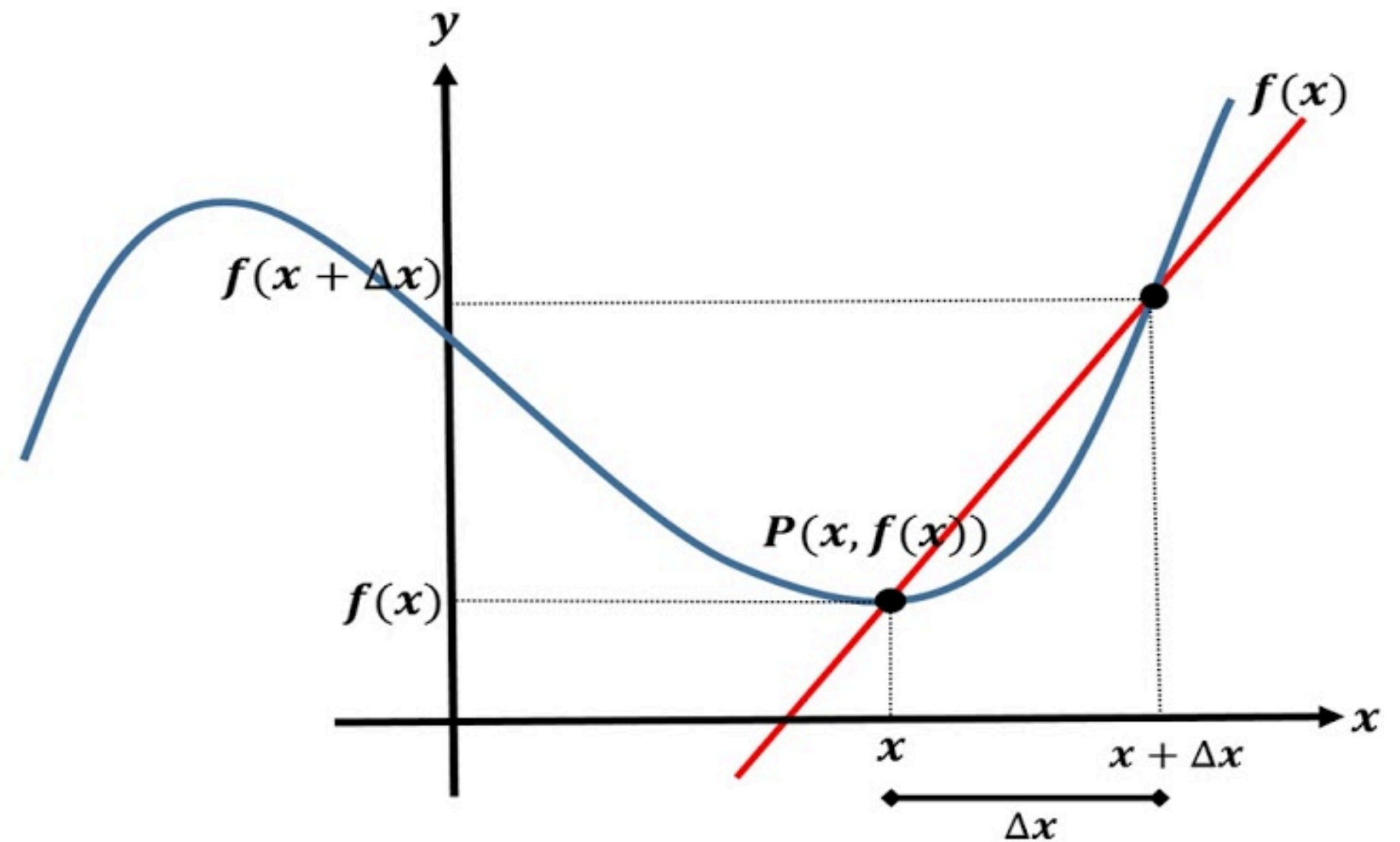
Evaluaciones



Niveles

¿Qué?

Definición geométrica de la derivada



¿Qué?

Pendiente de una recta

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Academia Jedi del Cálculo

¿Cómo?



¿Cómo?

Objetivo

Que los estudiantes comprendan la derivada por definición y sus aplicaciones básicas a través de misiones tipo entrenamiento Jedi.

Narrativa

Los estudiantes son padawans en entrenamiento. Para convertirse en Jedi del Cálculo, deben dominar “La Fuerza del Cambio” (la derivada).

Mecánica

- Cada estudiante = 1 Jedi
- Se organizan en equipos (Consejos Jedi)
- Avanzan por misiones (niveles)

¿Cómo?

Niveles del juego

Nivel 1: “Sentir la Fuerza” ($f(x) = x^2$ **Concepto de derivada**)

Problema: Interpretar qué significa cambio

- Se comparte una gráfica Ej.
- Los estudiantes mueven un punto sobre la curva
- Observan cómo cambia la inclinación

Ejemplo:

- ¿Qué representa la pendiente en una gráfica?
- ¿Qué significa que la pendiente sea grande?
- ¿Qué significa que sea pequeña?

¿Cómo?

NIVEL
1

SENTIR LA FUERZA

Concepto de derivada: Interpretar el cambio

MISIÓN

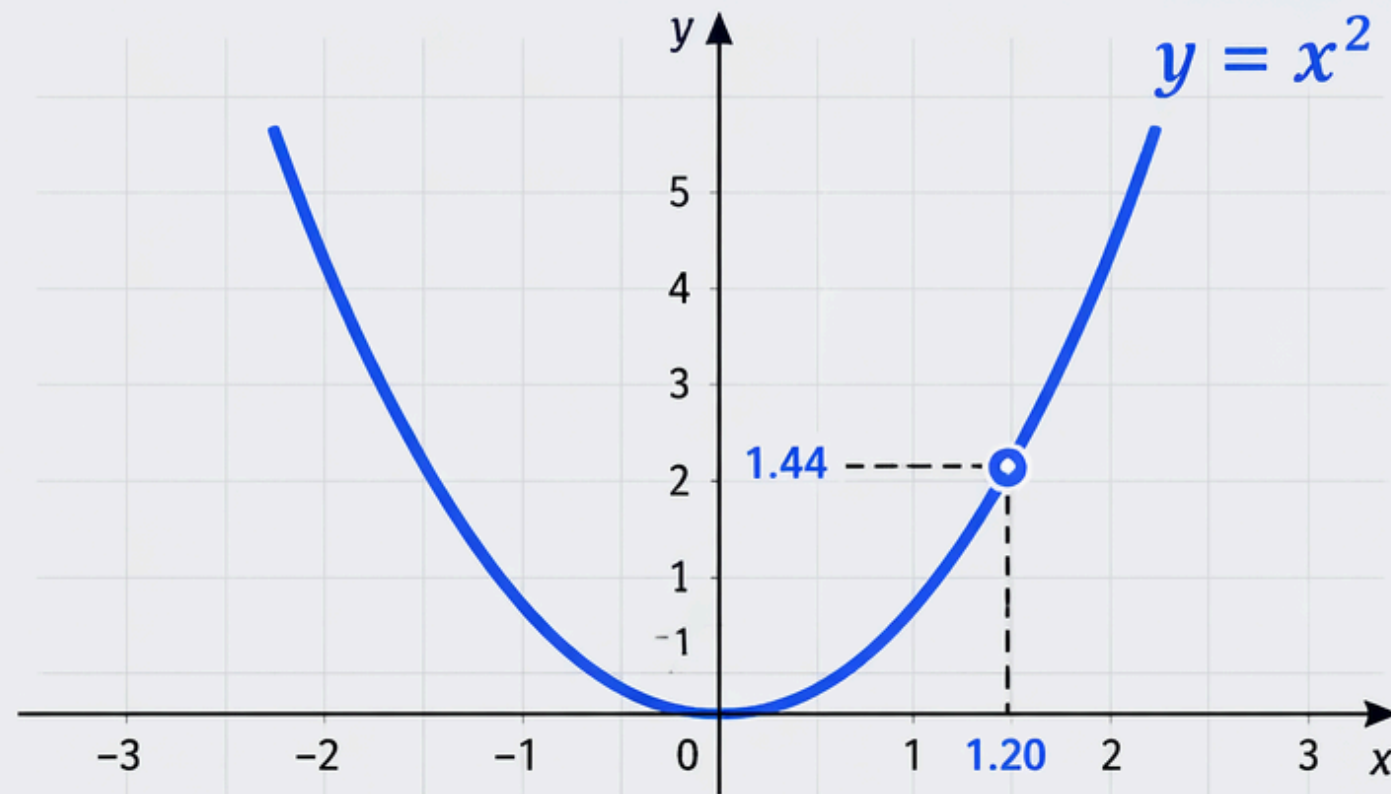
Descubre qué representa la pendiente en diferentes puntos de la gráfica.

★ PUNTOS
250



OBSERVA LA GRÁFICA

Mueve el punto sobre la curva y observa cómo cambia la pendiente.



Mueve el punto



x = 1.20

Pendiente
aproximada:

2.40



¿Sabías? La pendiente representa qué tan rápido cambia la función en un punto.



RESPONDE PARA AVANZAR

1. ¿Qué representa una pendiente grande?

- A La función cambia muy lento.
- B La función cambia muy rápido. ✓
- C La función no cambia.
- D La función siempre disminuye.

2. ¿En qué punto de la gráfica crees que la pendiente es cero?

- A En x = -2
- B En x = 0
- C En x = 2
- D En x = 1

TU PROGRESO



Explorador
100 pts



Analista
100 pts



Explicador
50 pts

RANKING DE ESCUADRONES

- 1. Fuerza Alpha 450 pts 🏆
- 2. Jedi Masters 370 pts 🏆
- 3. Calculadores 320 pts 🏆
- 4. Derivadores 250 pts



RECOMPENSA: Conocimiento inicial + 10 pts

¿Cómo?

Niveles del juego

Nivel 2: "Código Jedi" (Derivada por definición)

Dinámica: Cada equipo recibe una función simple:

$$f(x) = x^2 + 1 \quad f(x) = \sqrt{x+1}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

Reto:

- Resolver la derivada paso a paso
- Explicar el significado

¿Cómo?

NIVEL
2

CÓDIGO JEDI

Concepto: Derivada por definición

MISIÓN

Usa el Código Jedi (la definición) para descubrir la tasa de cambio exacta.

★ PUNTOS
450



TU FUNCIÓN ASIGNADA

$$f(x) = x^2$$

USA LA DEFINICIÓN:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

RECUERDA:

- Sustituye $f(x)$
- Simplifica
- Factoriza
- Cancela términos
- Aplica el límite $h \rightarrow 0$



RESUELVE PASO A PASO

1 Sustituye $f(x)$:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

2 Expande:

$$(x+h)^2 - x^2 = x^2 + 2xh + h^2 - x^2$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h}$$

3 Simplifica:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x+h)$$

4 Aplica el límite ($h \rightarrow 0$):

$$f'(x) = 2x$$

RESULTADO FINAL:

$$f'(x) = 2x \quad \checkmark \text{ ¡Bien hecho, Padawan!}$$



TU RETO

1. Resuelve la derivada por definición de tu función asignada.
2. Explica con tus palabras:
¿Qué significa $f'(x) = 2x$ en términos de la gráfica?

Escribe tu explicación aquí...



COMPARTE TU RESPUESTA CON TU EQUIPO Y GANA PUNTOS EXTRA POR LA MEJOR EXPLICACIÓN.

OTRAS FUNCIONES PARA DESBLOQUEAR



$f(x) = 3x$
(Derivada esperada: 3)



$f(x) = x^3$
(Derivada esperada: $3x^2$)



PISTA DE MAESTRO:

La derivada te dice la pendiente de la recta tangente en cualquier punto.

TU PROGRESO



Nivel 1
Completado



Nivel 2
En curso



Nivel 3
Bloqueado

RANKING DE ESCUADRONES

1. Jedi Masters 650 pts 🏆
2. Fuerza Alpha 580 pts 🏆
3. Derivadores 450 pts 🏆
4. Calculadores 320 pts 🏆

RECOMPENSA

+ 25 pts



Conocimiento desbloqueado

¿Cómo?

Niveles del juego

Nivel 3: "Uso de la Fuerza" (Aplicaciones)

Problemas tipo:

- Máximos y mínimos simples
- Velocidad como tasa de cambio

Ejemplo:

- "Una nave aumenta su velocidad... ¿cuándo es máxima?"

¿Cómo?

NIVEL
2

CÓDIGO JEDI

Concepto: Derivada por definición

MISIÓN

Usa el Código Jedi (la definición) para descubrir la tasa de cambio exacta.



PUNTOS
450



TU FUNCIÓN ASIGNADA

$$f(x) = x^2$$

USA LA DEFINICIÓN:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

RECUERDA:

- Sustituye $f(x)$
- Simplifica
- Factoriza
- Cancela términos
- Aplica el límite $h \rightarrow 0$



RESUELVE PASO A PASO

1 Sustituye $f(x)$:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

2 Expande:

$$(x+h)^2 - x^2 = x^2 + 2xh + h^2 - x^2$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h}$$

3 Simplifica:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x+h)$$

4 Aplica el límite ($h \rightarrow 0$):

$$f'(x) = 2x$$

RESULTADO FINAL:

$$f'(x) = 2x \quad \text{¡Bien hecho, Padawan!}$$



TU RETO

1. Resuelve la derivada por definición de tu función asignada.
2. Explica con tus palabras:
¿Qué significa $f'(x) = 2x$ en términos de la gráfica?

Escribe tu explicación aquí...



COMPARTE TU RESPUESTA CON TU EQUIPO Y GANA PUNTOS EXTRA POR LA MEJOR EXPLICACIÓN.

OTRAS FUNCIONES PARA DESBLOQUEAR



$f(x) = 3x$
(Derivada esperada: 3)



$f(x) = x^3$
(Derivada esperada: $3x^2$)



PISTA DE MAESTRO:

La derivada te dice la pendiente de la recta tangente en cualquier punto.

TU PROGRESO



Nivel 1
Completado



Nivel 2
En curso



Nivel 3
Bloqueado

RANKING DE ESCUADRONES

1. Jedi Masters 650 pts 🏆
2. Fuerza Alpha 580 pts 🏆
3. Derivadores 450 pts 🏆
4. Calculadores 320 pts 🏆

RECOMPENSA

+ 25 pts



Conocimiento desbloqueado

NIVEL
3

USO DE LA FUERZA

Concepto: Aplicaciones de la derivada

MISIÓN

Aplica la derivada para resolver problemas del mundo real y toma las mejores decisiones.

PUNTOS
700



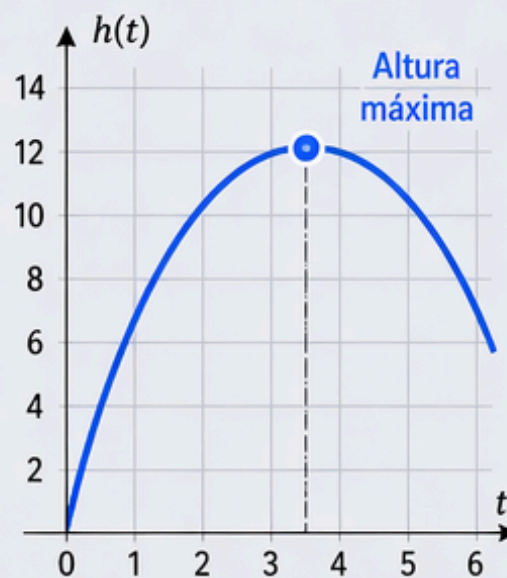
RETO 1: MÁXIMOS Y MÍNIMOS

La altura de un dron espacial (en metros) está dada por:

$$h(t) = -t^2 + 6t + 5$$

donde t es el tiempo en segundos.

- 1 ¿En qué momento el dron alcanza su altura máxima?
- 2 ¿Cuál es esa altura máxima?



PISTA JEDI

Busca cuándo la velocidad ($h'(t)$) es igual a 0. Ese punto puede ser un máximo o mínimo.



RETO 2: VELOCIDAD COMO TASA DE CAMBIO

Una nave se mueve en línea recta. Su posición (en metros) está dada por:

$$s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$$

donde t es el tiempo en segundos.

- 1 Encuentra la función velocidad $v(t) = s'(t)$.
- 2 ¿En qué momento la nave tiene velocidad máxima?
- 3 ¿Cuál es esa velocidad máxima?



PISTA JEDI

La velocidad máxima ocurre cuando la aceleración ($v'(t)$) es igual a 0.

RECUERDA

Posición: $s(t)$

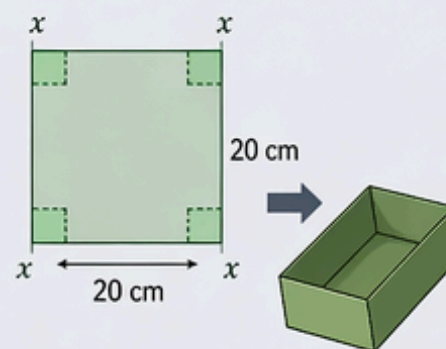
Velocidad: $v(t) = s'(t)$

Aceleración: $a(t) = v'(t) = s''(t)$

RETO 3: OPTIMIZACIÓN

Se quiere construir una caja sin tapa usando un trozo de cartón cuadrado de 20 cm de lado, cortando cuadrados de lado x en cada esquina y doblando los bordes.

- 1 Escribe la función que representa el volumen de la caja $V(x)$.
- 2 ¿Qué valor de x produce el volumen máximo?
- 3 ¿Cuál es ese volumen máximo?



PISTA JEDI

Deriva $V(x)$, iguala a 0 y verifica que sea un máximo.

TUS HERRAMIENTAS JEDI



Análisis crítico



Derivada



Interpretación



Cálculo

TU PROGRESO



Nivel 1
Completado



Nivel 2
Completado



Nivel 3
En curso

RANKING DE ESCUADRONES

1. Jedi Masters	930 pts	🏆
2. Fuerza Alpha	810 pts	🏆
3. Derivadores	700 pts	🏆
4. Calculadores	560 pts	



RECOMPENSA

+ 50 pts Extra
por cada reto completado



RECUERDA JOVEN PADAWAN: La derivada es una herramienta poderosa. Úsala con sabiduría para resolver problemas y tomar las mejores decisiones.



¿Ahora?

Sistema de puntos

- Resolver correctamente: +10 puntos
- Explicar concepto: +15 puntos
- Resolver más rápido: +5 bonus

Elementos

Roles:

- Maestro Jedi (explica)
- Estrategas (resuelven)
- Guardián (verifica)

Cartas de poder:

- Pedir pista
- Saltar paso difícil
- Ayuda del viejo sabio

¿Cómo?



EL IMPOSTOR DEL CÁLCULO

EL JUEGO DE LAS DERIVADAS

Detecta al impostor, defiende tu razonamiento y demuestra que entiendes las derivadas.

OBJETIVO

Aplicar los conceptos de derivada para resolver retos, argumentar y descubrir al impostor del equipo.

MATERIALES

- Tarjetas de retos
- Hojas o pizarras pequeñas
- Marcadores
- Dispositivo para votaciones (Kahoot/Mentimeter)
- Pizarra del docente

ROLES

DOCENTE (MAESTRO DETECTOR)
Lidera el juego, presenta retos, hace preguntas clave y valida respuestas.

ESTUDIANTES (TRIPULANTES)
Resuelven los retos, explican sus respuestas y detectan al impostor.

IMPOSTOR
Finge entender, da respuestas incorrectas o vagas para no ser descubierto.

¿CÓMO SE JUEGA? – PASOS DEL JUEGO

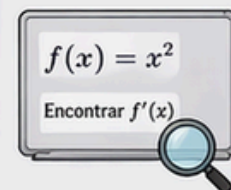
1 PREPARACIÓN

El docente forma equipos de 4 a 5 estudiantes. Asigna en secreto un impostor a cada equipo. (Solo el impostor sabe su rol).



2 MISIÓN

El docente presenta un reto relacionado con derivadas. El equipo debe analizarlo y preparar su respuesta.



3 DISCUSIÓN Y EXPLICACIÓN

Cada integrante del equipo explica su respuesta y su razonamiento. El impostor intenta pasar desapercibido.



4 INTERVENCIÓN DEL DOCENTE

El docente hace preguntas clave para profundizar:

- ¿Por qué ese resultado?
- ¿Qué significa gráficamente?
- ¿Cómo lo sabes?
- ¿Hay otra forma de verlo?



5 VOTACIÓN

El equipo discute y vota en secreto: ¿Quién es el impostor?



6 REVELACIÓN Y Puntuación

El docente revela al impostor. Si el equipo acierta, gana puntos. Si falla, el impostor gana puntos extra.



★ EJEMPLO DE RETO

NIVEL 1 – BÁSICO

Deriva por definición:

$$f(x) = x^2$$

NIVEL 2 – INTERMEDIO

Encuentra los máximos y mínimos de:

$$f(x) = -x^2 + 4x + 1$$

NIVEL 3 – AVANZADO

La posición de una nave está dada por:

$$s(t) = t^3 - 3t^2 + 2$$

- Encuentra la velocidad.
- ¿Cuándo la nave tiene velocidad máxima?
- ¿Cuál es esa velocidad máxima?



🏆 SISTEMA DE PUNTOS

- Detectar al impostor correctamente **+20 pts**
- Explicación correcta y completa **+15 pts**
- Buena argumentación y participación **+10 pts**
- Impostor no descubierto (él gana) **+25 pts**

★ BONOS ESPECIALES

- Mejor explicación del equipo **+10 pts**
- Respuesta más creativa **+10 pts**

🛡️ REGLAS CLAVE

- ✓ Todos deben participar y explicar.
- ✓ No se permiten respuestas sin justificar.
- ✓ Escuchen, cuestionen y argumenten.
- ✓ El respeto es parte del juego.
- ✓ El objetivo no es ser el más rápido, sino el que mejor entiende.

RECUERDA:
En cálculo, como en este juego, la argumentación es tu mejor arma.

👤 ROL DEL DOCENTE (PARTICIPACIÓN 100%)

- ✓ Diseña y selecciona los retos según el nivel del grupo.
- ✓ Asigna los roles (impostor) en secreto.
- ✓ Modera la discusión y hace preguntas que profundizan el pensamiento.
- ✓ Observa, escucha y toma notas de las justificaciones.
- ✓ Valida respuestas y decide la puntuación.
- ✓ Retroalimenta al final para cerrar el aprendizaje.

🚀 PROGRESO DEL JUEGO



A medida que superan niveles, los retos serán más desafiantes. La confianza crece, el cálculo se domina y los impostores caen. 😊

📋 EVALUACIÓN

- ✓ Comprensión conceptual (derivada) ★★★★★
- ✓ Aplicación en problemas ★★★★★
- ✓ Argumentación y explicación ★★★★★
- ✓ Trabajo en equipo ★★★★★
- ✓ Participación activa ★★★★★

🧙‍♂️ CONSEJO JEDI

La derivada no es solo una fórmula, es entender cómo cambian las cosas. ¡Usa la Fuerza del Cálculo!

🎲 VARIANTES

- Modo rápido: retos relámpago (1 min por respuesta).
- Modo torneo: varios equipos compiten por el ranking.
- Modo historia: cada reto es una misión espacial.

🎉 CIERRE DEL JUEGO

El equipo con más puntos es el ganador. Pero todos ganan conocimiento. ¡Que la derivada te acompañe!

Transformemos...

- “No me gustan las matemáticas”... por “quiero entenderlas”
- El miedo a equivocarse... por la oportunidad de aprender
- La enseñanza tradicional... por experiencias que realmente conecten



Universidad de
los Andes

Muchas gracias

Ing. M. A. Benjamin Callizaya Calle
benjaccoficial@gmail.com
+591-60398156

LinkedIn: <https://www.linkedin.com/in/benjaeduca/>